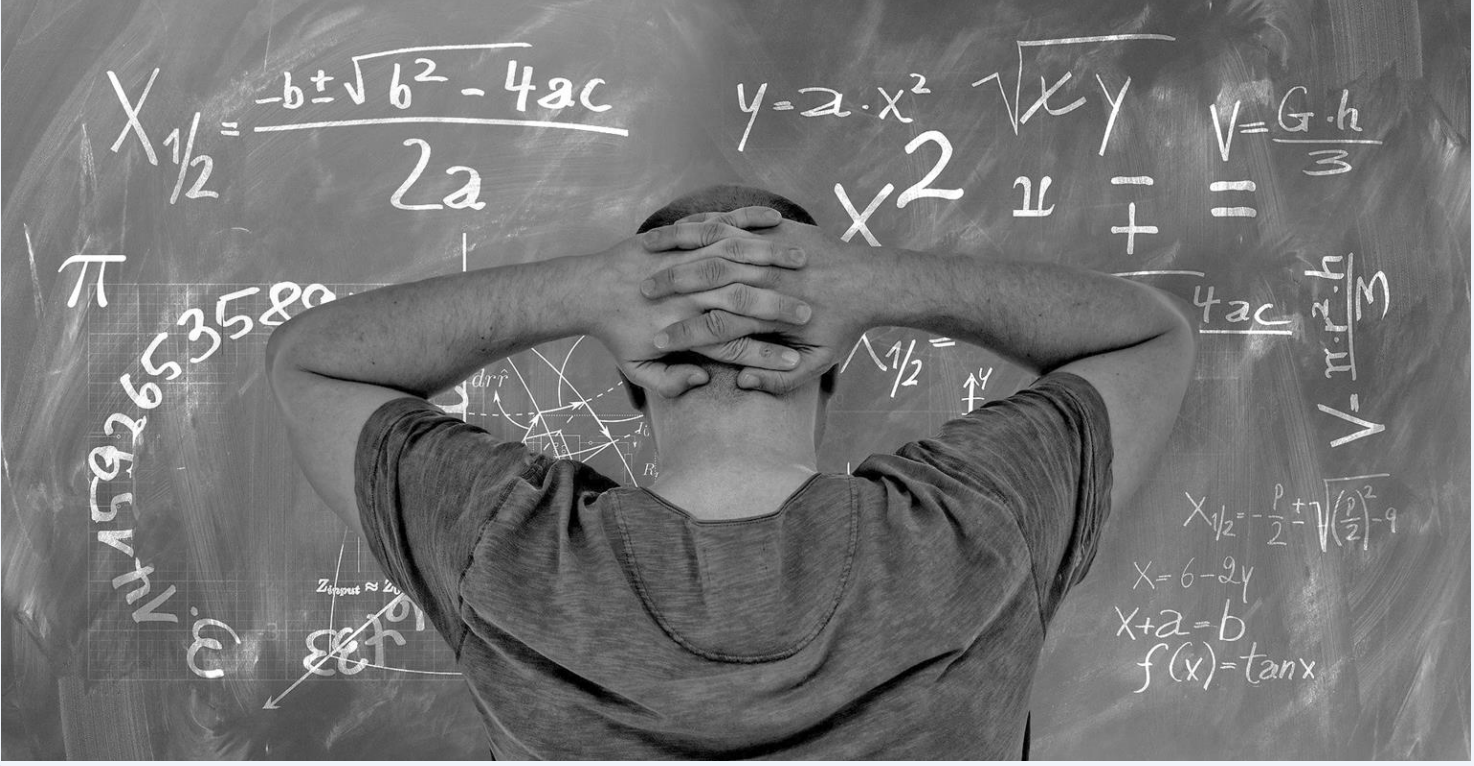


TESIS DOCTORAL

Diseño y evaluación del impacto de un *e-textbook* en el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta

Autor: D. Alién García Hernández

Directora y tutora: Dra. Teresa González Ramírez

Universidad de Sevilla
Facultad de Ciencias de la Educación
Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación
PROGRAMA DE DOCTORADO EN EDUCACIÓN

SEVILLA 2020

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación

Programa de Doctorado en Educación

Diseño y evaluación del impacto de un *e-textbook* en el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta

TESIS PRESENTADA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR EN EDUCACIÓN

Directora y tutora

Dra. Teresa González Ramírez

Autor

D. Alién García Hernández

Sevilla, 2020

DISEÑO Y EVALUACIÓN DEL IMPACTO DE UN *E-TEXTBOOK* EN EL *ENGAGEMENT* HACIA EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA DISCRETA

por D. Alién García Hernández

Tesis doctoral para optar al grado de Doctor en Educación por la Universidad de Sevilla

Directora y tutora: Dra. Teresa González Ramírez

Programa de Doctorado en Educación

Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación. 2020

Esta tesis forma parte del Programa de Becas para la Formación de Doctores en Educación, con énfasis en Tecnologías Educativas, coauspiciado por la Asociación Universitaria Iberoamericana de Postgrado (AUIP), la Universidad de las Ciencias Informáticas (UCI) y la Universidad de Sevilla (US)

Este documento fue elaborado con las tecnologías libres:

1) Lenguaje Latex con el editor de textos científicos *TeXstudio* (v 2.12.4)

2) *JabRef* (v 3.8.2) como gestor bibliográfico

Diseño y maquetación: Alién García Hernández

Imágenes de la portada extraídas de forma gratuita y libre de PIXABAY.COM

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Departamento de Métodos de Investigación Y Diagnóstico en Educación

Dra. Teresa González-Ramírez, Profesora Titular de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación en la Universidad de Sevilla.

Hace constar que la Tesis Doctoral titulada “Diseño y evaluación del impacto de un *e-textbook* en el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta”, realizada bajo mi dirección por D. Alién García Hernández, reúne todas las condiciones exigibles para ser presentada y defendida públicamente.

Por todo ello manifiesto mi acuerdo para que se autorizada la presentación del trabajo referido.

Sevilla, 2020.

LA DIRECTORA DE TESIS

GONZALEZ RAMIREZ TERESA - 28579679V

Firmado digitalmente por GONZALEZ RAMIREZ TERESA - 28579679V
Fecha: 2020.09.30 10:33:56 +02'00'

Fdo: Teresa González Ramírez

Este documento utiliza los términos en su género masculino, con valor sintético y genérico, en lugar de la dualidad masculino/femenino. Este uso no supone discriminación sexista alguna, sino un intento de no realizar una escritura demasiado extensa y proporcionar mayor fluidez y claridad al texto.

A mi *madre*, donde quiera que esté.

A mi *padre*, por ser mi ejemplo a seguir.

A mi *hermano*, para que siga mis pasos.

.

Agradecimientos

Toda obra humana es la acción concatenada de muchas voluntades, la presente no escapa de esta regla. Quisiera dedicar las siguientes líneas a quiénes hicieron posible la realización de esta tesis doctoral:

Mi eterno agradecimiento a *Teresa González Ramírez*, por enseñarme que dirigir una tesis es mucho más que orientar, que una tutoría se puede convertir en una clase magistral, por convertirme en un mejor docente, en un mejor científico. Por su ayuda incondicional, sus consejos y su presencia. Por enseñarme que, aun en los momentos más difíciles, no es posible rendirse. Por sobre todas las cosas, ser ejemplo. Gracias por *ser*, por *estar* y por *confiar*.

Al *equipo de informáticos* que convirtió en software el diseño del *e-textbook* de Matemática Discreta como parte de sus trabajos de fin de grado: Osmel Mojena Dubet, Eliany Gutiérres Morell y Chabelly Motes Peña. Especial agradecimiento al líder del equipo, José Ángel Álvarez Abraira por su incondicional apoyo.

A mis *compañeros de doctorado*, por ser parte indivisible de esta tesis, por pasar de ser colegas de trabajo a ser amigos. Gracias por no dejarme nunca caer, por ser mis compañeros de viaje y aceptarme tal y como soy, con más defectos que virtudes.

A los *profesores del programa doctoral*, por enseñarnos nuevas formas de aprender y de investigar. Muchos de ustedes nos abrieron sus puertas para, en un contexto totalmente desconocido, acogernos con especial cariño.

A mi *familia*, por ser el pilar que me sustenta. A todos por quererme, por preocuparse siempre por mi formación y mi superación. Es difícil mencionarlos a todos, pero gracias por estar, en especial a mi familia habananera, por acogerme como un hijo, a mi padre, mi hermano y a Tania. Gracias.

A mis *amigos*, esos que son un apoyo fundamental. Por alentarme, por apoyarme siempre y ser mis compañeros de vida. Muchas veces sus manos estuvieron para levantarme. Gracias a todos, en especial a Miguel, por su presencia incondicional, por su cariño e inestimable apoyo en todo el tiempo de desarrollo de la tesis.

A mis *compañeros de trabajo* de la Universidad de las Ciencias Informáticas, gracias por su ayuda y por permitirme compartir con ustedes. En especial Rosa Adela González, Natalia Martínez y Miriam Nicado por su cariño, por sus enseñanzas como docentes, científicas y amigas. Infinitos agradecimientos a Susel García Cedeño, mi amiga, mi hermana de muchas batallas, gracias.

A la *Asociación Universitaria Iberoamericana de Postgrado (AUIP)* por el financiamiento de esta investigación. A la Universidad de Sevilla por formarme como Doctor, con un claustro y una infraestructura de excelencia.

El eterno agradecimiento a la *Universidad de las Ciencias Informática*s. Por su contribución y su confianza, por permitirme ser miembro de su claustro y posibilitar mi crecimiento profesional, a todos sus profesores, trabajadores y en especial a mis alumnos.

Mis infinitos agradecimientos al *Sistema Educacional Cubano*, por permitir que personas humildes como yo, tengamos un acceso gratuito y de máxima calidad a la formación primaria, secundaria y universitaria.

Resumen

El aprendizaje de la matemática es de vital importancia para la formación de profesionales de diversas ramas. Investigaciones actuales muestran como el número de estudiantes con bajo rendimiento académico en esta disciplina es significativo a pesar de las acciones institucionales e iniciativas realizadas a nivel mundial. En el caso de la Matemática Discreta (MD), específica para las titulaciones relacionadas con la computación, su dificultad es mayor debido a factores cognitivos, motivacionales y actitudinales. De ahí; la necesidad de realizar propuestas académicas que eleven los niveles de implicación (*engagement*) de los estudiantes hacia la misma.

La necesidad de obtener mejores niveles de *engagement* ha resultado en el desarrollo de pautas para elaborar recursos educativos efectivos. La comunidad científica aboga por diseñar materiales de estudio con altos niveles de interacción tecnológica que ayuden a los estudiantes a enfrentarse, con aceptables niveles de *engagement* al proceso de enseñanza-aprendizaje de asignaturas de alta complejidad.

Este estudio parte de la problemática del rendimiento académico en MD y tiene como objetivo diseñar y evaluar el impacto de un *e-textbook* en el *engagement* hacia el aprendizaje de la MD. Se utiliza una metodología cuantitativa cuasi-experimental, basada en un enfoque poli-etápico, por lo que el muestreo también sigue esta característica. Las fases o etapas son 1) fase diagnóstica, 2) fase de diseño y 3) fase evaluativa. Se inicia con un estudio exploratorio para, a partir de la revisión de la literatura, crear un marco teórico acorde al alcance de la investigación.

La primera fase realiza un diagnóstico sobre los niveles de *engagement* que tienen los estudiantes hacia el aprendizaje de la MD y sobre las limitaciones que poseen los materiales de estudio para contribuir al *engagement* y al rendimiento académico. En la fase de diseño se determinan las características que debe poseer un material de estudio para generar *engagement* en el aprendizaje de la matemática y se procede a estructurar su diseño. En la fase evaluativa se determina la calidad del *e-textbook* como objeto de aprendizaje y se evalúan sus efectos en los estudiantes (a partir de un cuasi-experimento) en relación a las variables: *engagement*, satisfacción con los materiales de estudio y rendimiento académico.

Esta investigación confirma que a pesar de la relevancia de la Matemática Discreta para los profesionales de la computación, es insuficiente el uso de las tecnologías en el proceso de

enseñanza-aprendizaje; aspecto que aleja a los estudiantes de estas titulaciones del objeto de su profesión. Como resultado se aportan dos instrumentos que pueden ser de interés para la comunidad científica internacional: "*Cuestionario para conocer la satisfacción del alumnado con sus materiales de estudio de matemática*" y "*Cuestionario para determinar las características de un material de estudio para generar engagement en el aprendizaje de la matemática*".

Además de los cuestionarios antes mencionados, esta tesis posee tres aportes prácticos fundamentales: 1) creación de un *e-textbook* para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la MD, 2) la estructuración del diseño del *e-textbook* para futuras reutilizaciones y 3) libro de texto de Matemática Discreta en formato digital (.pdf) realizado íntegramente por el autor y el cual será presentado a editoriales académicas.

Los resultados presentados permiten discutir cómo el diseño de materiales educativos puede contribuir al *engagement* de otras disciplinas en disímiles contextos; lo que en definitiva, resulta necesario para mejorar el rendimiento académico de los alumnos en aquellas materias donde los resultados no son los deseados y se ve afectada, por tanto, la calidad universitaria.

Palabras claves: Matemáticas, *engagement* estudiantil, rendimiento académico, libro de texto, tecnología educativa.

Abstract

Learning Mathematics is of vital importance for the training of professionals of various branches. Current research shows how the number of students with low academic performance in this discipline is significant despite institutional actions and initiatives carried out worldwide. In the case of Discrete Mathematics (DM), specific for computer-related degrees, their difficulty is greater due to cognitive, motivational, and attitudinal factors. From there, the need to make academic proposals that raise the levels of involvement (engagement) of students towards it.

The need to obtain better levels of engagement has resulted in the development of guidelines to elaborate effective educational resources. The scientific community advocates for the design of study materials with high levels of technological interaction that help students face with aceptable levels of engagement the teaching-learning process of subjects with a high-level of complexity.

This study starts with the problem of academic performance in DM and aims to design and evaluate the impact of an e-book on the engagement towards DM learning. A quasi-experimental quantitative methodology is used, based on a multi-stage approach, so the sampling also follows this characteristic. The phases or stages are 1) diagnostic phase, 2) design phase and 3) evaluation phase. It begins with an exploratory study, from the review of literature, to create a theoretical framework according to the scope of the research.

The first phase makes a diagnosis on the levels of engagement that students have towards learning DM and on the limitations that study materials have on engagement and academic performance. In the design phase, the characteristics that a study material should have to generate commitment in the learning of Mathematics are determined and its design is structured. In the evaluative phase, the quality of the e-book as a learning object is determined and its effects on students are evaluated (from a quasi-experiment) in relation to the variables: engagement, satisfaction with study materials, and academic performance.

This research confirms that despite the relevance of Discrete Mathematics for computer professionals, the use of Information and Communication Technologies (ICT) in their teaching-learning process is insufficient, which distances students from these careers from the object of their professions. As a result, two instruments are provided that may be of interest to the international scientific community: “Questionnaire to know the satisfaction of students with their Mathematics study

materials" and "Questionnaire to determine the characteristics of a study material to generate engagement in learning Mathematics".

In addition to the aforementioned questionnaires, this thesis has three fundamental practical contributions: 1) the elaboration of an e-book for the teaching-learning process of the DM, 2) the structuring of an e-book design for future editions and/or further research and 3) Discrete Mathematics textbook in digital format (.pdf) created entirely by the author to be presented to academic publishers.

The results allow discussing how the design of educational materials can contribute to the engagement of other disciplines in dissimilar contexts; which, in short, is necessary to improve the academic performance of students in those subjects where the results are not as desired and, therefore, university quality is affected.

Keywords: Mathematics, student engagement, academic achievement, textbook, educational technology.

ÍNDICE

Índice de Contenidos

INTRODUCCIÓN **5**

Parte I: Marco Teórico de la investigación

1 EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA DISCRETA **11**

1.1 **Presentación** 11

1.2 **El aprendizaje de la Matemática Discreta: principales líneas de investigación** 12

1.3 **El aprendizaje de la Matemática Discreta: variables predictivas del rendimiento académico** 16

1.4 **El aprendizaje de la Matemática Discreta desde una perspectiva curricular** 20

1.4.1 La enseñanza de la Matemática Discreta en Cuba 26

1.5 **Desafíos en el aprendizaje de la Matemática Discreta** 27

1.6 **Síntesis capitular** 29

2 EL *ENGAGEMENT* Y SU RELACIÓN CON EL RENDIMIENTO ACADÉMICO **33**

2.1 Presentación 33

2.2 **El *engagement*: implicar al alumnado con sus estudios** 34

2.2.1 El *engagement*: un camino desde lo psicológico hasta lo pedagógico 34

2.2.2 Una visión multinivel y multivariada del *engagement* 38

2.2.3 El *engagement* en el aprendizaje de la matemática 41

2.3 **Factores asociados al *engagement* y al rendimiento académico en Matemática Discreta** 45

2.3.1 Nivel de estudiante 45

2.3.2 Nivel de aula 46
2.4 **Síntesis capitular** 47

3 LA MEDIACIÓN DE LAS TECNOLOGÍAS EN EL APRENDIZAJE 51
3.1 **Presentación** 51
3.2 **Las tecnologías en el aprendizaje: principales líneas de investigación** 52
3.3 **La mediación tecnológica para generar *engagement*** 56
3.3.1 La mediación tecnológica en los nuevos contextos de formación 56
3.3.2 El *engagement* con las tecnologías 61
3.3.3 El *engagement* en los entornos virtuales de aprendizaje 64
3.4 **Las tecnologías interactivas en el aprendizaje de la Matemática Discreta** 66
3.4.1 La satisfacción del estudiante con sus materiales de estudio de Matemática Discreta 67
3.4.2 El diseño de materiales interactivos para el aprendizaje de la Matemática Discreta 69
3.4.3 Los *e-textbooks* como materiales matemáticos 72
3.5 **Síntesis capitular** 75

Parte II: Metodología de la Investigación

4 DISEÑO METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN 81
4.1 **Presentación** 81
4.2 **Objetivos y problema de investigación** 82
4.3 **Preguntas de investigación** 82
4.4 **Diseño de la investigación** 83
4.5 **Población y muestra** 85
4.5.1 Sujetos de la Fase Diagnóstica y la Fase de Diseño 85
4.5.2 Sujetos de la Fase Evaluativa 87
4.6 **Instrumentos de recogida de datos** 89
4.6.1 Cuestionario 1: Variables asociadas al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta 90
4.6.2 Cuestionario 2: Satisfacción del estudiante con los materiales de estudio de Matemática Discreta 93
4.6.3 Cuestionario 3: Características de un material de estudio para generar *engagement* en el aprendizaje de la Matemática Discreta 96
4.6.4 Cuestionario 4: Calidad del *e-textbook* como objeto de aprendizaje 100
4.6.5 Pruebas pedagógicas: Rendimiento académico en Matemática Discreta 102
4.6.5.1 Prueba pedagógica A 102

4.6.5.2 Prueba pedagógica B 104
4.7 **Técnicas de análisis de datos** 106
4.7.1 Análisis de la validez y fiabilidad de los instrumentos de recogida de datos 107
4.7.2 Análisis descriptivos 108
4.7.3 Análisis correlacionales 109
4.7.4 Análisis causales-multivariantes 110
4.8 **Síntesis capitular** 111

Parte III: Resultados de la investigación

5 VALIDEZ Y FIABILIDAD DE LOS INSTRUMENTOS ELABORADOS 117
5.1 **Presentación** 117
5.2 **Validez y fiabilidad del Cuestionario 1** 117
5.2.1 Validez y fiabilidad de la escala *Contextos de aprendizaje* 117
5.2.2 Validez y fiabilidad de la escala *Estrategias de gestión* 119
5.2.3 Validez y fiabilidad de la escala *Materiales de estudio* 120
5.2.4 Validez y fiabilidad de la escala *Estado emocional* 120
5.2.5 Validez y fiabilidad de la escala *Engagement* 121
5.3 **Validez y fiabilidad del Cuestionario 2** 121
5.3.1 Validez y fiabilidad de la escala *Adecuación didáctica* 122
5.3.2 Validez y fiabilidad de la escala *Capacidad de motivación* 122
5.3.3 Validez y fiabilidad de la escala *Calidad tecnológica* 124
5.3.4 Análisis Factorial Confirmatorio del Cuestionario 2 125
5.4 **Validez y fiabilidad del Cuestionario 3** 125
5.4.1 Validez y fiabilidad de la escala *Capacidad de interacción* 125
5.4.2 Validez y fiabilidad de la escala *Exploración del contenido* 126
5.4.3 Validez y fiabilidad de la escala *Relevancia* 127
5.4.4 Validez y fiabilidad de la escala *Instrucción* 129
5.4.5 Análisis Factorial Confirmatorio del Cuestionario 3 130
5.5 **Síntesis capitular** 131

6 RESULTADOS DE LA FASE DIAGNÓSTICA 135
6.1 **Presentación** 135
6.2 **Variables asociadas al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta** . . 135
6.2.1 Análisis descriptivo del Cuestionario 1 135
6.2.1.1 Resultados de la escala *Contextos de aprendizaje* 136

6.2.1.2 Resultados de la escala *Estrategias de gestión* 137
6.2.1.3 Resultados de la escala *Materiales de estudio* 137
6.2.1.4 Resultados de la escala *Estado emocional* 138
6.2.1.5 Resultados de la escala *Engagement* 138
6.2.1.6 Síntesis descriptiva del Cuestionario 1 139
6.2.2 El *engagement* y el rendimiento académico en Matemática Discreta: su correlación con variables del Cuestionario 1 140
6.2.2.1 Contextos de aprendizaje asociados al *engagement* y al rendimiento académico 141
6.2.2.2 Estrategias de gestión y su relación con el *engagement* y el rendimiento académico 142
6.2.2.3 Materiales de estudio y su relación con el *engagement* y al rendimiento académico 143
6.2.2.4 Estados emocionales de los estudiantes asociados al *engagement* y al rendimiento académico 143
6.2.3 Factores de los estudiantes y las aulas que intervienen en el *engagement* y el rendimiento académico en Matemática Discreta 144
6.2.3.1 Variables del modelo multinivel multivariado 144
6.2.3.2 Modelo sin variables independientes (modelo nulo) 145
6.2.3.3 Variables independientes del nivel de estudiantes agregadas al modelo de intersecciones aleatorias (modelo nulo) 147
6.2.3.4 Variables independientes del nivel de aula agregadas al modelo (modelo final) 149
6.3 **Estado actual de la satisfacción de los estudiantes con los materiales de estudio de Matemática Discreta** 150
6.3.1 Análisis descriptivo del Cuestionario 2 150
6.3.1.1 Resultados de la escala *Adecuación didáctica* 150
6.3.1.2 Resultados de la escala *Capacidad de motivación* 151
6.3.1.3 Resultados de la escala *Calidad tecnológica* 151
6.3.1.4 Síntesis descriptiva del Cuestionario 2 152
6.3.2 La satisfacción del alumnado con sus materiales de estudio de Matemática Discreta: su correlación con el *engagement* y el rendimiento académico 153
6.3.2.1 Adecuación didáctica de los materiales de estudio y su correlación con el EMD y el RMD 153

6.3.2.2 Capacidad de motivación de los materiales de estudio y su correlación con el EMD y el RMD . . . 154
6.3.2.3 Calidad tecnológica de los materiales de estudio y su correlación con el EMD y el RMD . . . 154
6.4 **Síntesis capitular** . . . 155

7 RESULTADOS DE LA FASE DE DISEÑO 159
7.1 **Presentación** . . . 159
7.2 **Características de un material de estudio que genera *engagement* en el aprendizaje de la Matemática Discreta** . . . 159
7.2.1 Análisis descriptivo del Cuestionario 3 . . . 160
7.2.1.1 Resultados de la escala *Capacidad de interacción* . . . 160
7.2.1.2 Resultados de la escala *Exploración del contenido* . . . 161
7.2.1.3 Resultados de la escala *Relevancia* . . . 161
7.2.1.4 Resultados de la escala *Instrucción* . . . 162
7.2.1.5 Síntesis descriptiva del Cuestionario 3 . . . 163
7.3 **Diseño de un *e-textbook* para el aprendizaje de la Matemática Discreta** . . . 164
7.3.1 Aspectos tecnológicos y didácticos del diseño . . . 164
7.3.1.1 Herramientas tecnológicas . . . 164
7.3.1.2 Principios didácticos del diseño . . . 165
7.3.2 Estructuración del diseño del *e-textbook* de Matemática Discreta . . . 169
7.3.2.1 Unidad teórica . . . 171
7.3.2.2 Unidad de experimentación . . . 172
7.3.2.3 Unidad de evaluación . . . 174
7.3.2.4 Unidad de exploración . . . 178
7.4 Síntesis capitular . . . 181

8 RESULTADOS DE LA FASE EVALUATIVA 185
8.1 **Presentación** . . . 185
8.2 **Validación del *e-textbook* como objeto de aprendizaje** . . . 185
8.2.1 Análisis descriptivo del Cuestionario 4 . . . 186
8.2.1.1 Resultados de la escala *Aspectos formativos* . . . 186
8.2.1.2 Resultados de la escala *Aspectos de diseño y presentación* . . . 187
8.2.1.3 Resultados de la escala *Aspectos tecnológicos* . . . 188
8.2.2 Evaluación global del *e-textbook* como objeto de aprendizaje . . . 189
8.3 **Resultados del cuasi-experimento** . . . 189

8.3.1 Procedimiento 190
8.3.2 Resultados en relación con el *engagement* de los estudiantes 190
8.3.3 Resultados en relación con la satisfacción con el nuevo material de estudio de Matemática Discreta 193
8.3.4 Resultados en relación con el rendimiento académico en Matemática Discreta . . 195
8.4 **Síntesis capitular** 196

9 CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS 199
9.1 **Presentación** 199
9.2 **Consideraciones finales de la Fase Diagnóstica** 199
9.2.1 Objetivo 1: Identificar las variables asociadas al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta 199
9.2.2 Objetivo 2: Conocer la satisfacción de los estudiantes con los materiales de estudio de Matemática Discreta 202
9.3 **Consideraciones finales de la Fase de Diseño** 206
9.3.1 Objetivo 3: Identificar las características que debe poseer un material de estudio para contribuir al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta . . 206
9.3.2 Objetivo 4: Diseñar un *e-textbook* de Matemática Discreta que contribuya al *engagement* del alumnado con su aprendizaje 208
9.4 **Consideraciones finales de la Fase Evaluativa** 210
9.4.1 Objetivo 5: Evaluar los efectos del *e-textbook* en el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta 210
9.5 **Implicaciones de la investigación** 212
9.6 **Limitaciones y prospectivas** 213
9.6.1 Limitaciones 213
9.6.2 Prospectivas 214
9.7 **Síntesis capitular** 214

DIFUSIÓN CIENTÍFICA DE LA TESIS 219
Artículos científicos 219
Capítulos de libro 219
Aportaciones a congresos nacionales e internacionales 219
Premios 220

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 223
. 223

ANEXOS **267**

Anexo 1. Cuestionario 1: *Engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta 267

Anexo 2. Cuestionario 2: Satisfacción del estudiante con los materiales de estudio de Matemática Discreta 269

Anexo 3. Cuestionario 3: Características de un material de estudio para generar *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta 271

Anexo 4. Cuestionario 4: Calidad del *e-textbook* como objeto de aprendizaje 273

Anexo 5. Prueba pedagógica A: Rendimiento académico en Matemática Discreta 275

Anexo 6. Prueba pedagógica B: Cuasi-experimento de rendimiento académico 277

Índice de Tablas

Tabla **1.1** Variables que inciden en el rendimiento académico en matemáticas 19

Tabla **1.2** Contenidos matemáticos en carreras ingenieriles 21

Tabla **1.3** Temas no relacionados con la informática en la *Computing Curricula* 25

Tabla **1.4** Contenidos de la Matemática Discreta impartidos en la *Computing Curricula* 25

Tabla **1.5** Contenidos de la Matemática Discreta impartidos en Cuba 26

Tabla **2.1** Algunas variables asociadas al *burnout* académico en diferentes contextos 35

Tabla **2.2** Marco de Trabajo para el *Engagement* con las Matemáticas 44

Tabla **3.1** Características de los aprendices nativos digitales 58

Tabla **4.1** Preguntas de investigación por cada objetivo propuesto 83

Tabla **4.2** Ítems que integran la escala *Contextos de aprendizaje* (Cuestionario 1) 91

Tabla **4.3** Ítems que integran la escala *Estrategias de gestión* (Cuestionario 1) 91

Tabla **4.4** Ítems que integran la escala *Materiales de estudio* (Cuestionario 1) 92

Tabla **4.5** Ítems que integran la escala *Estado emocional* (Cuestionario 1) 92

Tabla **4.6** Ítems que integran la escala *Engagement* (Cuestionario 1) 92

Tabla **4.7** Cuestionario 2: conceptos claves, fuentes relacionadas y ejemplos de ítems 93

Tabla **4.8** Ítems que integran la escala *Adecuación didáctica* (Cuestionario 2) 95

Tabla **4.9** Ítems que integran la escala *Capacidad de motivación* (Cuestionario 2) 95

Tabla **4.10** Ítems que integran la escala *Calidad tecnológica* (Cuestionario 2) 96

Tabla **4.11** Cuestionario 3: conceptos claves, fuentes relacionadas y ejemplos de ítems 97

Tabla **4.12** Ítems que integran la escala *Capacidad de interacción* 98

Tabla **4.13** Ítems que integran la escala *Exploración del conocimiento* (Cuestionario 3) 99

Tabla **4.14** Ítems que integran la escala *Relevancia* (Cuestionario 3) 99

Tabla **4.15** Ítems que integran la escala *Instrucción* (Cuestionario 3) 100

Tabla **4.16** Ítems que integran la escala *Calidad formativa* (Cuestionario 4) 101

Tabla **4.17** Ítems que integran la escala *Calidad de diseño y presentación* (Cuestionario 4) . . . 101

Tabla **4.18** Ítems que integran la escala *Calidad tecnológica* (Cuestionario 4) 102

Tabla **4.19** Análisis de la fiabilidad y de la validez desarrollados en la tesis 108
Tabla **4.20** Análisis descriptivos desarrollados en la tesis 109
Tabla **4.21** Análisis correlacionales desarrollados en la tesis 109
Tabla **4.22** Análisis multinivel multivariado desarrollado en la tesis 110
Tabla **4.23** Pruebas de contraste de Hipótesis desarrolladas en la tesis 111
Tabla **4.24** Proceso general de la investigación 112

Tabla **5.1** Autovalores de los factores de la escala *Contextos de aprendizaje* (Cuestionario 1) . 118
Tabla **5.2** Validez y fiabilidad de la escala *Contextos de aprendizaje* (Cuestionario 1) 118
Tabla **5.3** Autovalores de los factores de la escala *Estrategas de gestión* (Cuestionario 1) . . . 119
Tabla **5.4** Validez y fiabilidad de la escala *Estrategias de gestión* (Cuestionario 1) 119
Tabla **5.5** Validez y fiabilidad de la escala *Materiales de estudio* (Cuestionario 1) 120
Tabla **5.6** Validez y fiabilidad de la escala *Estado emocional* (Cuestionario 1) 121
Tabla **5.7** Validez y fiabilidad de la escala *Engagement* (Cuestionario 1) 121
Tabla **5.8** Validez y fiabilidad de la escala *Adecuación didáctica* (Cuestionario 2) 122
Tabla **5.9** Autovalores de los factores de la escala *Capacidad de motivación* (Cuestionario 2) . 123
Tabla **5.10** Validez y fiabilidad de la escala *Capacidad de motivación* (Cuestionario 2) 123
Tabla **5.11** Autovalores de los factores de la escala *Calidad tecnológica* (Cuestionario 2) 124
Tabla **5.12** Validez y fiabilidad de la escala *Calidad tecnológica* (Cuestionario 2) 124
Tabla **5.13** Descriptivos y correlaciones para los factores del Cuestionario 2 después del AFC . 125
Tabla **5.14** Validez y fiabilidad de la escala *Capacidad de interacción* (Cuestionario 3) 126
Tabla **5.15** Autovalores de los factores de la escala *Exploración del contenido* (Cuestionario 3) 126
Tabla **5.16** Validez y fiabilidad de la escala *Exploración del contenido* (Cuestionario 3) 127
Tabla **5.17** Autovalores de los factores de la escala *Relevancia* (Cuestionario 3) 128
Tabla **5.18** Validez y fiabilidad de la escala *Relevancia* (Cuestionario 3) 128
Tabla **5.19** Autovalores de los factores de la escala *Instrucción* (Cuestionario 3) 129
Tabla **5.20** Validez y fiabilidad de la escala *Instrucción*. Cuestionario 3 130
Tabla **5.21** Descriptivos y correlaciones para los factores del Cuestionario 3 después del AFC . 131

Tabla **6.1** Descriptivos de la escala *Contextos de aprendizaje* (Cuestionario 1) 136
Tabla **6.2** Descriptivos de la escala *Estrategias de gestión* (Cuestionario 1) 137
Tabla **6.3** Descriptivos de la escala *Materiales de estudio* (Cuestionario 1) 138
Tabla **6.4** Descriptivos de la escala *Estado emocional* (Cuestionario 1) 138
Tabla **6.5** Descriptivos de la escala *Engagement* (Cuestionario 1) 139
Tabla **6.6** Descriptivos del *engagement* (EMD) y el rendimiento académico (RMD) 141
Tabla **6.7** Correlaciones de la escala *Contextos de aprendizaje* con el EMD y el RMD 142

Tabla **6.8** Correlacionales de la escala *Estrategias de gestión* con el EMD y el RMD 143
Tabla **6.9** Correlaciones de la escala *Estrategias de gestión* con el EMD y el RMD 143
Tabla **6.10** Correlacionales de la escala *Estado emocional* con el EMD y el RMD 144
Tabla **6.11** Parámetros estimados para el modelo de efectos aleatorios 148
Tabla **6.12** Correlaciones del EMD y el RMD a niveles de estudiante y aula 149
Tabla **6.13** Descriptivos de la escala *Adecuación didáctica* (Cuestionario 2) 150
Tabla **6.14** Descriptivos de la escala *Capacidad de motivación* (Cuestionario 2) 151
Tabla **6.15** Descriptivos de la Escala *Calidad tecnológica*. Cuestionario 2 152
Tabla **6.16** Correlacionales de la escala *Adecuación didáctica* con el EMD y el RMD 153
Tabla **6.17** Correlacionales de la escala *Capacidad de motivación* con el EMD y el RMD . . . 154
Tabla **6.18** Correlacionaes de la escala *Calidad tecnológica* con el EMD y el RMD 155

Tabla **7.1** Descriptivos de los ítems de la escala *Capacidad de interacción* (Cuestionario 3) . . 160
Tabla **7.2** Descriptivos de los ítems de la escala *Exploración del contenido* (Cuestionario 3) . 161
Tabla **7.3** Descriptivos de los ítems de la escala *Relevancia* (Cuestionario 3) 162
Tabla **7.4** Descriptivos de los ítems de la escala *Instrucción* (Cuestionario 3) 163

Tabla **8.1** Distribución de frecuencias de la escala *Aspectos formativos* del Cuestionario 4 . . 187
Tabla **8.2** Distribución de frecuencias de la escala *Aspectos de diseño y presentación* 188
Tabla **8.3** Distribución de frecuencias de la escala *Aspectos tecnológicos* del Cuestionario 4 . 188
Tabla **8.4** Evaluación global y por dimensiones por parte de los expertos 189
Tabla **8.5** Media de los factores del Cuestionario 1 en el cuasi-experimento 191
Tabla **8.6** Diferencias de los factores del Cuestionario 1 en el cuasi-experimento 192
Tabla **8.7** Media de los factores del Cuestionario 2 en el cuasi-experimento 193
Tabla **8.8** Diferencias de los factores del Cuestionario 2 en el cuasi-experimento 194
Tabla **8.9** Media del rendimiento académico en el cuasi-experimento 195
Tabla **8.10** Diferencias del rendimiento académico en el cuasi-experimento 195

Tabla **9.1** Dimensiones, factores y total de ítems tras la validación del Cuestionario 1 200
Tabla **9.2** Dimensiones, factores y total de ítems tras la validación del Cuestionario 2 202
Tabla **9.3** Dimensiones, factores y total de ítems tras la validación del Cuestionario 3 206

Índice de Figuras

Figura **1.1** Líneas de investigación y variables en el aprendizaje de la Matemática Discreta . . 15

Figura **1.2** Estructura curricular de la *Computing Curricula* 24

Figura **1.3** Acciones del profesorado para mejorar el aprendizaje de la Matemática Discreta . 27

Figura **2.1** Resumen general del *engagement* según su definición y tipo 36

Figura **2.2** Una visión multinivel multivariada del *engagement* 41

Figura **2.3** Factores asociados al *engagement* matemático afectivo 42

Figura **2.4** Influencia del profesor en el *engagement* estudiantil 43

Figura **2.5** Variables explicativas del *engagement* y el rendimiento académico en Matemática Discreta desde un enfoque multinivel 47

Figura **3.1** Líneas de investigación sobre Tecnología Educativa 55

Figura **3.2** Clasificación de las Tecnologías 59

Figura **3.3** Las tecnologías y su influencia en el *engagement* 62

Figura **3.4** El *engagement* en los entornos virtuales de aprendizaje 65

Figura **3.5** Líneas de investigación en Tecnología Educativa y su relación con el aprendizaje de la Matemática Discreta 66

Figura **3.6** Satisfacción del estudiante con los materiales de estudio de Matemática Discreta . 69

Figura **3.7** Objeto de Aprendizaje Interactivo y Experimental (OA-IE) 71

Figura **4.1** Diseño de la investigación 84

Figura **4.2** Escalas del Cuestionario 1 90

Figura **4.3** Escalas del Cuestionario 2 94

Figura **4.4** Escalas del Cuestionario 3 98

Figura **4.5** Escalas del Cuestionario 4 100

Figura **5.1** Factores de los cuestionarios después de su validez y fiabilidad 131

Figura **7.1** Principios didácticos para el diseño del *e-textbook* de Matemática Discreta 165

Figura **7.2** Fundamentos empíricos de los principios didácticos para el diseño del *e-textbook* . 166

Figura **7.3** Estructuración del diseño del *e-textbook* de Matemática Discreta 169
Figura **7.4** Pantalla introductoria del *e-textbook* 170
Figura **7.5** Acceso al *e-textbook* en su formato .pdf (no interactivo) 171
Figura **7.6** *Unidad teórica*: mapa conceptual con el resumen del contenido 172
Figura **7.7** *Unidad de experimentación*: creación de ejemplos propios 172
Figura **7.8** *Unidad de experimentación*: ayuda al usuario 173
Figura **7.9** *Unidad de experimentación*: experimentación con preguntas del contenido 173
Figura **7.10** *Unidad de experimentación*: muestra de respuestas correctas e incorrectas 174
Figura **7.11** *Unidad de experimentación*: retroalimentación sobre respuestas erróneas 174
Figura **7.12** *Unidad de evaluación*: preguntas establecidas en el *e-textbook* 175
Figura **7.13** *Unidad de evaluación*: evaluaciones creadas por el profesor 175
Figura **7.14** *Unidad de evaluación*: creación de una nueva evaluación 176
Figura **7.15** *Unidad de evaluación*: agregar preguntas a una evaluación 176
Figura **7.16** *Unidad de evaluación*: creación de una pregunta en una evaluación 177
Figura **7.17** *Unidad de evaluación*: calificación de una evaluación 177
Figura **7.18** *Unidad de exploración*: acceso a recursos complementarios 178
Figura **7.19** *Unidad de exploración*: foros como ambientes de aprendizaje 178
Figura **7.20** *Unidad de exploración*: orientación de tareas extra clases 179
Figura **7.21** El *e-textbook* alerta al estudiante sobre nuevas notificaciones 179
Figura **7.22** *Unidad de exploración*: creación de crucigramas 180
Figura **7.23** *Unidad de exploración*: actividad gamificada con un crucigrama 180

Figura **8.1** Resumen gráfico de los resultados del cuasi-experimento 196

Índice de Gráficos

Gráfico **1.1** Informe PISA. Porcentaje de estudiantes, de algunas regiones y países, que no llegan al nivel dos en matemáticas 17

Gráfico **4.1** Distribución de la muestra por provincias. Fases Diagnóstica y de Diseño 86

Gráfico **4.2** Distribución de la muestra por género, nota de ingreso de matemática y opción en la que se solicitó la carrera. Fases Diagnóstica y de Diseño 86

Gráfico **4.3** Distribución de la muestra por provincias. Fase Evaluativa 88

Gráfico **4.4** Distribución de la muestra por género, nota de ingreso de matemática y opción en la que se solicitó la carrera. Fase Evaluativa 88

Gráfico **6.1** Estado actual del *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta ($\bar{x}$) 139

Gráfico **6.2** Niveles de *engagement* y rendimiento académico ($\bar{x}$) 140

Gráfico **6.3** Estado actual de la satisfacción del alumnado con sus materiales de estudio de Matemática Discreta ($\bar{x}$) 152

Gráfico **7.1** Características de un material de estudio para generar *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta ($\bar{x}$) 164

INTRODUCCIÓN

La sociedad actual exige a las instituciones universitarias la formación de profesionales altamente cualificados para propiciar un crecimiento socioeconómico en cada una de las regiones. Sin duda el reto es alto, diversos factores inciden hoy en el abandono de los estudios por parte de los alumnos, entre ellos la existencia de materias de alta complejidad, como las matemáticas. Se considera que las habilidades matemáticas de los profesionales son indispensables para el progreso y el futuro (Rylands & Shearman, 2018). No obstante, el rendimiento académico en esta materia es insuficiente (Cohen & Kelly, 2019). Desde décadas pasadas muchas investigaciones han estudiado los factores que influyen en el aprendizaje de la matemática, entre ellos factores cognitivos, afectivos y socioeconómicos (Namkung et al., 2019).

Dentro de las ingenierías, las matemáticas juegan un papel mucho más relevante que en otras materias, se complejiza el contenido y la necesidad de su aprendizaje. Especial interés cobra dentro de las carreras computacionales una parte de las matemáticas denominada como Matemática Discreta (MD), encargada del estudio de los procesos discretos y en la cual se agrupan contenidos poco comunes en la "matemática clásica" universitaria como Teoría de Grafos, Lógica, Teoría Combinatoria, Relaciones de Recurrencia, entre otros. Los objetivos de la MD están dirigidos, entre otros aspectos, a la modelación y la simulación de estructuras y procesos que intervienen en la solución computacional de problemas.

Desde la década de los setenta, cursos de MD forman parte del currículum de todas las universidades que forman profesionales de la computación (Zhang & Zhang, 2019). Vale destacar que los contenidos de esta parte de las matemáticas son altamente complejos, lo que influye en el bajo rendimiento académico del alumnado (Amaya et al., 2017). Dentro de los factores que propician cambios significativos en el rendimiento académico en MD se encuentran la motivación y el compromiso de los estudiantes con su aprendizaje (Amaya et al., 2017; Goldin, 2018).

Precisamente, varios estudios sobre motivación apuntan hacia un constructo relativamente joven en educación: el *engagement*, el cual invita a ser estudiado por los expertos en educación superior (Adams- Becker et al., 2017). La mayoría de las investigaciones foráneas han estado dirigidas a la confirmación de la incidencia del constructo y a los factores que influyen en su existencia (Leis et al., 2015; Gbollie & Keamu, 2017). No obstante, es oportuno señalar que en Cuba son escasos los estudios publicados sobre esta temática.

El *engagement* en educación es visto como una participación actitudinal activa mantenida en el tiempo acompañada de un sentimiento emocional positivo. Su estudio nace con el objetivo de conectar a los estudiantes con su aprendizaje, partiendo de los factores que propician un mejor rendimiento académico y reducen el abandono escolar (Reyes, 2016). Dentro de estos factores se encuentra la utilización de las tecnologías en el aprendizaje (Attard & Holmes, 2020).

Ciertamente, la Tecnología Educativa (TE) es una de las disciplinas de Ciencias de la Educación que más ha evolucionado. Cabero (2015) reconoce que la visión sobre la TE se ha ido moviendo desde el principio en dos grandes visiones: la aplicación de los medios y el diseño de la instrucción, lo cual ha repercutido para que estas dos visiones existan también en su campo de investigación. Martin y Bolliger (2018) plantean que los estudiantes deben ser partícipes a la hora de seleccionar qué tecnología utilizar y cómo diseñarla. También se ha demostrado que incluir actividades tecnológicas fuera del aula mejora el *engagement* y la aceptación de los propios alumnos (Northey et al., 2018; Zhu, 2006).

La necesidad de obtener mejores niveles de *engagement* ha resultado en el desarrollo de pautas para diseñar recursos educativos efectivos. La comunidad científica aboga por diseñar materiales de estudio con altos niveles de interacción tecnológica que ayuden a los estudiantes a enfrentarse, con aceptables niveles de *engagement* al proceso de enseñanza-aprendizaje de asignaturas de alta complejidad (Henrie et al., 2015). Dentro de los materiales de estudio más utilizados y preferidos por estudiantes y profesores se encuentran los libros de texto (Elias et al., 2012). Se considera que un libro de texto puede ser de gran ayuda en el proceso de enseñanza-aprendizaje, sin embargo, el acelerado desarrollo de las tecnologías y la presencia de asignaturas con un alto rigor científico, entre otras causas, demandan una formación profesional a la que el libro de texto, en su formato tradicionalmente conocido, le es complejo dar respuesta (Baek & Monaghan, 2013).

Lo planteado se evidencia en las insuficiencias que presentan la mayoría de los libros de texto en formato impreso a la hora de permitir la interactividad, de emplear mecanismos para la evaluación y la retroalimentación automática con ejercicios ilimitados y de posibilitar la experimentación con su contenido (Mohammed & Ebied, 2015). Esto justifica la necesidad de diseñar libros de texto interactivos (*e-textbooks*) para garantizar un aprendizaje de la MD más ajustado a la complejidad de esta materia, donde los alumnos requieren de ambientes de estudio en los que la graficación, la visualización y la interacción juegan un papel primordial (Baek & Monaghan, 2013; Jones et al., 2016; Kaleli, 2014).

El trabajo que aquí se propone, pretende aportar un *e-textbook* que tribute al *engagement* y al rendimiento académico en MD. Para ello se contribuye además con dos instrumentos propios, uno para determinar la satisfacción del alumnado con sus materiales de estudio de matemáticas y otro para determinar las características de un material de estudio para generar *engagement*. Consideramos que esta propuesta responde a la necesidad actual de propiciar un acercamiento de las tecnologías educativas al aprendizaje de las matemáticas.

La estructura de esta tesis se divide en cuatro apartados claramente diferenciados. La primera parte de este informe se corresponde con el marco teórico; presenta los pilares fundamentales teórico-científicos sobre los que se sustenta y apoya este estudio. En la segunda parte, se muestra el diseño metodológico, así como los instrumentos utilizados para llevar a cabo nuestro estudio. En la tercera parte se exponen detalladamente los resultados obtenidos a partir del análisis de los datos procesados. Finalmente en las conclusiones se discuten los hallazgos contrastándolos con investigaciones recientes y se plantean las limitaciones y prospectiva del estudio.

De manera detallada, en el primer capítulo se profundiza en la falta de rendimiento académico en MD, determinando las variables que inciden en esta problemática. Se argumentan las principales líneas de investigación que abordan el aprendizaje de esta materia y se detalla, desde el punto de vista curricular, las características de su enseñanza. Posteriormente se realiza una revisión de los principales desafíos para su aprendizaje.

En el segundo capítulo se comienza realizando un análisis sobre el rendimiento académico en estudiantes con perfil tecnológico, donde se evidencia que la motivación juega un papel fundamental en el aprendizaje de la matemática. Esto propicia un abordaje profundo del constructo *engagement*,

analizando las principales variables que contribuyen a su desarrollo. Por último, se teoriza en los factores de los estudiantes y las aulas que contribuyen al *engagement* y al rendimiento académico en MD.

En el tercer capítulo se aborda la importancia de la Tecnología Educativa en el aprendizaje, al tener en cuenta que la utilización de las tecnologías es de las variables que más influye tanto en el *engagement* como en el rendimiento académico en MD. En este capítulo se puntualizan además características de la generación de estudiantes que tenemos actualmente en las aulas, los cuales precisan de entornos más interactivos para desarrollar un aprendizaje con adecuados niveles de *engagement*. Finalmente se aborda la importancia de los materiales de estudio de matemáticas, enfatizando en los *e-textbooks* como herramientas tecnológicas con amplias potencialidades para apoyar un acercamiento hacia un aprendizaje más interactivo, con independencia del tiempo y el espacio donde se aprenda.

El cuarto capítulo detalla el desarrollo metodológico de la tesis, mostrando en sus inicios los objetivos y las preguntas de investigación. A continuación se aborda el esquema propio de la investigación, así como la caracterización de la población y la muestra. La estructuración del estudio consta de tres fases: diagnóstica, de diseño y de evaluación del *e-textbook*. Seguidamente se detallan los instrumentos para la recogida de datos, explicando su creación o su proceso de adaptación. Al final del capítulo se muestran las técnicas de análisis de datos que se utilizan en este trabajo, así como la naturaleza de las mismas y su aplicación.

El quinto capítulo detalla las características de los instruméntos de recogida de datos. En el caso de los cuestionarios elaborados *ad hoc* para esta tesis (dos de ellos), se especifica su proceso de construcción y validación, utilizando Análisis Factorial Exploratorio y Confirmatorio. En los demás instrumentos se muestran sus escalas e ítems, además de los objetivos que persigue su utilización en esta investigación.

El sexto capítulo muestra los resultados de la Fase Diagnóstica. Comienza mostrando el estado actual del *engagement* hacia el aprendizaje de la MD, confirmando los factores de los estudiantes y las aulas que intervienen en el *engagement* y el rendimiento académico en MD, a partir de un análisis multinivel multivariado. Este capítulo concluye con la caracterización del estado actual de la satisfacción del alumnado con sus materiales de estudio de MD.

El séptimo capítulo muestra los resultados de la Fase de Diseño. Se comienza abordando las características que debe poseer un material de estudios para generar *engagement* hacia el aprendizaje de las matemáticas. La esencia de este capítulo es la presentación del diseño del *e-textbook*, a partir de la definición de los aspectos tecnológicos y didácticos y concluyendo con la estructuración del diseño propuesto.

El octavo capítulo muestra los resultados de la Fase Evaluativa. Se comienza mostrando la validación del *e-textbook* como objeto de aprendizaje, esta validación se realiza por el profesorado desde el punto de vista formativo, de diseño y tecnológico. El capítulo concluye mostrando el resultado del cuasi-experimento en relación con tres variables fundamentales: *engagement* hacia el aprendizaje de la MD, satisfacción del alumnado con su nuevo material de estudio de MD y rendimiento académico en MD.

En el noveno capítulo se discuten los resultados y se aportan las conclusiones de la tesis. Esta discusión se desarrolla de acuerdo a las distintas fases del diseño metodológico: Diagnóstica, de Diseño y Evaluativa. Se presentan además las principales limitaciones de la investigación y sus prospectivas.

En síntesis, esta tesis doctoral aporta, desde el marco teórico establecido y el trabajo de investigación desarrollado, el diseño de un *e-textbook* que contribuye de manera efectiva al *engagement* y al rendimiento académico en MD.

I

Marco Teórico de la investigación

CAPÍTULO 1

El aprendizaje de la Matemática Discreta

1.1 Presentación

1.2 Principales líneas de investigación sobre el aprendizaje de la Matemática Discreta

1.3 El aprendizaje de la Matemática Discreta: variables predictivas del rendimiento académico

1.4 El aprendizaje de la Matemática Discreta desde un perspectiva curricular

1.4.1 La enseñanza de la Matemática Discreta en Cuba

1.5 Desafíos para la enseñanza de la Matemática Discreta

1.6 Síntesis capitular

CAPÍTULO 1

EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA DISCRETA

1.1. Presentación

La matemática es una de las ciencias de mayor importancia para el hombre. Los contenidos matemáticos son aprendidos por millones de estudiantes de todo el mundo desde el nivel primario hasta el universitario. Dentro del contexto universitario, y en el marco de las titulaciones asociadas a la informática, cobra especial interés la Matemática Discreta (MD), encargada de estudiar los procesos discretos computacionales.

En este capítulo se analiza el estado actual de la Matemática Discreta, desde sus principales líneas de investigación hasta su desarrollo curricular; enfatizando sobre la necesidad de contribuir a su aprendizaje con altos niveles de calidad. Para ello se comienza analizando las principales variables que influyen en la problemática fundamental de esta investigación: el bajo rendimiento académico en MD. El análisis de dichas variables posibilitará un mejor desarrollo de la parte empírica de este estudio.

Se continúa este primer capítulo exponiendo las principales líneas de investigación que abordan la problemática anterior, estas líneas son: la psicología educativa en el aprendizaje de la MD, la resolución de problemas y la utilización de las tecnologías. Seguidamente se realiza un análisis del "tipo" de matemáticas que se enseña en las ingenierías y especialmente en los profesionales de la informática. Lo que permitirá exponer la concreción del aprendizaje de la MD desde el punto de vista curricular, tanto en el contexto cubano como a nivel internacional.

Finaliza este capítulo planteando algunos desafíos o retos para la enseñanza de la MD con aceptables niveles de calidad. De esta forma se reafirma la necesidad de discutir sobre la enseñanza de la matemática y específicamente sobre el papel de la Matemática Discreta en la formación de los profesionales de la informática, supone una mirada hacia la necesidad de investigaciones que propicien una mejora del rendimiento académico de los estudiantes, con el objetivo final de entregar a la sociedad profesionales cada vez más cualificados.

1.2. El aprendizaje de la Matemática Discreta: principales líneas de investigación

En la 46 Conferencia Internacional de Educación de la UNESCO, celebrada en Ginebra en el 2001, se señalaron factores que dificultan el desarrollo de la educación científica. Entre estos factores destaca el poco interés en las matemáticas por parte de los jóvenes debido, entre otras causas, a la complejidad de su aprendizaje (Ruiz, 2008).

Por otra parte, la matemática es una ciencia que se renueva con el desarrollo tecnológico y social, por lo que su estudio se convierte en algo complejo (Delaney & Devereux, 2020) . Así sucede con la Matemática Discreta (MD), materia asociada a la evolución de la informática, por lo que su desarrollo es constante.

Tal y como expresan Kularbphettonga et al. (2015), un curso de MD se debe centrar en la corrección, la lógica y los algoritmos, y la mayoría de los estudiantes presentan dificultades para aprender estos contenidos; lo que justifica que diversas investigaciones se dediquen a estudiar y realizar propuestas para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en esta materia.

Las principales líneas de investigación identificadas sobre el aprendizaje de la Matemática Discreta son (García-Hernández & González-Ramírez, 2020; Goldin, 2018; Kaleli, 2014; Ker, 2016):

a) La psicología educativa en el aprendizaje de la MD (Blanco, 2018; Goldin, 2018): se estudia la conducta de los estudiantes, sus dificultades afectivas y la motivación como constructo que propicia un nivel de “enganche” de los alumnos con sus estudios.
b) La resolución de problemas para contribuir al rendimiento académico de la MD (Chen et al., 2017; Sengupta-Irving & Agarwal, 2017; Vysoka, 2018): se estudian las características cognitivas, de la personalidad y habilidades individuales de los estudiantes para enfrentarse a la resolución de problemas.

c) Las TIC en el aprendizaje de la MD (Betteridge et al., 2019; Chen et al., 2017; Raykova et al., 2019): Se estudian problemáticas asociadas a la utilización de las tecnologías en el aprendizaje, además de propuestas tecnopedagógicas que contribuyen a que el estudiante sea capaz de aprender a aprender.

Cabe señalar que existen escasas investigaciones cubanas que han materializado las principales dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de la Matemática Discreta. En cuanto a la primera línea anteriormente expuesta, investigadores como Chirino (2015) estudian las dificultades de carácter motivacional, tales como las expectativas de éxito, compromiso antes los estudios, ansiedad ante los exámenes, capacidad para afrontar los retos, entre otras; para contribuir a la independencia cognoscitiva de los estudiantes. Esta línea también es asumida por García-Hernández (2014) quien muestra cómo la motivación de los estudiantes por el aprendizaje de la MD está relacionada directamente con un rendimiento académico adecuado.

Según Carrasco et al. (2012) los estudiantes poseen dificultades a la hora de desarrollar habilidades matemáticas que les permitan resolver problemas asociados a su profesión. Estas brechas en la resolución de problemas son enfatizadas en la investigación de Pérez (2018) cuando resalta la falta de pensamiento computacional de los discentes para afrontar de manera autónoma el aprendizaje de la MD. Además, se enfatiza en la importancia de dicho pensamiento para que el estudiante sea capaz de aprender a aprender. Para lograr este propósito una investigación de la Universidad de la Habana muestra cómo los estudiantes presentan grandes dificultades para gestionar su conocimiento, lo cual empeora cuando dicha problemática trasciende al alumnado y se convierte en una limitante del claustro y de la institución (Castellanos, 2015).

Especial atención le brindan profesionales de la Universidad de las Ciencias Informáticas (Blanco, 2015; Castro, 2014; García-Hernández, 2014) a la dificultad que presentan los estudiantes para establecer las relaciones interdisciplinarias de los contenidos de MD con otras asignaturas del currículo. Lo anterior desencadena una pérdida de la significatividad del contenido, lo que influye en los bajos niveles de rendimiento académico.

Al hacer un análisis del rendimiento académico Amaya et al. (2017) llegaron a la conclusión que los estudiantes logran mejorar sus habilidades de MD cuando se relacionan con la tecnología, en consonancia con la tercera línea de investigación identificada. El alumnado presenta mayores

dificultades cuando aprende en ambientes no tecnológicos, al tener en cuenta que son estudiantes que cursan titulaciones en ramas de la computación. Con lo anterior coinciden García-Hernández y González-Ramírez (2019) al exponer como los alumnos presentan problemas a la hora de seleccionar sus materiales de estudio y además demuestran cómo prefieren aprender en ambientes interactivos, donde desarrollen sus habilidades a partir de la creación dinámica de ejercicios ilimitados. Estos investigadores proponen la creación de objetos de aprendizaje interactivos y experimentales con buena aceptación por parte del alumnado.

Se quisiera destacar, por su carácter integrador, la investigación efectuada por Sánchez-Ansola et al. (2016). Estos profesores revelan como los estudiantes presentan bajos niveles de motivación, dificultades en su trabajo independiente, en su concepción interdisciplinaria de la Matemática Discreta y por ende en la resolución de problemas.

A nivel internacional, las líneas de investigación sobre el objeto de estudio, no están alejadas a las analizadas en el contexto cubano. Profesionales de la Universidad de Costa Rica, Vílchez y González (2014), muestran como punto de partida para su investigación la falta de compromiso de los estudiantes para su aprendizaje de la Matemática Discreta, por lo que proponen su enseñanza en entornos tecnológicos de modo que se acerque a los alumnos a su objeto de profesión. Es importante destacar que varios autores concuerdan con esta visión (Abdul Gafoor & Sarabi, 2015; Souza et al., 2014). En la línea psicológica Gafoor y Kurukkan (2015) concluyen que diversos factores afectan el aprendizaje de los estudiantes, entre ellos: la ansiedad ante los exámenes, las expectativas de éxito, el autoconcepto académico y el estrés académico.

Varios investigadores ven en el aprendizaje de la Matemática Discreta la necesidad de reforzar habilidades matemáticas básicas que permitan la resolución de problemas de forma autónoma (Akyuz & Stephan, 2020; Amaya et al., 2017; Doruk & Kaplan, 2015). En un estudio realizado en la Universidad de Pennsylvania Cozad y Riccomini (2016) manifestaron que los estudiantes poseen dificultades en sus métodos de estudio y en la selección de los materiales de estudio, lo que afecta a su proceso de aprendizaje.

En cuanto a los materiales de estudio son recurrentes las investigaciones que concuerdan en que dicha variable es de vital importancia en el aprendizaje de la Matemática Discreta (Amaya et al., 2017; Morales, 2013; Ramírez et al., 2012).

Las estrategias de aprendizaje son vistas como una dificultad común en varios estudiantes, de ahí que se busquen mecanismos y variantes tecnopedagógicas que contribuyan en un aprendizaje más efectivo de la MD (Kularbphettonga et al., 2015). En este sentido UI Chusna et al. (2020) plantean los efectos positivos, en los estudiantes, de las estrategias de aprendizaje por indagación.

Investigaciones muestran como elemento de marcada dificultad la poca significatividad que le brindan los estudiantes a los contenidos de la MD, de ahí que se desarrollen propuestas académicas que propicien amplias relaciones interdisciplinarias con otras asignaturas (Muldoon & Kahn, 2015).

Se desea destacar en este análisis la variable relacionada con el desarrollo del pensamiento computacional de los estudiantes, de especial importancia si se tiene en cuenta el tipo de carreras en las que se imparte la MD (Amaya et al., 2017; García-Hernández, 2014; Haviger, 2011; Mihova et al., 2015; Mohammed & Ebied, 2015; Morales, 2013; Ramírez et al., 2012).

En la Figura 1.1 se muestra una síntesis de las principales líneas de investigación que convergen en el aprendizaje de la Matemática Discreta.

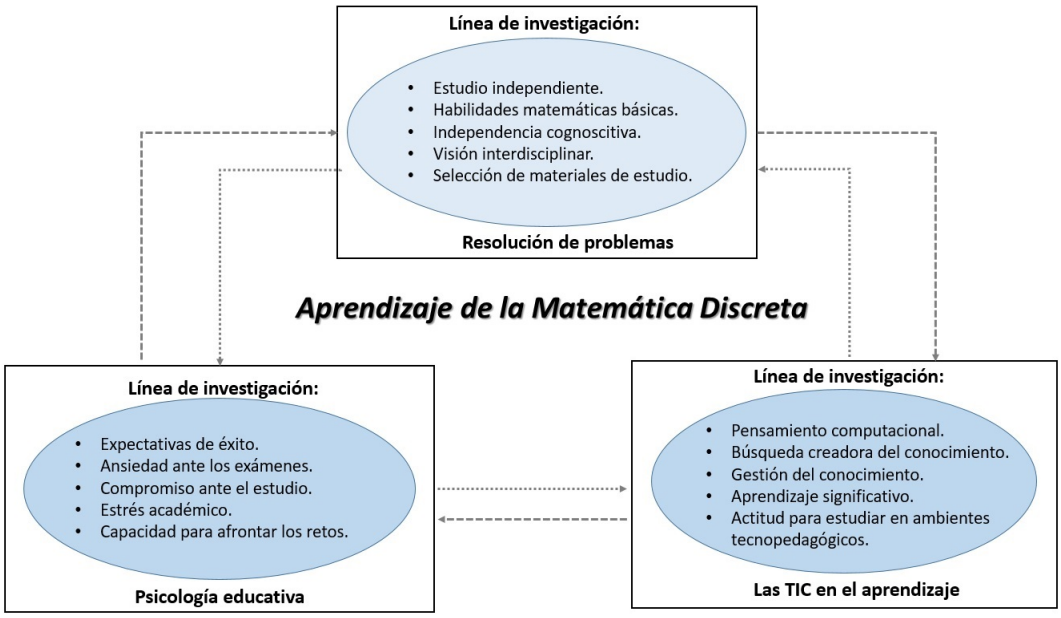


Figura 1.1: Líneas de investigación y variables en el aprendizaje de la Matemática Discreta

Los estudios que nutren estas líneas de investigación nos revelan la necesidad de analizar las variables que inciden en el bajo rendimiento académico de la MD. Esto permitirá la creación de propuestas académicas que contribuyan a mejorar el aprendizaje de esta materia de alta complejidad.

1.3. El aprendizaje de la Matemática Discreta: variables predictivas del rendimiento académico

La matemática es de las materias más estudiadas en todas las instituciones escolares debido a que sus contenidos están relacionados con muchos otros campos y disciplinas. El rendimiento académico en matemáticas se considera un centro de atención y un problema crítico en muchos países (Zamora-Araya, 2020).

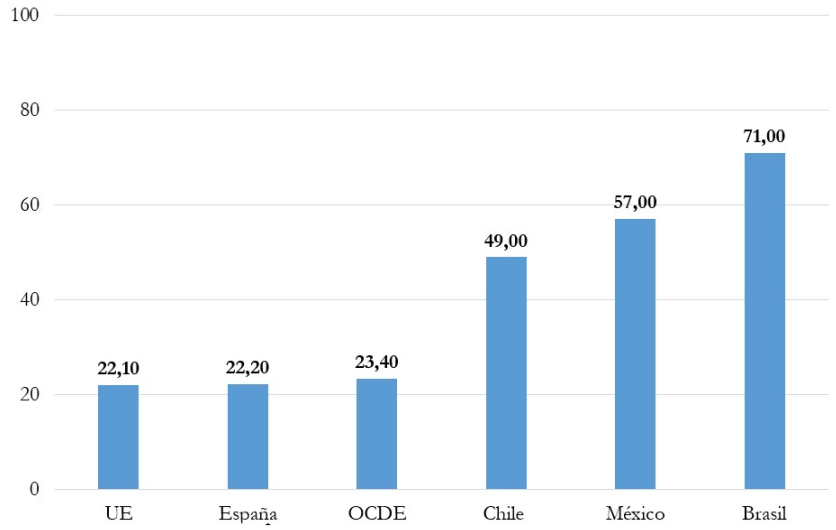
De acuerdo con Godino et al. (2015) saber matemáticas, es algo más que repetir las definiciones o ser capaz de identificar propiedades de números, magnitudes, polígonos u otros objetos matemáticos. El alumno que sabe matemáticas debe usar su lenguaje y contenidos para resolver problemas. No es posible dar sentido pleno a los objetos matemáticos si no los relacionamos con los problemas de los que han surgido.

Medir el conocimiento matemático del estudiante tiene sus características peculiares en cada institución educativa. Un buen intento de homogeneizar esta evaluación del rendimiento académico es el estudio PISA (*Programme for International Student Assessment*), el cual trata de contribuir a la evaluación de lo que los jóvenes de 72 países saben y son capaces de hacer a los 15 años, es decir, al final de su educación obligatoria, lo cual ofrece una visión sobre el conocimiento matemático antes de ingresar a la universidad. Evalúa no sólo lo que el alumno ha aprendido en el ámbito escolar, sino también lo adquirido por otras vertientes no formales e informales de aprendizaje, fuera del centro escolar. Se valora cómo pueden extrapolar su conocimiento, sus destrezas cognitivas y sus actitudes a contextos en principio extraños al propio alumno, pero con los que se tendrá que enfrentar a diario en su propia vida (Ministerio de Educación Cultura y Deporte, 2015).

La definición de los niveles de rendimiento de las áreas evaluadas en el estudio PISA desempeña un papel clave para interpretar y valorar los resultados de los alumnos, debido a que se determinan los conocimientos que deben tener para alcanzar cada uno de los niveles descritos, así como las destrezas necesarias y las tareas que deben realizar para resolver los problemas planteados. La descripción de los niveles de rendimiento se corresponde con la dificultad de las preguntas adaptadas a cada uno de los niveles. En matemáticas se han establecido seis niveles de rendimiento, donde el nivel uno es el más bajo y seis es el máximo nivel.

Los resultados del informe PISA (Ministerio de Educación Cultura y Deporte, 2015) mostraron que el 23,4 % de los estudiantes de los países de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos) no llegan al nivel dos en matemáticas. En España el resultado es similar, un 22.2 % de los estudiantes se encuentra en los niveles más bajo de rendimiento académico. Países latinoamericanos como México, Brasil y Chile poseen los resultados más desalentadores (ver Gráfico 1.1).

Gráfico 1.1: Informe PISA. Porcentaje de estudiantes, de algunas regiones y países, que no llegan al nivel dos en matemáticas



No solo los informes PISA muestran la preocupación de la comunidad docente e investigadora en relación al rendimiento académico en matemáticas. Cada año se publican gran cantidad de artículos de investigación en relación con este tema. Revistas como *American Educational Research Journal* y *Educational Researcher* de la Asociación Americana de Investigación Educativa publican regularmente resultados de investigaciones que tratan de explicar el desempeño escolar en educación primaria, secundaria y superior.

A nivel universitario el rendimiento académico en matemáticas es también insuficiente, los alumnos poseen disímiles carencias que les impiden superar esta materia (Cohen & Kelly, 2019; Yarnell & Bohrnstedt, 2018). En el caso específico de la MD, es una materia de alta complejidad, las tasas de abandono son altas y el rendimiento académico es bajo (Amaya et al., 2017; Kularbphettonga et al., 2015).

La revisión de la literatura sobre rendimiento académico en MD ha aportado una conclusión importante y es que nos enfrentamos a un constructo de naturaleza multidimensional (Cohen &

Kelly, 2019) que precisa de un abordaje metodológico que permita identificar de manera integrada las variables que afectan al desempeño del estudiante.

Diversas investigaciones (Kyaruzi et al., 2019; Namkung et al., 2019; Tossavainen et al., 2019; Treviño et al., 2017) abundan en el estudio de las causas que influyen en el rendimiento académico, determinando las variables que en contextos determinados predicen su comportamiento.

En este sentido, Treviño et al. (2017) concluyen que variables como la satisfacción con la titulación, simultanear estudios y trabajo a la vez y los estudios realizados previamente resultan determinantes. Este último aspecto es coincidente con otras investigaciones que incluyen además variables tales como la puntuación para el ingreso a la universidad, la condición étnica, la asistencia a una escuela pública y las habilidades psicopedagógicas (Yarnell & Bohrnstedt, 2018). Factores sociales como la educación de los padres, la provincia de procedencia y la motivación hacia el estudio fueron analizados por otras investigaciones destacando el uso de modelos estadísticos (Chaparro et al., 2015; Saw et al., 2017).

De igual manera variables motivacionales predicen el rendimiento académico en la propuesta científica de investigadores que destacan además como factor predictivo la conducta de los estudiantes (Castellanos et al., 2017; González & Valenzuela, 2016) . En los trabajos realizados por Garbanzo (2014) y Pokropek et al. (2017) las variables socioeconómicas son predictivas del rendimiento académico.

Respecto a la variable prueba de ingreso a la educación superior, los hallazgos fueron coincidentes con otros resultados en la medida que el rendimiento de los alumnos estaba asociado a una puntuación alta de ingreso a la universidad (Mora, 2015). Este estudio también concluyó que el rendimiento académico de los años posteriores estaba asociado a las calificaciones obtenidas en el primer año.

Especial interés prestan diversos autores a la relación existente entre el rendimiento en la universidad y las pruebas de ingreso de matemática, como examen que mide el desarrollo lógico y algorítmico necesarios para enfrentar estudios superiores (Soria-Barreto & Zúñiga-Jara, 2014). El rendimiento académico en matemáticas es además determinado por disímiles autores a partir de un grupo de factores actitudinales, sociales, cognitivos y motivacionales (Mercader et al., 2017; Reimann et al., 2013).

Otras investigaciones se han centrado en determinar el efecto que tienen sobre el rendimiento académico las horas que el estudiante dedica al trabajo como actividad complementaria al estudio, además de diversas variables motivacionales (Stinebrickner & Stinebrickner, 2003).

Una de las variables de mayor abordaje científico es la referente al género. De forma general la mayoría de los estudios concluyen que las chicas poseen un menor rendimiento académico que los chicos (Gladstone et al., 2018; Iriberri & Rey-Biel, 2019; Mejía-Rodríguez et al., 2020).

La Tabla 1.1 muestra un resumen de algunas variables que inciden en el rendimiento académico en matemáticas.

Tabla 1.1: Resumen de variables que inciden en el rendimiento académico en matemáticas (García-Hernández & González-Ramírez, 2020)

Dimensión	Variable
Actitudinal	Planificación del estudio
	Estilos de aprendizaje
	Tiempo dedicado al trabajo independiente
	Problemas de conducta
Cognitiva	Examen de ingreso a la Educación Superior
	Niveles de inteligencia
	Estrategias de aprendizaje
Social	Nivel educacional de los padres
	Género
	Condición étnica
	Condicionamiento familiar
	Lugar de procedencia
	Tipo de institución
Económica	Nivel económico
	Salario de los padres
Motivacional	Expectativa de éxito
	Ansiedad ante los exámenes
	Bienestar psicológico
	Compromiso y vigor ante el estudio
Institucional	Calidad del profesor
	Materiales de estudio
	Condiciones y ambiente de la institución

El dominio de estas variables permitirá el desarrollo de propuestas académicas e investigaciones científicas que propicien un mejor rendimiento académico en matemáticas, para contribuir a evitar el abandono escolar.

1.4. El aprendizaje de la Matemática Discreta desde una perspectiva curricular

Una vez expuestas las principales líneas de investigación en MD resulta importante conocer la concreción que ésta adquiere a nivel curricular. Los conceptos matemáticos, las propiedades y las demostraciones lógicas han tenido a lo largo de toda la historia un origen práctico, vinculado con la actividad desarrollada por el hombre en su relación con el medio (Hoffmann & Costa, 2018; Lochmiller & Cunningham, 2019). Muchos de los logros que a nivel mundial se producen en el campo de la ingeniería están respaldados por teorías matemáticas.

Un elemento importante en la actualidad es el desarrollo informático, las tecnologías informáticas contribuyen a la aplicación, en problemas de ingeniería, de conceptos matemáticos, por lo cual se puede afirmar que en la actualidad la ingeniería está altamente "matematizada" (Gustiani et al., 2017). El desarrollo vertiginoso de las ciencias informáticas influye en las matemáticas contemporáneas, pues las habilidades que necesitan los profesionales en la actualidad son diferentes a las de años anteriores. La aparición de la tecnología contemporánea ratifica cada vez más que, la matemática es una manera de pensar, de enfrentar y resolver problemas.

La enseñanza de la matemática en la ingeniería se centra en dos líneas de investigación fundamentales, la primera aquella que aborda desde el punto de vista curricular los contenidos matemáticos que deben impartirse en carreras ingenieriles, la segunda referente a las habilidades que debe generar en el futuro ingeniero la formación en matemática recibida.

En cuanto a la primera línea de investigación cabe señalar que el Convenio Andrés Bello (CAB, 2019), firmado por países como Cuba y España, establece contenidos curriculares mínimos en matemáticas para ingenierías. Entre estos contenidos se encuentran los relacionados con funciones, límites y continuidad, diferenciación, derivadas, integrales, series numéricas y cálculo vectorial.

Investigadores como Rojas et al. (2016) señalan que contenidos como el trabajo algebraico y el dominio de la teoría de los números son esenciales en la Ingeniería. De igual forma se enfatiza en el dominio de las funciones continuas. Bird (2006) propone además el trabajo con áreas y volúmenes, además del estudio de la trigonometría, entre otros contenidos.

A diferencia de muchos profesores Ram y Davim (2018) establecen que los estudiantes de ingeniería deben dominar las técnicas de *soft computing* y sus aplicaciones. Proponen además el estudio, entre

otros contenidos, de los estimadores de Kernel para el análisis de datos y de las redes neuronales. Por su parte Jeffrey (2004) propone el estudio de las funciones exponenciales, logarítmicas e hiperbólicas y una introducción a las funciones complejas; además de la manipulación algebraica simbólica a través de programas informáticos.

En una de las propuestas de mayor impacto educativo Kreyszig (2010) establece la necesidad de estudiar las ecuaciones diferenciales, la profundización en el álgebra lineal, la introducción al tema de los análisis complejos y la teoría de grafos. Especial interés se les presta a los contenidos relacionados con la Probabilidad y Estadística.

La Tabla 1.2 muestra un resumen de los contenidos matemáticos que se estudian en carreras ingenieriles.

Tabla 1.2: Resumen de contenidos matemáticos en carreras ingenieriles

Contenidos matemáticos en carreras ingenieriles	
Funciones	Trigonometría
Límite y continuidad	*Soft computing*
Derivadas	Análisis de Datos
Integrales	Álgebra lineal
Series numéricas	Ecuaciones diferenciales
Cálculo vectorial	Análisis complejo
Teoría de números	Teoría de Grafos
Áreas y volúmenes	Probabilidad y Estadísticas

No solo es determinante el contenido matemático que recibe el futuro ingeniero sino las competencias o habilidades que se potencian en su formación. Una de las actividades distintivas del ingeniero es la resolución de problemas, la cual es potenciada por la matemática, como actividad típicamente humana (Godino et al., 2015).

Para desarrollar en el alumnado la competencia de resolución de problemas es necesario diseñar estrategias que posibiliten una mayor perseverancia del estudiante y altas dosis de motivación (Sengupta-Irving & Agarwal, 2017). Otros investigadores consideran que es vital la utilización de las tecnologías para contribuir a la resolución de problemas (Cohen & Kelly, 2019; Maker, 2020; Matzakos & Kalogiannakis, 2017).

El aprendizaje basado en problemas busca que los estudiantes sean capaces de aprender y aplicar los contenidos, desarrollar habilidades de pensamiento crítico, y adquirir destrezas para abordar

problemas contextualizados a la profesión (González-Ramírez, 2000). Para adquirir estas destrezas ha de saber aprender autónomamente, saber calcular, comunicar y trabajar en equipo.

Precisamente el trabajo en equipo es una habilidad que según Thakur (2020) debe ser potenciada en el estudiante universitario para el aprendizaje de las matemáticas. Las problemáticas de la sociedad actual se resuelven en conjunto, rara vez una persona por si sola puede realizar un aporte educacional o científico, de ahí la importancia de trabajar en grupos desde el propio aprendizaje matemático (Godino et al., 2015).

Para resolver un problema, una persona requiere apoyarse en el análisis y razonamiento matemático para comprender qué se debe hacer, entender la información disponible para buscar la solución y seleccionar estrategias adecuadas que, en base a la información que se posee, le permita llegar a la solución (Urquizo et al., 2018). El razonamiento matemático es una actividad fundamental y compleja, la cual podría ser una de las principales razones de las dificultades que presentan los estudiantes en esta materia durante la universidad (Nagel et al., 2018).

Por último, se quiere destacar una habilidad que no es intrínsecamente matemática pero que contribuye directamente a su aprendizaje, es la relacionada con el uso de herramientas de aprendizaje (Bywater et al., 2019). En la ingeniería es vital dominar herramientas que contribuyen directamente a la resolución de problemas, por lo que se hace necesario, desde la propia enseñanza de la matemática, el dominio de medios tecnológicos (Ivanov et al., 2018).

Conceptos como los de continuidad y cálculo diferencial son contenidos de los que se ocupa la matemática continua, sus procesos por lo general no son contables. Algunas de sus definiciones fundamentales son las de límites y suavidad en las curvas; al trabajar con número reales es imposible numerar, por ejemplo, los elementos que se encuentran entre el número 2 y el 3. Con el surgimiento de la computación fue necesario trabajar con conjuntos numerables; se hacía necesario computar, por lo que la Teoría de Grafos, la Lógica y la Teoría Combinatoria, entre otros, temas condujeron al surgimiento de una nueva área de la matemática: la Matemática Discreta (MD).

Hablando sobre la importancia de la combinatoria (área fundamental de la MD) para la informática destacados científicos plantearon:

> El desarrollo reciente de la combinatoria es en cierto modo la historia de la cenicienta: los matemáticos ortodoxos la miraban por encima del hombro, considerándola menos

> respetable que otras áreas a pesar de sus muchos servicios tanto a la matemática pura como aplicada. Pero entonces llegó el príncipe de la informática con todos sus problemas y necesidades matemáticas, y la combinatoria fue a quien mejor le entraba el zapatito de cristal (Bjorner & Stanley, 2010, p. 5).

Es interesante observar la importancia que le da Bill Gates a varios de los contenidos relacionados con la MD:

> Yo soy bueno en la parte de la matemática que se llama Combinatoria, que tiene entre sus aplicaciones prácticas la formación y el desciframiento de mensajes generados con base en códigos secretos. (. . .) También me interesa la teoría del juego económico: utilizar la matemática y la lógica para adivinar estrategias competitivas óptimas (Gates, 1996, p. 21).

Desde el punto de vista de la enseñanza de la matemática alrededor de los años 60 del siglo pasado, se advirtió que los futuros especialistas en el campo de la Informática debían adquirir conocimientos que no estaban contemplados en los cursos clásicos de Álgebra y Cálculo Diferencial e Integral. Surgieron así cursos y libros de texto que incluían temas muy clásicos y otros muy modernos de la Matemática.

Se puede mencionar entre los primeros la Teoría elemental de números, la Combinatoria de la enumeración, la Teoría de grafos, y en particular Árboles, así como temas clásicos de Lógica (Lógica proposicional, Lógica de predicados, Lógica difusa), del Álgebra de Boole, junto con temas más modernos como Lenguajes y Máquinas de estados finitos, Teoría de algoritmos, Complejidad computacional, por mencionar algunos (Rosen, 2004). Un curso de MD se debe centrar en la corrección, la lógica y los algoritmos, y la mayoría de los estudiantes tienen dificultades para aprender los contenidos de esta parte esencial de las matemáticas (Ju, 2020; Kularbphettonga et al., 2015).

En la informática y las telecomunicaciones se hace presente la MD: la información se manipula y almacena en las computadoras de forma discreta (palabras formadas por ceros y unos), se necesitan contar objetos (unidades de memorias, unidades de tiempo), se precisa estudiar relaciones entre conjuntos finitos (búsquedas en bases de datos), es necesario analizar procesos que incluyan un número finito de pasos (algoritmos) (Rosen, 2004). La MD es actualmente asignatura obligada de varias carreras universitarias.

La ACM (*Association for Computing Machinery*) es una organización científica y profesional fundada en 1947 (ACM, 2020), desarrolla y difunde nuevos conocimientos sobre todos los aspectos de la informática. Tradicionalmente ha sido el hogar profesional de los científicos de la computación que trabajan con el objetivo de crear nuevas formas de utilizar las computadoras a través de sus tecnologías y los softwares que utilizan (ACM et al., 2005).

La ACM utiliza el término de *Computing Curricula* (CCU) para referirse a las carreras universitarias que se relacionan con la computación. Dichas disciplinas incluyen el diseño y construcción de sistemas de hardware y software para una gran variedad de usos; estructuración, almacenamiento y procesamiento de diferente tipo de información; uso del computador para investigación científica; construcción de soluciones de software inteligentes; creación de aplicaciones multimedia; búsqueda y recopilación de información relevante, entre otros. Hay actualmente cinco disciplinas principales para los programas de pregrado de la CCU a nivel internacional (ver Figura 1.2); cada una provee diferentes enfoques (ACM et al., 2005).

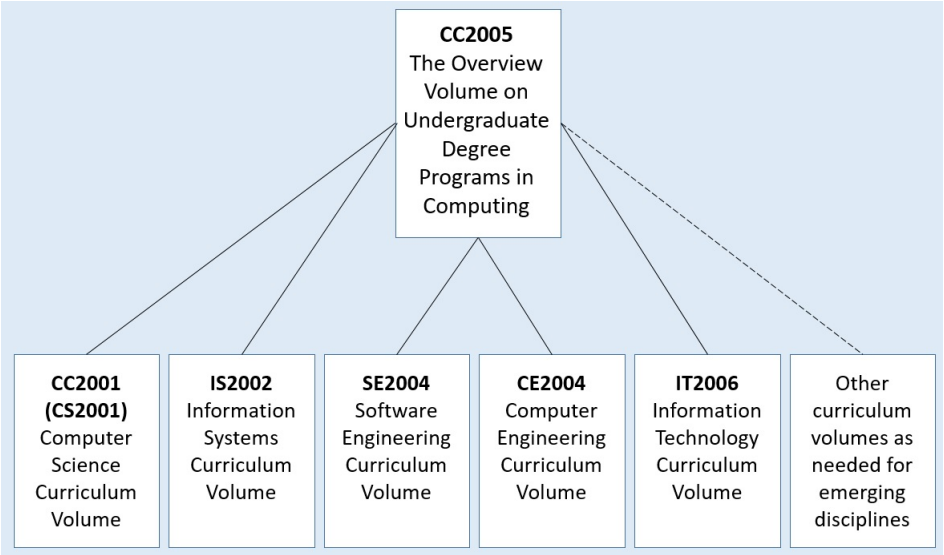


Figura 1.2: Estructura curricular de la *Computing Curricula* (ACM et al., 2005)

En todas estas carreras se estudian tópicos relacionados directamente con la computación y otros que no se relacionan de igual manera. Uno de los tópicos estudiados es el de Fundamentos matemáticos, en el mismo se incluyen los temas de la Matemática Discreta.

En la Tabla 1.3 se muestran los créditos mínimos (min) y máximos (max) que le dedican a los diferentes tópicos no relacionados directamente con la especialidad.

Tabla 1.3: Peso comparativo de los temas no relacionados con la informática en la *Computing Curricula* (ACM et al., 2005)

Área del conocimiento	**CE**		**CS**		**IS**		**IT**		**SE**	
	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
Teoría organizacional	0	0	0	0	1	4	1	2	0	0
Teoría de las desiciones	0	0	0	0	3	3	0	1	0	0
Comportamiento organizacional	0	0	0	0	3	5	1	2	0	0
Gestión del cambio organizacional	0	0	0	0	2	2	1	0	0	0
Teoría general de sistemas	0	0	0	0	2	2	1	2	0	0
Gestión de riesgos	2	4	1	1	2	3	1	4	2	4
Gestión de proyectos	2	4	1	2	3	5	2	3	4	5
Modelos de negocio	0	0	0	0	4	5	0	0	0	0
Áreas funcionales de negocios	0	0	0	0	4	5	0	0	0	0
Evaluación del desempeño del negocio	0	0	0	0	4	5	0	0	0	0
Circuitos y sistemas	5	5	0	2	0	0	0	1	0	0
Electrónica	5	5	0	0	0	0	0	1	0	0
Procesamiento digital de señales	3	5	0	2	0	0	0	0	0	2
Diseño VLSI	2	5	0	1	0	0	0	0	0	1
Pruebas HW y tolerancia a fallos	3	5	0	0	0	0	0	2	0	0
Fundamentos matemáticos	4	5	4	5	2	4	2	4	3	5
Comunicación interpersonal	3	4	1	4	3	5	3	4	3	4

Véase la importancia que se le dedican a estos temas matemáticos (Fundamentos matemáticos) en todas las carreras.

En la Tabla 1.4 se muestran los contenidos de MD impartidos en las carreras de la Computing Curricula. En la tabla se muestran los créditos que se otorgan a dichos temas.

Tabla 1.4: Contenidos de la Matemática Discreta impartidos en la *Computing Curricula* (ACM et al., 2005)

Temas	**Carrera o Grado**				
	CE	CS	IS	IT	SE
Funciones, relaciones y conjuntos	0	0	1	1	0
Lógica	0	0	3	0	0
Técnicas de demostraciones	0	0	3	1	0
Problemas de conteo	0	0	2	1	0
Grafos y Árboles	0	0	2	1	0
Probabilidad discreta	2	1	2	1	2
Teoría de la computabilidad	2	1	3	2	4
Circuitos lógicos	0	0	4	0	0
Recurrencia	0	0	4	0	0
Teoría de los números	0	0	4	0	0
Matrices	3	1	3	3	3

1.4.1. La enseñanza de la Matemática Discreta en Cuba

En Cuba se estudian cuatro carreras asociadas a los temas computacionales: Ciencias de la Computación (CCC), Ingeniería Informática (II), Ingeniería en Ciencias Informáticas (ICI) e Ingeniería en Bioinformática (IBI), las dos últimas en la Universidad de las Ciencias Informáticas. Rosen (2004) realiza una propuesta de contenidos de Matemática Discreta que no deben faltar en carreras de perfil informático, constituye además uno de los textos más utilizados en el mundo. A continuación, se comparan estos contenidos con los impartidos en Cuba en las carreras computacionales. En la Tabla 1.5 se señala con una cruz (x) los contenidos que son impartidos dentro de la Matemática Discreta y con un asterisco los que se imparten en otras asignaturas de dichas carreras.

Tabla 1.5: Contenidos de la Matemática Discreta impartidos en Cuba en carreras de perfil informático

Contenidos de Matemática Discreta	IBI	CCC	ICI	II
Lógica proposicional	x	x	x	x
Lógica de predicados	x	x	x	x
Sucesiones y sumatorias	x	x	x	x
Técnicas de demostración	x	x	x	x
Relaciones de recurrencia	x	x	x	x
Conjuntos	x	x	x	x
Funciones	x	x	x	x
Relaciones binarias	x	x	x	x
Relaciones n-arias		x	x	x
Teoría de los números	x	x	x	x
Teoría combinatoria	x	x	x	x
Teoría de grafos	x	x	x	x
Lenguajes y expresiones regulares		x	*	*
Autómatas finitos y de pila	*	x	*	*
Gramáticas formales		x	*	*
Máquinas de Turing	x	x	x	*
Complejidad de algoritmos	*	x	*	x
Técnicas de diseño y análisis de algoritmos		x		x

Nota: IBI (Ingeniería en Bioinformática), CCC (Ciencias de la Computación), ICI (Ingeniería en Ciencias Informáticas), II (Ingeniería Informática)

En este punto de la investigación se puede concluir que la MD es estudiada en todas las carreras nacionales e internacionales asociadas a la formación de profesionales de las TIC por su capacidad de fomentar el desarrollo lógico necesario en esta rama.

1.5. Desafíos en el aprendizaje de la Matemática Discreta

Ccomo se expuso en el capítulo anterior, la Matemática Discreta constituye una base teórica en las ciencias informáticas. Un curso de MD contribuye al pensamiento lógico del estudiante y a su capacidad de resolución de problemas. No obstante, el resultado de la práctica docente en los últimos años no es el esperado (Yu-Ming, 2017).

Métodos de enseñanza tradicionales son utilizados hoy en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la MD. Como resultado, algunos estudiantes sienten que las MD son aburridas. Si no hay interés los estudiantes no se concentran en las clases y hacen poco esfuerzo por aprender. Este es un problema desafiante para el profesorado (Yang et al., 2019).

Según Zhang y Zhang (2013) para lograr un mejor aprendizaje de la MD se debe estimular la motivación del estudiante, potenciar la conexión interna del contenido, mejorar los métodos de enseñanza y realizar la enseñanza a partir de un sitio web (ver Figura 1.3).

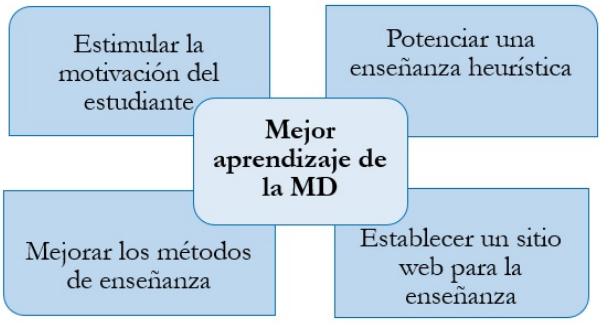


Figura 1.3: Acciones del profesorado para mejorar el aprendizaje de la Matemática Discreta (Zhang & Zhang, 2013)

Estimular la motivación del estudiante por su aprendizaje es de las acciones más importantes. No se deben utilizar métodos de enseñanza directos y simples. Los estudiantes deben ser guiados para entender la necesidad e importancia de estudiar MD, aquellos con un interés apropiado en el aprendizaje estarán más concentrados en su aprendizaje y harán esfuerzos para aprender (Goldin, 2018; Zhang & Zhang, 2013). De esta forma, cambiarán del aprendizaje pasivo al aprendizaje activo y, por lo tanto, el efecto en la enseñanza será bueno.

La enseñanza heurística debe aplicarse plenamente por el profesorado de MD. El profesor tiene que estimular al estudiante a pensar de manera independiente, guiarlo a responder libremente para juntos discutir las respuestas, sean acertadas o no (Ismail et al., 2018; Yu-Ming, 2017). Esto no

solo estimula el deseo del estudiante por aprender, también desarrolla su capacidad de pensar de forma independiente.

Para lograr lo anterior se precisa de la mejora de los métodos de enseñanza, combinar el uso de la pizarra tradicional con una enseñanza multimedia, potencia el interés del alumnado en las clases (Kularbphettonga et al., 2015; Kuna & Vozar, 2014). Por ejemplo, el profesor puede utilizar la pizarra para ayudar al estudiante a comprender claramente el proceso de desarrollo del conocimiento y de esa forma potencia su razonamiento lógico; se puede ahorrar mucho tiempo si los contenidos como la definición y teoremas se representan mediante recursos multimedia (Zhang & Zhang, 2013).

Uno de las acciones más desafiantes es el uso de recursos tecnológicos para el aprendizaje de la MD, con énfasis en el diseño y utilización de plataformas web. Esto permite un aprendizaje permanente y ubicuo, de modo que los estudiantes consolidan sus conocimientos de manera oportuna (Zhang & Zhang, 2013). Se logra una mayor interactividad entre estudiantes y profesores, permitiendo una comunicación en línea. El profesor puede asignar y revisar tareas, lo que contribuye a la atención a las individualidades de cada alumno (Vílchez & González, 2014).

Basándonos en los hallazgos científicos, proponemos un grupo de elementos que consideramos como desafíos importantes para la enseñanza-el aprendizaje de la Matemática Discreta:

- Ordenar el tratamiento didáctico del conocimiento, con énfasis en: objetivo, contenido, métodos, medios, formas organizativas y evaluación.
- Conocer las particularidades del estudiante como punto de partida para la enseñanza y el aprendizaje. ¿Quién es? ¿Qué sabe? ¿Cómo aprende?
- Contextualizar el contenido, para ello debe tenerse en cuenta la carrera o grado que se estudia, así como su objeto de la profesión.
- Desarrollar la interdisciplinariedad desde la clase. El estudiante debe observar las relaciones que posee el contenido de MD con otras ramas de las ciencias, lo cual le otorga un nivel mayor de importancia.
- La presentación del contenido a través de problemas o situaciones problemáticas.
- Desarrollar hábitos y técnicas de búsqueda de conocimientos por diferentes vías, incluyendo el uso de la tecnología, lo que le facilitará su inserción en la sociedad actual.

Enseñar MD no es una tarea fácil, se precisan de un grupo de aptitudes y actitudes que posibiliten un mejor aprendizaje del estudiante.

1.6. Síntesis capitular

A lo largo de este capítulo se ha desarrollado un análisis sobre el aprendizaje de la Matemática Discreta. Primeramente, ha quedado evidenciado que la matemática es de las materias más estudiadas en las instituciones escolares, pero que el rendimiento académico del alumnado, en muchos casos no es el deseado.

Ha quedado de manifiesto que las principales líneas de investigación sobre el aprendizaje de la Matemática Discreta (la psicología educativa, la resolución de problemas y la utilización de las TIC) fortalecen la necesidad de estudiar las variables que inciden en el bajo rendimiento académico de la Matemática Discreta. Diversas variables actitudinales, cognitivas, sociales, afectivas, económicas, motivacionales e institucionales inciden en su rendimiento académico. El conocimiento de estas variables permitirá la realización de estudios predictivos y la concreción de propuestas académicas que tributen a un mejor aprendizaje de la Matemática Discreta.

También se ha evidenciado la importancia de la Matemática Discreta desde una perspectiva curricular. Esta materia se encuentra presente en los currículos de todas las carreras computacionales, siendo de alta complejidad para los estudiantes, el rendimiento académico no es el esperado a pesar de los esfuerzos realizados por instituciones e investigadores. Las principales líneas de investigación identificadas sobre la Matemática Discreta en la formación de los profesionales de la computación son: la psicología educativa en el aprendizaje (variables motivacionales), la resolución de problemas y las TIC en el aprendizaje.

Los profesores deben ser capaces de aplicar los métodos y medios que faciliten el aprendizaje de los conocimientos matemáticos necesarios, partiendo de la comprensión de su utilidad para resolver los problemas y estimulando la motivación de los alumnos. Cerramos este capítulo con un grupo de elementos que consideramos como desafíos importantes para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática Discreta y que pudieran ser útiles para la comunidad científica y académica.

En este Capítulo, se ha procedido al abordaje del aprendizaje de la Matemática Discreta, concretando un marco teórico de las variables que inciden en su aprendizaje. En los capítulos sucesivos, se

abordará el análisis de los otros dos constructos implicados en el marco teórico de esta tesis. Específicamente, en el Capítulo 2, se profundizará en el análisis del constructo *engagement* y su relación con el rendimiento académico; mientras que en el Capítulo 3, se abordará la mediación de las tecnologías en el aprendizaje.

CAPÍTULO 2

El *engagement* y su relación con el rendimiento académico

2.1 Presentación

2.2 El *engagement*: implicar al alumnado con sus estudios

2.2.1 El *engagement*: un camino desde lo psicológico hasta lo pedagógico

2.2.2 Una visión multinivel y multivariada del *engagement*

2.2.3 El *engagement* en el aprendizaje de la matemática

2.3 Factores asociados el *engagement* y al rendimiento académico en Matemática Discreta

2.3.1 Nivel de estudiante

2.3.1 Nivel de aula

2.4 Síntesis capitular

CAPÍTULO 2

EL *ENGAGEMENT* Y SU RELACIÓN CON EL RENDIMIENTO ACADÉMICO

2.1. Presentación

El estudio del rendimiento académico constituye un eje fundamental en la investigación educativa. A nivel internacional, cada año se publican gran cantidad de artículos e informes de investigación en relación con este tema. Revistas como *American Educational Research* Journal y *Educational Researcher* de la Asociación Americana de Investigación Educativa publican regularmente resultados de investigaciones que tratan de explicar el rendimiento académico en diversas materias y en distintos contextos educativos (García-Hernández & González-Ramírez, 2020).

La mayoría de las investigaciones sobre el tema coinciden en que variables motivacionales influyen directamente en el éxito o el fracaso escolar (García-Hernández & González-Ramírez, 2017; Martin & Bolliger, 2018). De ahí que el *engagement* esté altamente relacionado con el rendimiento académico, sobre todo en materias de alta complejidad.

En este capítulo se realiza un estudio sobre el *engagement* y su relación con el rendimiento académico en Matemática Discreta. Se comienza realizando un análisis de dos líneas de investigación fundamentales sobre el constructo *engagement*; la primera desde una vertiente psicológica y la segunda desde una visión pedagógica. Luego, se expone una visión multinivel y multivariada del *engagement* identificando diversas variables que lo predicen tanto a nivel de la sociedad, la familia, las instituciones escolares, el profesorado, así como el propio alumnado. Estos análisis permiten argumentar la relación que tiene el *engagement* con el aprendizaje de la matemática.

El capítulo finaliza exponiendo los factores, que a niveles de aula y estudiantes, predicen el rendimiento académico y el *engagement* en Matemática Discreta, lo cual nos posibilitará la realización de un posterior estudio empírico.

2.2. El *engagement*: implicar al alumnado con sus estudios

2.2.1. El *engagement*: un camino desde lo psicológico hasta lo pedagógico

En muchas ocasiones los estudiantes universitarios se enfrentan a situaciones de estrés que de cierta forma les hacen caer en el agotamiento y los desconectan de sus estudios, lo cual es conocido como síndrome del *bornout* (Ezeudu et al., 2019). La literatura científica se refiere al término *burnout*, que en castellano se ha traducido como "estar quemado" y se ha comparado con algunas metáforas como "quedarse sin batería", para representar el estado de agotamiento y pérdida de energía a que se refiere. No existe una definición unánimemente aceptada sobre *burnout*, pero a partir de varias investigaciones se ha establecido que se relaciona con el cansancio emocional que lleva a una pérdida de motivación y que tiende a progresar hacia un sentimiento de fracaso. El *burnout* es un síndrome de agotamiento emocional, despersonalización y pérdida de realización personal en el trabajo (Martínez & Salanova, 2005) .

El *burnout* no solo se ha investigado en el ámbito laboral, en la educación también se manifiestan estudios que lo relacionan con el fracaso estudiantil debido, entre otros factores a las altas demandas y requisitos educativos. Esto propicia una actitud negativa, que se caracteriza por falta de interés en las tareas docentes, poca eficacia estudiantil y un sentimiento de incompetencia académica (Bikar, et al., 2018; Martínez & Salanova, 2005).

El *burnout* incide negativamente en el rendimiento académico de los estudiantes, lo que viene dado por su relación con la reducción del interés, la motivación y el esfuerzo. Lo anterior se acrecienta en disciplinas de alta complejidad como las matemáticas. El *burnout* deja a los estudiantes, tanto psicológica como físicamente desconectados de su aprendizaje (Madigan & Curran, 2020).

Diversas son las variables (ver Tabla 2.1) que inciden en el *burnout* estudiantil (Hederich-Martínez & Caballero-Domínguez, 2016; Jarmas & Raed, 2018; Khani et al., 2018). Identificar estos factores posibilita la toma de medidas por parte de actores e instituciones académicas.

Tabla 2.1: Algunas variables asociadas al *burnout* académico en diferentes contextos

Contexto académico	Contexto ambiental y/o social	Variables intrapersonales
Inadecuada retroalimentación	Pobre interacción con los compañeros de estudio y/o social	Género
Poca comunicación con los profesores	No participar en actividades sociales y/o deportivas	Rutina, ausencia de novedad en las actividades cotidianas
Inadecuada distribución de la carga horaria	Espacios de recreación de difícil acceso	Ansiedad ante los exámenes
Pocos dispositivos informáticos	Competitividad del compañero	Dificultad en la planificación del tiempo
Inadecuados materiales de estudio	Tipo de carrera o grado	Bajas competencias básicas, sociales y/o cognitivas
Pobre orientación para la realización de las actividades académicas	Poco apoyo de familia y amigos	Baja autoeficacia
Impuntualidad y ausentismo del profesor	Insuficientes recursos económicos	Altas expectativas de éxito
Temas difíciles y profesores demasiado exigentes	Insuficientes actividades de extensión universitaria	Baja motivación hacia los estudios

Precisamente la indiferencia ante el estudio es vista como una característica de la generación de estudiantes que existen hoy en las aulas universitarias. Esto se debe, en gran medida, a que son alumnos que han nacido y se desarrollan en ambientes tecnológicos, por lo que son propensos a aburrirse con facilidad. Necesitan de entornos en los que se propicien niveles de retos, exploración e interacción constante tanto con el profesor como con otros compañeros de estudio (Smith et al., 2020).

De manera paralela a la publicación de estudios sobre el *burnout* la literatura científica pone su atención en un constructo que proviene de la psicología positiva. El concepto de *engagement* representa un enfoque que muestra una versión positiva del estudiante, se relaciona directamente con su bienestar, sus ganas de aprender y su persistencia en los estudios (Schaufeli et al., 2002). Lograr *engagement* en los estudiantes es una tarea compleja, puesto que el ingreso a la universidad puede convertirse en un momento crítico al enfrentarse a una forma de vivir que desconoce, a experiencias nuevas y a un momento de su vida en el que se ponen a prueba sus propias expectativas y las de su entorno, por lo que existe gran presión sobre él (Hinrichs et al., 2016).

El término *engagement* en el ámbito educativo no posee una traducción directa en nuestro idioma. Aunque su traducción según diccionario se manifiesta en el compromiso o la alta conexión con los estudios, el desarrollo de *engagement* implica un vínculo, pero sin caer en la dependencia que

resultaría de su traducción como enganche. Es por ello que se podría concretar este constructo como una situación en la que las competencias personales se potencian debido a una vinculación de diversa naturaleza que conlleva una satisfacción y realización personal fruto del cambio de conducta provocado, lo cual aumentaría la integración del individuo en ese contexto (Contreras, 2015).

Existen dos líneas de investigación fundamentales sobre el constructo *engagement*, la primera lo investiga desde una vertiente psicológica y la segunda desde una visión pedagógica. Desde la perspectiva psicológica Schaufeli et al. (2002) definen el *engagement* como un estado mental caracterizado por vigor (altos niveles de energía y resistencia mental), dedicación (alta implicancia laboral) y absorción (alto estado de concentración e inmersión). Se le caracteriza como un estado afectivo y cognitivo, más persistente, no focalizado en un objeto o situación particular.

El *engagement* no solo tiene un significado holístico intuitivamente atractivo que se enfoca en la calidad de la participación del estudiante en la escuela, sino que también incorpora múltiples características distinguibles, como el *engagement* conductual, emocional, cognitivo y psicológico (Skinner & Pitzer, 2012). No obstante, son varios los conceptos de *engagement* que se reflejan en la literatura, algunos autores lo ven como un estado emocional, otros como una capacidad de esfuerzo, etc. En su tesis doctoral Reyes (2016) realiza un resumen de este constructo (ver Figura 2.1).

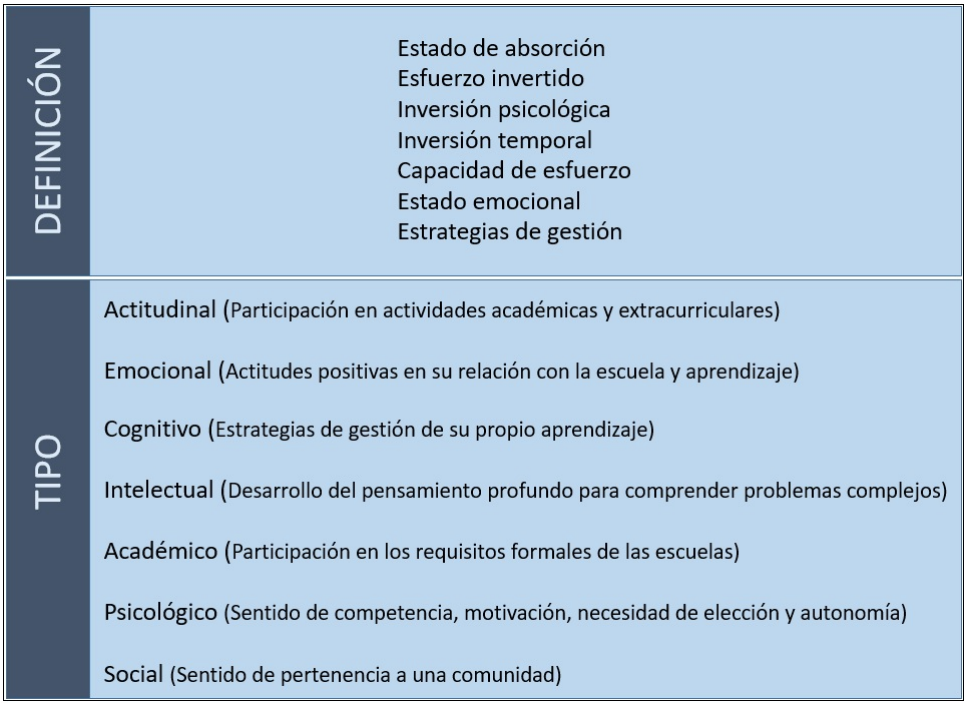


Figura 2.1: Resumen general del *engagement* según su definición y tipo (Reyes, 2016)

En el ámbito cubano no se identifican investigaciones sobre el *engagement* en contextos educativos. Aportaciones internacionales lo ven como un constructo que centra su objeto de estudio, en el área académica, en los factores que comprometen, implican y facilitan el aprendizaje para que el estudiante pueda afrontar su trayectoria docente con éxito (Colás-Bravo et al., 2014).

Escasas investigaciones caracterizan el *engagement* desde una perspectiva pedagógica, desde este sentido González-Ramírez y Reyes (2015) concluyen que para generar *engagement* deben utilizarse las tecnologías en las aulas universitarias, potenciando las siguientes características:

- *Interacción*: se parte de la idea de que las personas son seres sociales e interactivos. Además, la era de las nuevas tecnologías ofrece una amplia variedad de herramientas para fomentar la interacción como foros, chats, etc.
- *Exploración*: el estudiante de la actualidad debe advertir la necesidad de poder explorar para aprender a dar respuesta a sus dificultades presentándose este principio como una alternativa opuesta a recibir las pautas fijadas por otra persona.
- *Relevancia*: otro elemento a tener en cuenta a la hora de fomentar el *engagement* en los alumnos es la utilidad del aprendizaje que llevan a cabo y su aplicación a diversas situaciones de la vida real.
- *Multimedia*: el avance tecnológico que experimenta la sociedad debe ser seguido por la educación sin provocar una brecha entre la escuela y la realidad. Conectando, de esta manera, estos dos espacios se aumentan las posibilidades de conseguir la implicación de los estudiantes.
- *Instrucción*: esta categoría hace alusión a la necesidad de un cambio en la manera de enseñar y en los contenidos a transmitir primando en este cambio el enfoque constructivista como el más adecuado.

Por tal motivo una educación generativa y que produzca niveles de *engagement* adecuados debe estar en sintonía con los discursos, aspiraciones, inteligencias, capacidades, hábitos, etc., de los estudiantes que la integran y del momento cultural y tecnológico en el que se desarrollan (Colás-Bravo et al., 2015). El aprendizaje de los estudiantes debe propiciarse desde entornos tecnológicos que les permita desarrollar la totalidad de sus capacidades de forma motivante y desafiante.

2.2.2. Una visión multinivel y multivariada del *engagement*

Diversas variables influyen en los niveles de *engagement* de los estudiantes, tanto a nivel de la sociedad, la familia, las instituciones escolares, el profesorado, así como el propio alumnado.

Skinner y Pitzer (2012) establecen que a nivel macro, el de la sociedad, el *engagement* se observa como la participación de niños y jóvenes en instituciones, como la iglesia, grupos juveniles y organizaciones comunitarias.

Este tipo de *engagement* promueve el desarrollo positivo de la juventud. Deakin (2012) expresa que en este nivel influyen variables como los niveles económicos de la sociedad. Además, el estudio realizado por Colás-Bravo et al. (2018) concluye que es importante la alfabetización digital de la sociedad para propiciar el *engagement* en las universidades.

A nivel micro, es importante el apoyo de la familia, tanto a nivel académico como emocional, además delcontrol sobre el desempeño académico de los hijos (Reschly, 2010; Reschly & Christenson, 2012). Influyen factores como el nivel socio-económico de la familia, si el estudiante proviene o no de padres divorciados, además del nivel de relación y/o confianza entre el estudiante y su familia (Reyes, 2016). Una de las variables estudiadas en este contexto son los materiales de estudio que el alumno posea en casa (Martínez & Salanova, 2005; Norton, 2016; Reschly & Christenson, 2012).

En el nivel meso, el *engagement* con la escuela, se refiere a la participación del estudiante en actividades escolares, que incluyan actividades académicas, deportivas, culturales, de gobierno estudiantil y extracurriculares. Este tipo de *engagement* protege contra el absentismo y el abandono temprano (Skinner & Pitzer, 2012). Es necesario además un entorno escolar ordenado con políticas de disciplina justas (Reschly & Christenson, 2012).

Uno de los factores institucionales que influyen en el *engagement* es la cantidad de estudiantes por grupos, mientras menor sea la proporción alumnos-aulas los resultados son mejores, esto quizás se debe a la atención individualizada que puede realizar el profesor si cuenta con menos alumnos en el aula. Es importante la calidad de los materiales de estudio, el acceso a ellos y la existencia de una infraestructura tecnológica capaz de brindar al alumnado los recursos necesarios para su aprendizaje (Fredricks et al., 2004; Northey et al., 2018). Si el estudiante cuenta con los recursos necesarios posee un mayor nivel de implicación en sus estudios (Skilling et al., 2016).

Dentro de la escuela a nivel micro se encuentra el *engagement* con el aula, que es el de mayor relevancia: el *engagement* del estudiante con el trabajo académico, que se asume como una participación constructiva, entusiasta, dispuesta, emocionalmente positiva y cognitivamente enfocada con actividades de aprendizaje en la escuela. Es en el aula donde se desarrolla el mayor espacio de aprendizaje y donde nace el vínculo afectivo entre estudiantes y profesor.

Este tipo de *engagement*, según Skinner y Pitzer (2012), es crítico por tres razones. Primero, es una condición necesaria para que los estudiantes aprendan. Solo si los estudiantes participan en actividades académicas con práctica directa, el tiempo que pasen en las aulas les permitirá la adquisición de conocimientos y habilidades. Así, ven el aula como el mejor espacio de aprendizaje y se desarrollan las ganas de participar y aprender.

En segundo lugar, a los estudiantes con altos niveles de *engagement* en su aula, se les facilita el acceso a compañeros de estudios más comprometidos y motivados. Por lo tanto, la participación de los alumnos en el aula, su relación entre iguales y con el profesor (interacción), juega un papel importante en la calidad de sus experiencias diarias mientras asisten a la escuela. El profesor debe ser capaz de crear actividades retadoras, donde se explore el conocimiento y donde se propicie una interacción entre los propios alumnos.

Tercero, el *engagement* es un contribuyente crítico para el desarrollo académico de los estudiantes. La participación activa es parte del proceso académico cotidiano y un recurso energético que ayuda a los estudiantes a enfrentar de manera más adaptativa los factores estresantes, desafíos y contratiempos diarios en la escuela. De los episodios de afrontamiento efectivo puede surgir el desarrollo de mentalidades motivacionales duraderas a largo plazo y por tanto el éxito académico.

Dentro del nivel del aula juega un papel importante el profesor, como actor que dirige el proceso de enseñanza del estudiante. El profesor debe lograr un ambiente de aprendizaje efectivo, potenciando la utilización de las tecnologías en el proceso, proponiéndole retos al estudiante (Colás-Bravo et al., 2015; Trenholm et al., 2019). El nivel de actividades que se propicien en el aula, potenciando la interacción y la realización de actividades con prácticas reales y buena retroalimentación (De-Pablos et al., 2010; García-Hernández & González-Ramírez, 2018).

El uso de las tecnologías de la información y la comunicación en el aprendizaje se ha convertido en un estándar común (Henrie et al., 2015; Su, 2017). Se promueven numerosas iniciativas en todas

las instituciones educativas para el uso de computadoras portátiles, mesas y teléfonos móviles en el aula (Chen et al., 2017; Muir & Hawes, 2013). El método de enseñanza tradicional ya no es útil para los estudiantes "nativos digitales", los cuales requieren de nuevas metodologías para su aprendizaje (Chang-Hyun, 2014). Una de las aplicaciones de las TIC más atractivas y utilizadas son los juegos. Jugar y aprender a jugar se ha convertido en una práctica común en todo el mundo (Fiorella et al., 2019).

Recientemente, la gamificación, que se refiere al uso de la mecánica y los elementos del juego en un contexto no relacionado con el juego, ha generado mucho interés y se ha aplicado en una amplia gama de campos para motivar e involucrar a las personas en el desempeño de ciertas actividades y resolución de diferentes problemas (Kapp et al., 2014; Schenke et al., 2020; Wronowski et al., 2020). Las aplicaciones de la gamificación se pueden encontrar en diversas situaciones y contextos, como compras, marketing, redes sociales, ocio, acondicionamiento físico, reciclaje y aprendizaje (Jagušt et al., 2018; Legaki et al., 2020).

Como herramienta educativa, la gamificación se utiliza para facilitar el aprendizaje, para alentar la motivación y el *engagement*, para mejorar la participación del alumno y la interactividad de la lección, y para estimular a los alumnos a ampliar sus conocimientos (Kapp et al., 2014). Cuando se implementa adecuadamente, la gamificación puede aumentar la motivación intrínseca y el *engagement* (García & Cano, 2018) y representa una herramienta poderosa para los maestros en todos los niveles del sistema educativo (Jagušt et al., 2018).

El último nivel que asumimos, el de base, es el nivel del propio estudiante. Diversas variables relacionadas con el accionar del estudiante y su actitud son predictivas del *engagement*. Aquí destaca también la utilización de las tecnologías y la selección por parte del alumno de los adecuados materiales de estudio (García-Hernández & González-Ramírez, 2018, 2020). Entre las variables del nivel de estudiante destacan la realización de tareas o el estudio individual, el venir a clases preparados y las expectativas para terminar sus estudios (Skinner & Pitzer, 2012). Otras investigaciones reflejan que una de las variables determinantes del *engagement* es el sexo (Martin & Bolliger, 2018; Reyes, 2016; Sträßer, 2017). La ansiedad ante los exámenes, la autoeficacia estudiantil y los niveles de motivación se reflejan directamente en el *engagement* estudiantil, de ahí la necesidad de influir positivamente en estas variables (Abu-Hilal & Al-Abed, 2019; Durksen et al., 2017; Leis et al., 2015; Namkung et al., 2019).

En la Figura 2.2 se muestra un resumen gráfico de los niveles y algunas de las variables que inciden en el *engagement*.

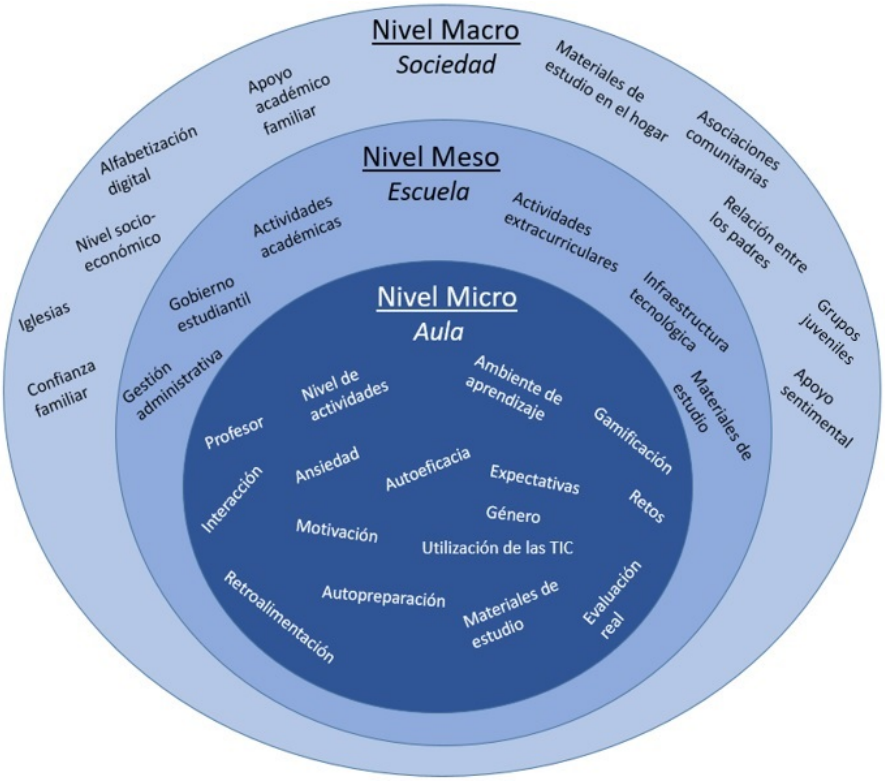


Figura 2.2: Una visión multinivel multivariada del *engagement*

El estudio de este constructo, tanto de forma teórica como empírica, es necesario para potenciar una enseñanza de mayor calidad y evitar así altas tasas de fracaso académico.

2.2.3. El *engagement* en el aprendizaje de la matemática

El *engagement* está directamente relacionado con el rendimiento académico (Kong et al., 2003; Raidah & Mohd, 2017; Salanova et al., 2005; Sträßer, 2017). Por tal motivo, el *engagement* de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas es importante para su posterior desarrollo académico (Lazarides & Rubach, 2017). Fredricks y McColskey (2012) definen el *engagement* cognitivo como el "nivel de inversión del estudiante en el aprendizaje, que incluye ser reflexivo, estratégico y estar dispuesto a ejercer el esfuerzo necesario para la comprensión de ideas complejas o el dominio de habilidades difíciles" (p. 762). En la literatura sobre enseñanza de la matemática, es similar a la definición de Skilling et al. (2016) de *engagement* cognitivo, visto como "la medida en que los estudiantes buscan un significado y comprensión profundos, así como las

estrategias cognitivas que los estudiantes usan para autorregular su aprendizaje" (p. 3). Desarrollar el *engagement* cognitivo es necesario en el aprendizaje de las matemáticas (Trenholm et al., 2019).

Uno de los conceptos que relaciona el *engagement* con el aprendizaje de las matemáticas es el de *engagement* matemático afectivo (*affective mathematics engagement*) de los estudiantes, el cual se desarrolla fundamentalmente en el nivel micro (el aula). El *engagement* matemático afectivo (AME), se ha referido con frecuencia como el estado afectivo situacional con el que los estudiantes ingresan durante las actividades de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. El AME es un estado situacional, limitado por el tiempo y el entorno, relacionado con el afecto no situacional general de un individuo hacia un sujeto. Por ejemplo, un estudiante que dice: "no me gustan las matemáticas", puede estar expresando un afecto negativo hacia las matemáticas. Sin embargo, el mismo estudiante puede experimentar una participación positiva al completar una actividad particular de aprendizaje. Además, el AME de los estudiantes puede influir considerablemente en su gusto y motivación general hacia una disciplina (Linnenbrink, 2007).

Lee et al. (2019) establecieron como factores determinantes del AME (ver Figura 2.3): (1) la actitud, como tendencia hacia ciertos conjuntos de sentimientos emocionales en contextos particulares; (2) la emoción, como un estado de sentimiento que cambia rápidamente durante una actividad; (3) los valores, caracterizados como verdad personal o compromiso ético y moral; y (4) el auto-conocimiento matemático, como la postura afectiva de un individuo hacia el reconocimiento de su suficiencia/insuficiencia de conocimiento matemático.

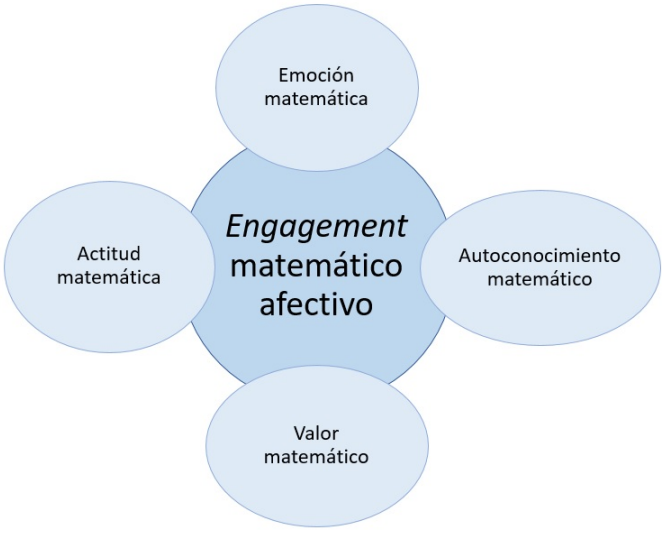


Figura 2.3: Factores asociados al *engagement* matemático afectivo (Lee et al., 2019)

El *engagement* matemático afectivo juega un papel clave en la activación y mantenimiento del *engagement* cognitivo (Goodenow & Grady, 1993; Sancho-Vinuesa et al., 2013). Un claro ejemplo es el proyecto *JUST DO MATH*, el cual facilitó la participación afectiva de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, contribuyendo a su *engagement* y a la confianza en el aprendizaje de las matemáticas (Lin et al., 2018). Llegados a este punto, deseamos destacar la necesidad de utilizar tecnologías en el aprendizaje de las matemáticas para propiciar tanto un *engagement* cognitivo como un *engagement* matemático afectivo (Attard et al., 2016).

La existencia de disimiles recursos tecnológicos requiere una nueva forma de enseñar el contenido matemático. Comprender el papel de la tecnología en el aula es un componente esencial en el desarrollo del aprendizaje de los estudiantes. Utilizarla propicia altos niveles de *engagement* y un aprendizaje matemático individualizado (James, 2016).

Una de las variables que más influye en el *engagement* hacia el aprendizaje de las matemáticas es el profesor (Attard et al., 2016). La efectividad del maestro está vinculada con la participación de los estudiantes (ver Figura 2.4). Cuanto mayor sea la efectividad del maestro, mayor es la tendencia del alumno a poseer buenos niveles de *engagement*, lo que eventualmente conducirá al rendimiento académico (Cinches et al., 2017).

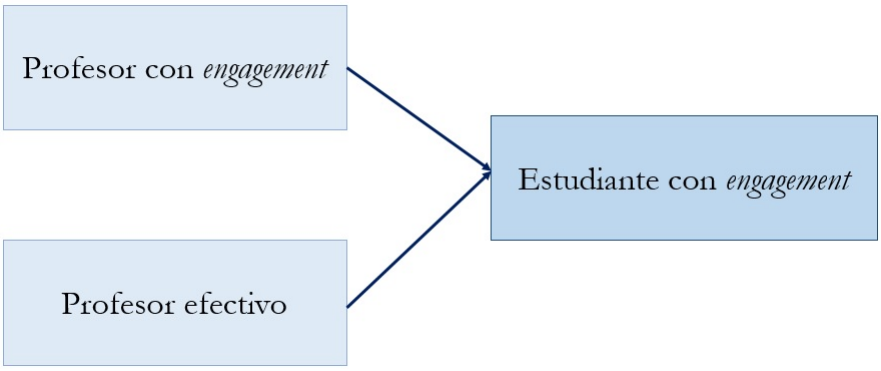


Figura 2.4: Influencia del profesor en el *engagement* estudiantil (Cinches et al., 2019)

La efectividad del profesor se manifiesta en su forma de instruir, sus dotes pedagógicas promueven la participación activa del estudiante. Los estudios han demostrado que la forma de comunicación de los profesores permite a los estudiantes pensar críticamente y asimilar las experiencias de aprendizaje potenciando el *engagement* del alumno (Cinches et al., 2017; Sunawan et al., 2017).

Como se observa en la Figura 2.4, no basta con que el profesor sea efectivo, también debe tener un *engagement* adecuado para enfrentarse a una enseñanza de calidad (Klassen et al., 2013). Un

profesor con *engagement* está disponible para ayudar al alumno para con las tareas asignadas y se adecua al ritmo de aprendizaje de sus estudiantes. Un profesor con buenos niveles de *engagement* y efectividad tiene una mayor probabilidad de influir positivamente en el rendimiento académico de los estudiantes (Cinches et al., 2017).

Estos y otros factores los tiene en cuenta Attard (2014) cuando establece el Marco de Trabajo para el *Engagement* con las Matemáticas (*FEM*, de sus siglas en inglés). En el FEM se describen los factores que influyen en el compromiso del estudiante como un conjunto de dos elementos por separados: las relaciones pedagógicas y el repertorio pedagógico (ver Tabla 2.2). Aunque se consideran separados estos dos elementos están interrelacionados. Las relaciones pedagógicas se refieren a las relaciones educacionales interpersonales entre profesores y estudiantes que servirán para mejorar el *engagement* con las matemáticas. El repertorio pedagógico está relacionado con las las prácticas diarias que se implementan en el aula por los profesores (Attard, 2014).

Tabla 2.2: Marco de Trabajo para el *Engagement* con las Matemáticas (Attard, 2014)

Elemento	Breve descripción
Relaciones pedagógicas	
Conciencia del profesor	El profesor es consciente de las habilidades matemáticas de sus alumnos y sus necesidades de aprendizaje
Conocimiento preexistente	Los antecedentes de los estudiantes y sus conocimientos preexistente contribuyen al aprendizaje individual y grupal
Interacción continua	Es necesaria una constante interacción estudiante-estudiante y estudiante-profesor
Retroalimentación construcctiva	Laretroalimentación a los estudiantes es constructiva, útil y oportuna
Conocimiento didáctico del contenido	Es necesario el entusiasmo del profesor y sus conocimientos didácticos del contenido matemático
Repertorio pedagógico	
Tareas retadoras	Las tareas deben ser positivas y retadoras para entusiasmar y a los estudiantes y propiciarles alcanzar un nivel de éxito
Tareas relevantes	La relevancia del curriculum matemático debe estar ligada a la vida de los estudiantes fuera del aula y empoderarlos con la capacidad de transformar y reformar sus vidas
Provisión de elección	A los estudiantes debe permitírseles elegir algún contendio a estudiar
Variedad de tareas	La variedad de tareas debe ajustarse a las necesidad individual de cada estudiante
Conversación sustantiva	Debe existir una conversación sustantiva sobre cada concepto matemático y su aplicación a la vida
Tecnología centrada en el estudiante	La tecnología debe ser utilizada como algo natural dentro de la enseñanza de la matemática, mediando positivamente en el aprendizaje del estudiante

El Marco de Trabajo para el *Engagement* con las Matemáticas es una herramienta que posibilita un dominio teórico de elementos necesarios para contribuir al *engagement* hacia el aprendizaje de

las matemáticas y de esa forma lograr mejores resultados académicos en esta materia. Constituye una oportunidad de crear acciones que impidan el abandono como fenómeno resultante de la desmotivación y el miedo hacias las matemáticas (Attard & Holmes, 2020).

2.3. Factores asociados al *engagement* y al rendimiento académico en Matemática Discreta

Se sabe que el rendimiento de los estudiantes se ve directamente afectado tanto por la motivación del propio alumno como por la labor del profesor, lo cual influye en los niveles de *engagement* en el aula (Gopal et al., 2014; Ting & Tarmizi, 2016). Sin embargo, estos estudios previos no prestan mucha atención a cómo los estudiantes perciben su aprendizaje de las matemáticas en el aula (percepciones basadas en la participación en el aula a partir de la guía del profesor) para determinar cómo afecta su *engagement* y rendimiento académico (Gopal et al., 2014).

Por lo que se hace necesario estudiar algunas variables, tanto a nivel de estudiante como a nivel de aula, que influyen directamente en el rendimiento académico en matemáticas y en el *engagement* hacia su aprendizaje.

2.3.1. Nivel de estudiante

Factores como la autonomía en el aprendizaje (Leon et al., 2018) influyen en el rendimiento académico (RMD) y el *engagement* hacia la Matemática Discreta (EMD). La literatura revela que mientras más actividades realice el estudiante sin la ayuda excesiva del profesor más motivación y resultados se obtienen en el aprendizaje de la matemática (Akyuz & Stephan, 2020).

Diversos estudios no encuentran diferencias significativas en EMD y RMD según el género (Lazarides & Rubach, 2017). No obstante, otros investigadores manifiestan que las mujeres poseen menores actitudes y resultados en matemáticas (Gevrek et al., 2020; Mejía-Rodríguez et al., 2020), esto evidencia que es una variable que depende contextualmente de diversos factores pero que, por lo general, es tomada en cuenta en los análisis.

Una de las variables que incide en el rendimiento académico y la actitud de los estudiantes en matemáticas es la relacionada con los materiales de estudio, la calidad de los mismos influye en

la obtención de buenos resultados (Shirai et al., 2018; Sombra et al., 2019). En tal sentido, Septia y Edriati (2019) presentan a los libros como materiales de estudios de vital importancia en el aprendizaje de la matemática.

A pesar de convivir en una época marcada por el desarrollo tecnológico, son escasos los estudios que relacionan a las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) con mayores niveles de *engagement* y rendimiento académico en matemáticas (Hodgson et al., 2017; Lin et al., 2018). No obstante, insistimos en que la utilización de las TIC en el aprendizaje de las matemáticas es una variable necesaria en el contexto actual (García-Hernández & González-Ramírez, 2019, 2020; González-Ramírez, 2000).

Estudios recientes concuerdan que factores afectivos son determinantes para vencer los contenidos matemáticos, especialmente el bienestar del estudiante con su aprendizaje y su fuerza que afrontar las dificultades (Durksen et al., 2017; Golding, 2014; Lazarides & Rubach, 2017; Raidah & Mohd, 2017; Sunawan et al., 2017). Afrontar retos, vencer los objetivos matemáticos, persistir a pesar de los fracasos son características que propician en el estudiante un adecuando rendimiento, todo esto unido a la satisfacción de estudiar a pesar de lo extenso y complejo de los contenidos y del tiempo que conlleve dicho estudio (Kong et al., 2003; Skilling et al., 2016; Watt & Goos, 2017).

2.3.2. Nivel de aula

Diversos son los estudios que han identificados variables que a nivel del aula influyen en el *engagement* y en el rendimiento académico en matemáticas (ver Figura 2.5). El nivel de actividad y tipo de actividades que plantee el profesor en clases marcan una diferencia en la forma de aprender y en la actitud hacia el estudio (Kiwanuka et al., 2016; Sunawan et al., 2017).

Las clases que se desarrollen con actividades centradas en la resolución de problemas reales, contribuyen a que el estudiante observe la importancia de la matemática en la cotidianidad y que obtenga mejores resultados (Brualdi-Timmins, 1998; Kong et al., 2003). Skilling et al. (2016) determinan que el estudio independiente que realiza el estudiante en casa es una actividad influyente para el aprendizaje de las matemáticas, siempre y cuando sea bien controlado por el profesor.

Kiwanuka et al. (2016) enfatizan que la retroalimentación que reciba el estudiante sobre su aprendizaje en cada una de sus evaluaciones en clases es vital para contribuir a una mayor motivación

y rendimiento matemático. La discusión de la solución de los problemas, la revisión de los exámenes y las aclaraciones de las dudas constantes de los estudiantes son esenciales para que, desde el aula, se propicien buenos resultados en el aprendizaje (Hodgson et al., 2017; Queiruga-Dios et al., 2018).

Una variable que los investigadores coinciden es determinante en el EMD y en el RMD es el ambiente de aprendizaje que logre el profesor en su aula (Carmichael et al., 2017; Muir & Hawes, 2013). En este sentido influyen acciones del profesor que contribuyan a que el estudiante se sienta en un ambiente relajado, de compañerismo y de confianza mutua, donde además sea capaz de comprender los contenidos con facilidad y de aclarar sus dudas sin ningún temor (Carmichael et al., 2017; Durksen et al., 2017; Kong et al., 2003).

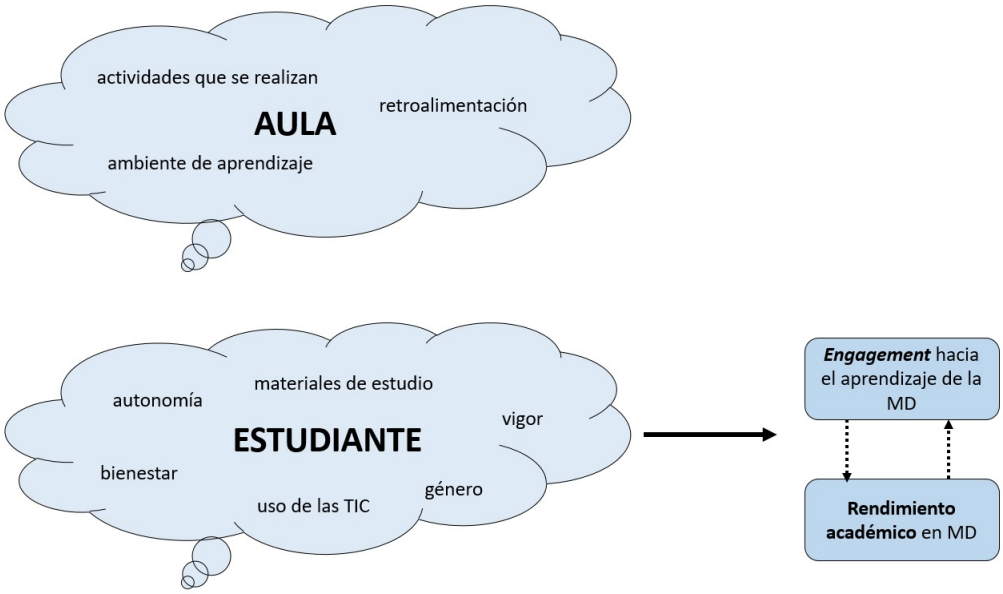


Figura 2.5: Variables explicativas del *engagement* y el rendimiento académico en Matemática Discreta desde un enfoque multinivel (González-Ramírez & García-Hernández, 2020)

Queda evidenciado que tanto el *engagement* como el rendimiento académico son constructos que necesitan de un análisis multinivel y multivariado. Investigar en esta temática es vital para potenciar un aprendizaje de calidad en las instituciones de educación superior.

2.4. Síntesis capitular

En este capítulo se partió, de forma general, de la identificación de las variables que influyen en el *burnout* y en el *engagement* del alumnado, como elemento para la toma de decisiones institucionales, en aras de propiciar mejores resultados en el aprendizaje de los estudiantes. Se

caracterizó el *engagement* desde sus dos principales líneas de investigación: desde una vertiente psicológica y otra pedagógica.

Se expusieron las diferentes variables, que desde una perspectiva multinivel, influyen directamente en el *engagement*. Se destaca que, para contribuir al *engagement* del estudiante deben propiciarse en las clases: interacción, exploración, relevancia, uso de recursos multimedia y mejor instrucción. Esto evidencia la necesidad de estudiar el *engagement* desde todos lo niveles y teniendo en cuenta una perspectiva multivariada.

Se realizó un análisis de la relación del *engagement* con el aprendizaje de la matemática. Quedó evidenciado que el *engagement* del alumno con el aprendizaje de las matemáticas guarda estrecha relación con la efectividad del profesor. Por último, se realizó una exposición de diversas variables que inciden tanto en el rendimiento académico como en el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta, tanto a nivel de estudiantes como a nivel de aula, destacando entre ellas los materiales de estudio y la utilización de las tecnologías.

Investigar el *engagement* es de vital importancia para monitorear la implicación de los estudiantes en el logro de sus objetivos académicos. Medir el compromiso de los alumnos y su rendimiento académico permitirá construir herramientas TIC que les ayuden a enfrentarse con eficacia al proceso de enseñanza-aprendizaje.

CAPÍTULO 3

La mediación de las tecnologías en el aprendizaje

3.1 Presentación

3.2 Las tecnologías en el aprendizaje: principales líneas de investigación

3.3 La mediación tecnológica para generar *engagement*

3.3.1 La mediación tecnológica en los nuevos contextos de formación

3.3.2 El *engagement* con las tecnologías

3.3.3 El *engagement* en los entornos virtuales de aprendizaje

3.4 Las tecnologías interactivas en el aprendizaje de la Matemática Discreta

3.4.1 La satisfacción de los estudiantes con sus materiales de estudio de Matemática Discreta

3.4.2 El diseño de materiales interactivos para el aprendizaje de la Matemática Discreta

3.4.3 *Los e-textbooks* como materiales matemáticos

3.5 Síntesis capitular

CAPÍTULO 3

LA MEDIACIÓN DE LAS TECNOLOGÍAS EN EL APRENDIZAJE

3.1. Presentación

La marcada presencia de las tecnologías en los diferentes contextos de formación está transformando nuestras aulas en cuánto a las formas de acceso al conocimiento, las maneras de aprender, los modos de comunicación, las relaciones personales y la propia identidad del aula. Se está creando una nueva cultura de aprendizaje.

El desarrollo de la Tecnología Educativa es notable, pasando desde el diseño de sencillos medios audiovisuales hasta la creación y utilización de complejos entornos de aprendizaje, donde la interactividad juega un papel fundamental. Hoy se encuentran en las aulas, tanto tecnologías transmisivas centradas en el profesor, como tecnologías colaborativas para la colaboración y el intercambio de ideas.

En este capítulo se analiza la utilización de las tecnologías interactivas en el aprendizaje. Se comienza exponiendo las principales líneas de investigación sobre la Tecnología Educativa en los últimos años y su contribución al *engagement* de los estudiantes a partir de escenarios interactivos. Especial interés se brinda a la mediación tecnológica como referente teórico de nuestra investigación.

Se continúa este primer capítulo realizando una breve caracterización sobre el perfil del estudiante que tenemos en nuestras aulas y los contextos de formación que debemos tener en cuenta para la utilización de la Tecnología Educativa.

Se prosigue analizando la interactividad en el aprendizaje de la matemática, teniendo en cuenta los materiales de estudio como instrumentos de mediación. Para ello se hace énfasis en los materiales matemáticos y las características de dichos materiales para contribuir a la satisfacción del alumnado en su utilización. Se prosigue caracterizando el diseño de materiales interactivos para el aprendizaje de la Matemática Discreta. Finalmente tendremos elementos para caracterizar a los *e-textbooks* como objeto de aprendizaje, mostrando las características que propician un acercamiento hacia un aprendizaje más interactivo, con independencia del tiempo y el espacio donde se aprenda.

3.2. Las tecnologías en el aprendizaje: principales líneas de investigación

En las últimas décadas se han producido muchos cambios en la sociedad derivados de la revolución tecnológica, especialmente en el contexto escolar. Anteriormente, las aulas se nutrían de medios impresos, hoy con solo un clic se puede acceder a información de varias fuentes con un mínimo de esfuerzo. Esto es gracias a las innovaciones en Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), que han ido aumentando y modificando la forma de obtener información (Rodrigues & Dos Santos, 2019). El empleo de recursos relacionados con la innovación educativa se acrecienta tanto en la educación formal o informal, y en cualquier etapa educativa desde la Educación Infantil hasta la Educación Superior (Gallego-Arrufat, 2014).

Son cambiantes las líneas de investigación sobre Tecnología Educativa, hace aproximadamente 20 años se encontraban como puntos de interés los siguientes (Prendes, 2018): a) conceptualizaciones sobre Tecnología Educativa; b) análisis teóricos sobre medios de aprendizaje; c) formación del profesorado para el uso de tecnologías; y d) experiencias de integración de las tecnologías.

En la última década una de las líneas de investigación más desarrollada es la relacionada con la integración de las tecnologías interactivas en la educación. Herrera-Batista (2009) establece que esta integración obedece, entre otras, a las siguientes razones:

a) Las tecnologías interactivas poseen una gran capacidad comunicativa, lo que estimula los canales sensoriales a través de códigos visuales y auditivos principalmente.
b) Forman parte de la práctica cotidiana de comunicación e interacción que tienen los jóvenes con su entorno social. Internet, *messenger*, *e-mail* y la telefonía móvil son instrumentos populares entre los estudiantes universitarios en todas sus actividades.

c) Ofrecen acceso a recursos documentales variados tales como bibliotecas virtuales, diccionarios, bases de datos y materiales didácticos, entre otros.

La integración de las TIC en las escuelas no solo cierra la brecha digital entre las personas, sino que garantiza la igualdad de oportunidades para todos. Independientemente de sus antecedentes económicos y sociales, las personas con menos recursos tienen la oportunidad de aprender sobre las herramientas a las que no se han expuesto (Nath, 2019). García-Valcárcel y Caballero-González (2019) establecen que desde edades tempranas se debe potenciar la adquisición de habilidades digitales y posibilitar a todos los ciudadanos una relación efectiva para la sociedad digitalizada.

No obstante, un estudio especifico sobre la escasa integración de las tecnologías interactivas en las escuelas (Yot & Marcelo, 2016) señala que, a pesar de la inversión realizada para dotar a las escuelas de recursos para promover la formación continua del profesorado en TIC, las tecnologías presentes en estas instituciones son escasas y la competencia del profesorado para su desempeño con ellas es todavía insuficiente. No existe una correspondencia entre inversión y resultado. En consecuencia, la incorporación de las tecnologías interactivas a la práctica educativa es baja o no se produce en función de un modelo de enseñanza centrado en el alumnado (Sigalés et al., 2009).

Al igual que el estudio anterior, en la última década diversos investigadores y organizaciones han explorado la prevalencia y los cambios que muestran los estudiantes y docentes universitarios respecto a la disposición de tecnologías interactivas y a los usos que hacen de estas en los procesos de enseñanza-aprendizaje (Arancibia et al., 2019; Thompson, 2013).

El Informe ECAR *Study of Undergraduate Students and Information Technology* del año 2017 expresa que el 97 % de los estudiantes poseen un teléfono inteligente, el 95 % una laptop y el 50 % una tableta. Además, el 65 % de los estudiantes considera necesario que los docentes utilicen las tecnologías de manera adecuada para mejorar la calidad de la enseñanza (Arancibia et al., 2019).

En el contexto latinoamericano es insuficiente el uso de tecnologías interactivas en los procesos de enseñanza y evaluación por parte de los docentes universitarios (Marcelo et al., 2015, 2016). De igual modo, un 41 % de los estudiantes utiliza la tecnología para tareas académicas y un 85 % nunca maneja plataformas virtuales (Arancibia et al., 2019; Herrera-Batista, 2009). De esta manera una gran parte de los estudiantes de esta región no reciben una docencia donde se haga uso de las potencialidades de los recursos tecnológicos.

Hace uno años Hsu et al. (2013) realizaron un estudio de 2297 artículos publicados entre el 2000 y el 2010 en revistas de la Social Science Citation Index (SSCI), destacando como líneas de investigación fundamentales sobre Tecnología Educativa: a) la integración de las tecnologías (con énfasis en la educación superior), b) las actitudes y aceptación de tecnologías (aprendizaje basado en tecnologías, diferencias individuales en el aprendizaje...) y c) los entornos virtuales de aprendizaje (objetos de aprendzaje, aplicaciones educativas...).

Otra de las investigaciones recientes es la desarrollada por Bond et al. (2018), donde realizaron un análisis de más de 1700 artículos publicados en el *British Journal of Educational Technology* (BJET) entre 1970 y 2018. El estudio, centrado en la mediación tecnológica en los nuevos contextos de formación, destacó entre los temas más publicados el diseño instruccional de materiales interactivos.

Destaca, como una de las líneas de investigación, la evaluación de la satisfacción del alumnado con sus nuevos materiales de estudio. En tal sentido Herrador-Alcaide et al. (2019) revelan la alta percepción de la satisfacción de los estudiantes cuando el material de estudio es un entorno virtual de aprendizaje. Un hallazgo significativo es que los estudiantes con una alta satisfacción con el material de estudio están satisfechos con el proceso de aprendizaje (Bradford, 2011; Matzakos & Kalogiannakis, 2017; Yang et al., 2019).

Valverde-Berrocoso et al. (2020) realizaron una investigación reciente sobre las tendencias en investigación educativa sobre *e-learning*. El análisis de 248 artículos les permitió identificar, entre los principales nodos investigativos: a) la enseñanza online (profesores), b) el aprendizaje online (estudiantes) y c) la interactividad del curriculum en los entornos de aprendizaje.

De especial relevancia para esta tesis es el estudio, realizado por Bond et al. (2020) con el objetivo de establecer el nexo que existe entre la Tecnología Educativa y el *engagement* de los estudiantes, mostrando como resultado la relación directa que se establece entre la mediación tencológica y el *engagement*. Las principales deficiencias detectadas son que pocos artículos proporcionaron una definición de *engagement* y menos de la mitad se guiaron por un marco teórico.

Todos las investigaciones referenciadas concuerdan en que la tecnología por sí misma no mejora el aprendizaje del estudiante. Para ello Valverde-Berrocoso (2016) propone una mejor formación de los profesores, integrar factores de diseño instruccional junto con las tecnologías, promover estudios rigurosos, reflexionar sobre los resultados y promover entornos innovadores para el aprendizaje.

En resumen, se ha producido una evolución en las líneas de investigación en los últimos años (ver Figura 3.1). Por una parte, ha dejado de tener interés el estudio teórico sobre Tecnología Educativa; en su lugar han surgido con fuerza líneas de investigación sobre los ambientes interactivos y entornos de aprendizaje virtuales (Arancibia et al., 2019; Oliveira et al., 2019; Ponce et al., 2019; Valverde-Berrocoso, 2016; Zhong & Xia, 2020) y sobre la mediación tecnológica para generar *engagement* (Bond et al., 2020; Nikolić et al., 2019; Nousiainen et al., 2018; Shahzad et al., 2020).

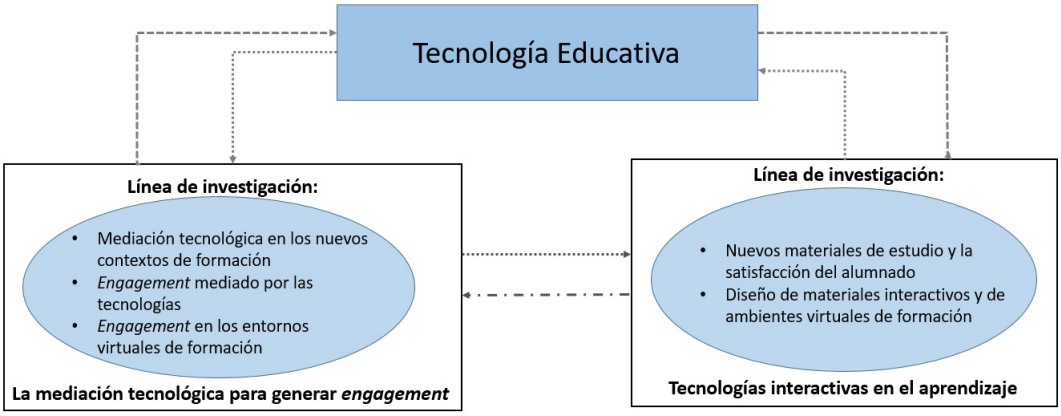


Figura 3.1: Líneas de investigación sobre Tecnología Educativa

Siguiendo las líneas abordadas, investigaciones han propiciado la creación de entornos de aprendizaje apoyados en la enseñanza a distancia y semipresencial (de Barba et al., 2020; Lazem, 2019) y un acercamiento de los alumnos a la representación gráfica de los objetos (Cai et al., 2019; Gerup et al., 2020; Kellems et al., 2020; López Hernández et al., 2019). Se ha estudiado el diseño de recursos educativos abiertos, sobre todo las iniciativas para su utilización en la Educación Superior (Rodríguez et al., 2018; Trujillo, 2020).

A partir de lo expuesto en la Figura 3.1, se continúa este capítulo con un epígrafe asociado a la primera línea de investigación: la mediación tecnológica para generar *engagement*. En este sentido se hará referencia al constructo mediación tecnológica y al *engagement* con las tecnologías y específicamente en los entornos virtuales de formación. Luego se expone el epígrafe relacionado con la segunda línea de investigación: las tecnologías interactivas en el aprendizaje, en este caso centrado en la Matemática Discreta. Seguidamente se aborda la satisfacción de los estudiantes con sus materiales de estudio de Matemática Discreta y el diseño de materiales interactivos para el aprendizaje de esta materia. Además, por su interés para nuestra investigación, se exponen elementos sobre los *e-textbooks* como materiales matemáticos.

3.3. La mediación tecnológica para generar *engagement*

3.3.1. La mediación tecnológica en los nuevos contextos de formación

Para favorecer un uso efectivo de la Tecnología Educativa en el aprendizaje es necesario comprender el constructo mediación tecnológica, entendido como modalidades de interacción que se establecen entre el profesor, los alumnos y el contenido bajo la utilización de las TIC (De-Boer et al., 2018). Se ha abordado desde diferentes teorías, incluso desde campos de conocimiento diferenciados como la filosofía, sociología y la psicología.

Coincidimos con De-Pablos (2018) cuando se aproxima a este concepto apoyándose en los presupuestos teóricos del enfoque histórico-cultural, algunos de cuyos fundamentos han sido aportados por investigadores como Vygotsky. La mediación entre el hombre y su entorno sólo es posible concretarla a través de los instrumentos culturales como el lenguaje oral y escrito, pero también otros lenguajes y tecnologías como los lenguajes audiovisuales, los lenguajes informáticos o la narrativa virtual.

En el proceso de enseñanza aprendizaje actúan como mediadores desde el profesor, su conocimiento, sus acciones, su discurso y los medios que emplea en la enseñanza, hasta el contexto social, la escuela, las instituciones, los medios de difusión masiva, la familia (Gallar et al., 2015). En especial, las TIC, constituyen mediaciones que propician la relación del estudiante con un aprendizaje motivador (De-Boer et al., 2018). Para potenciar la mediación tecnológica el profesor debe propiciar (Gallar et al., 2015):

- La intencionalidad, la actividad que se realice debe tener un objetivo manifiesto y compartido con los estudiantes que trascienda en su desarrollo.
- La reciprocidad, que haya interacción e interactividad, participación activa del estudiante.
- La significación, que la actividad realizada cobre sentido y significado para el estudiante.

En la actualidad uno de los recursos utilizados en la mediación tecnológica es la gamificación (Holguin-Alvarez et al., 2019). Cuando se implementa adecuadamente se aumenta la motivación intrínseca y el *engagement* (Legaki et al., 2020) y representa una herramienta poderosa para la mediación tecnológica en todos los niveles del sistema educativo (Jagušt et al., 2018).

La gamificación en el aula se ha convertido en una tendencia actual en diferentes contextos educativos, debido a que su naturaleza tiene un atractivo único, especialmente para grupos de estudiantes con dificultades para desarrollar un aprendizaje rígido; es decir, aquellos aprendizajes complejos que están determinados por la maduración del sujeto, los procesos cognitivos y otros factores como la motivación (Schenke et al., 2020).

En matemáticas, algunas capacidades necesitan el desarrollo de procesos cognitivos de aprendizaje superiores e inferiores, que acompañan a ciertos pequeños procesos interactivos, y otras más interactivas implican el desarrollo de análisis y síntesis y una acertada comunicación profesor-alumno (Holguin-Alvarez et al., 2019).

Recientemente ha emergido un enfoque de aprendizaje que ha sido referenciado como un elemento innovador en la mediación tecnológica: el aula invertida (*flipped classroom*). Constituye un enfoque de aprendizaje activo, mediante el cual la transferencia de contenido de aprendizaje ocurre fuera del aula, mientras que la resolución de problemas y las actividades de aprendizaje se convierten en los puntos clave de la clase (Yang et al., 2019).

Una tendencia novedosa en educación es un modelo de formación abierta conocido como *MOOC* (Massive Open Online Courses) . El término surge hace apenas unos años, en 2008, cuando George Siemens y Stephen Downes ofrecieron un curso abierto en línea y el número de alumnos registrados ascendió a 2300; a partir de ahí las oferta educativas y las cifras de estudiantes beneficiados han aumentado. Los *MOOC* son cursos que se imparten en línea mediante plataformas educativas con gran capacidad de alojamiento, tanto de estudiantes como de contenidos en video. Entre las plataformas más populares están Coursera, edX, Udacity y Udemy (Barrios, 2014).

Una mediación tecnológica adecuada precisa de una preparación adecuada del profesorado. Primero se debe tener el contenido que se desea impartir, analizarlo, ver de qué forma se puedo hacer más atractivo, de qué forma se puede difundir o de qué forma el alumno puede sentirse atraído por él. Luego seleccionar la tecnología precisa y establecer una comunicación efectiva con el alumno, donde medie la tecnología seleccionada (Yot & Marcelo, 2016).

Se debe tener en cuenta que la vida de los estudiantes está saturada de medios digitales en un momento en que sus cerebros aún se están desarrollando. El uso de los medios tecnológicos ha influido profundamente en las habilidades, preferencias y actitudes de los estudiantes hacia el

aprendizaje. Los "nativos digitales" (a menudo definidos como los nacidos después de 1990) tienen en conjunto características que incluye la preferencia por la rapidez, el procesamiento no lineal, la multitarea y el aprendizaje social, supuestamente desarrollado a través de la inmersión en tecnología digital durante la infancia y la adolescencia (Masanet et al., 2019; Thompson, 2013).

En la Tabla 3.1 se exponen algunas de las características de los aprendices nativos digitales, con sus respectivos beneficios y riesgos potenciales.

Tabla 3.1: Características de los aprendices nativos digitales (Thompson, 2013)

Características	Beneficios potenciales	Riesgos potenciales
Ansia de velocidad e incapacidad para tolerar un entorno de ritmo lento	Capacidad para escanear texto y procesar información rápidamente	Interfiere con la lectura profunda y la reflexión y el desarrollo del pensamiento abstracto
Deseo o necesidad percibida de realizar múltiples tareas	Previene el aburrimiento; los nativos digitales pueden regular la multitarea cuando sea necesario	Interfiere con la memoria; causa tiempo de estudio ineficiente; está asociado con grados más bajos; causa agotamiento mental
Preferencia por imágenes en lugar de texto	Puede desarrollar habilidades visuales-espaciales	Se pueden adquirir habilidades visuales a expensas de la capacidad de lectura profunda y reflexiva
Pocos dispositivos informáticos	Competitividad del compañero	Dificultad en la planificación del tiempo
Tendencia a procesar información de manera no lineal	Aumentan el potencial para una mayor comprensión de la complejidad inherente en dominios mal estructurados	Pérdida de la capacidad de leer de manera lineal, incluso cuando la lectura lineal es la estrategia más productiva
Preferencia por la colaboración y la conectividad constante	Uso de redes personales en línea para mejorar el aprendizaje; La contribución a proyectos como Wikipedia puede hacer que el aprendizaje sea relevante	Enfoque excesivo en socializar a expensas del aprendizaje
Preferencia por aprender a través de la actividad en lugar de leer o escuchar	Capacidad para resolver las cosas en lugar de esperar instrucciones	La impaciencia con la instrucción guiada puede perjudicar el aprendizaje de contenido esencial
Mezcla de trabajo y juego	El juego cognitivo, una tendencia hacia la prueba de hipótesis imaginativas, puede mejorar el aprendizaje	La expectativa de que el maestro los entretenga perjudicará el aprendizaje autorregulado
Expectativa de retroalimentación inmediata y "recompensa" por sus esfuerzos	Podría aumentar la motivación en entornos de aprendizaje donde hay retroalimentación inmediata	La incapacidad de perseverar ante el aburrimiento a corto plazo perjudicaría el aprendizaje
Preferencia por contextos de fantasía como los que se encuentran en juegos y películas	Potencial para una mayor motivación y contextualización del aprendizaje en un entorno de aprendizaje donde el contexto de fantasía está presente	La dependencia de la fantasía o la narrativa sería improductiva, ya que no es práctico que todo aprendizaje se diseñe de esta manera
Expectativa de que la tecnología es parte del contexto dificultad con entornos que carecen de tecnología	El uso pedagógicamente sólido de la tecnología puede mejorar la comprensión conceptual	La novedad de la tecnología puede distraer; los estudiantes con menos competencia tecnológica pueden experimentar una carga cognitiva extraña

Por lo expuesto anteriormente, es importante dominar las características de cada tecnología para determinar, en contextos específicos, qué uso darle con el objetivo de potenciar el aprendizaje de los nativos digitales. Desde el punto de vista educativo Casado (2001) clasifica a las tecnologías en transmisivas, interactivas y colaborativas (ver Figura 3.2), teniendo en cuenta su relación con el profesor, el alumno y el grupo.

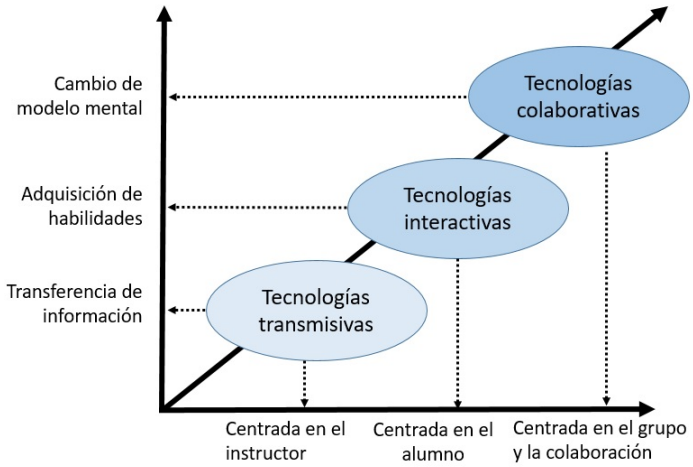


Figura 3.2: Clasificación de las Tecnologías (Casado, 2001)

Al caracterizar esta clasificación de las tecnologías Casado (2001) establece que:

a) Las *tecnologías transmisivas*: ponen el énfasis en ofrecer información a los estudiantes, son tecnologías centradas en el profesor, proporcionan un poco más de estímulo que la clase tradicional, pero el estudiante sigue siendo el receptor. Ejemplo de ellas son los documentos de office como Word y PowerPoint.

b) Las *tecnologías interactivas*: aquellas donde el estudiante tiene participación y puede seguir su aprendizaje mediante interacción y retroalimentación, como los materiales multimedia o materiales donde se transmite contenidos, pero se realiza interacción por medio de ejercicios, simulaciones. En este tipo de tecnología hay más esfuerzo que aprendizaje, siguiendo patrones conductistas.

c) Las *tecnologías colaborativas*, son aquellas donde la metodología empleada propicia el aprendizaje en el sentido alumno-docente, docente-alumno, basándose en el intercambio de ideas, reflexiones, trabajo colaborativo; es decir, se emplea una metodología activa. Ejemplo de estas tecnologías son los blogs, la resolución de problemas, wikis, foros, videoconferencia, además de las redes sociales. Con las tecnologías colaborativas se aprende CON otros.

No queremos terminar esta sección sin abordar las ventajas y desventajas de las TIC, las cuales observaremos desde el punto de vista del aprendizaje, del estudiante, del profesor y de las instituciones (Durán et al., 2018).

Desde el punto de vista del aprendizaje las principales ventajas son: el desarrollo de la iniciativa, el aprendizaje a partir de los errores, motivación, interacción, mayor comunicación profesores-alumnos, grado de interdisciplinariedad, el aprendizaje colaborativo, la alfabetización digital y audiovisual, el desarrollo de habilidades de búsqueda y de selección de información, una mejora en las competencias de expresión y creatividad, el fácil acceso a mucha información de todo tipo, y la visualización de simulaciones, uso de tecnologías acorde a las asignaturas y mejores ambientes de aprendizaje (Arancibia et al., 2019; Durán et al., 2018). Como principales desventajas se tienen las distracciones, la pérdida de tiempo, la dependencia, los diálogos rígidos, las informaciones no fiables y acceso a información inapropiada (Durán et al., 2018)

Con relación al estudiante se resumen como principales ventajas el aprendizaje en menor tiempo, más atractivo, acceso a múltiples recursos educativos y entornos de aprendizaje, individualización del proceso de enseñanza-aprendizaje, autoevaluación, mayor proximidad del profesor, flexibilidad en los estudios, ayudas para la educación especial, colaboración, mayor exploración del conocimiento y mejores niveles de *engagement* (Bond & Bedenlier, 2019; Durán et al., 2018). Se destacan como desventajas la adicción, demasiada absorción del estudiante, sensación de desbordamiento, cansancio visual, inversión de tiempo, comportamientos reprobables, recursos educativos con insuficiente calidad, desconexión con los estudios y el acceso a la tecnología debido a situaciones económicas específicas (Bond & Bedenlier, 2019; Durán et al., 2018; Escueta et al., 2018).

Desde el punto de vista del profesorado se tienen como algunas de las ventajas tener a la tecnología como fuente de recursos educativos para la docencia, mayor contacto con los estudiantes, liberación de sus trabajos repetitivos, la individualización y tratamiento de la diversidad, facilidad para la evaluación y el control, actualización profesional y mayor calidad de las investigaciones (Durán et al., 2018; Marcelo et al., 2015; Yot & Marcelo, 2016). Como principales desventajas se tienen estrés, desarrollo de estrategias de mínimo esfuerzo, mala planificación de las actividades, problemas de mantenimiento de los equipos, dependencia de los sistemas y conocimientos informáticos y exigen una mayor dedicación y preparación (Durán et al., 2018; Nath, 2019; Nyanja & Musonda, 2020).

Es evidente que las tecnologías son un medio de enseñanza-aprendizaje de vital importancia en la época actual, no obstante, su utilización no es sinónimo de éxito educativo:

> Las tecnologías por sí solas no cambian los ambientes de forma aislada. Se requiere de intervenciones más intensas donde las tecnologías acompañen a estrategias de enseñanza y de aprendizaje que no solo prioricen la adquisición de conocimientos basados en recursos digitales, sino que apoyen un proceso de apropiación de estos conocimientos por parte del alumnado a través de actividades de aprendizaje productivas, experienciales o comunicativas (Marcelo et al., 2015, p. 119).

En resumen, los estudiantes que tenemos hoy en las aulas necesitan de acciones motivadoras, se aburren con facilidad y las actividades interactivas son necesarias para propiciar el *engagement*.

3.3.2. El *engagement* con las tecnologías

El amplio uso de las TIC en la educación durante los últimos años ha modificado la naturaleza del entorno de enseñanza-aprendizaje, afectando las formas en que los estudiantes se relacionan con el sistema educativo. La pandemia de COVID-19 que ha azotado al mundo durante el año 2020 puso en evidencia la necesidad de desarrollar entornos virtuales de aprendizaje y recursos didácticos en línea que garanticen que los estudiantes no tengan que asistir a clases en el campus (Connor et al., 2020; Zhang et al., 2020). Por tal motivo las TIC (por ejemplo, la web) pueden generar nuevas formas de *engagement* a partir del desarrollo de prácticas educativas efectivas que propicien un aprendizaje activo y colaborativo además de interacciones entre estudiantes y profesores (Sýkora et al., 2020).

El concepto de *engagement* con las tecnologías integra factores como el nivel de comportamiento, la disponibilidad de las TIC, el interés, la competencia y la autonomía tecnológica percibida, además de las tecnologías como medio de interacción social (ver Figura 3.3).

El desarrollo de actividades mediadas por las tecnologías puede ayudar a que los estudiantes interactúen mejor con el entorno escolar y mejoren su rendimiento académico (Goldhammer et al., 2016). Básicamente, el *engagement* con las TIC se refleja en el comportamiento manifiesto de los estudiantes con el uso de las tecnologías, así como por factores cognitivos y motivacionales que propician las actividades mediadas por las TIC.

Figura 3.3: Las tecnologías y su influencia en el *engagement* (Goldhammer et al., 2016)

Nivel de comportamiento

El nivel de comportamiento representa la frecuencia de uso de las TIC y la cantidad de tiempo dedicado a su utilización. Como condición necesaria del *engagement*, las TIC deben estar físicamente disponibles para su uso. Sin embargo, dado que las TIC están integradas también en entornos de aprendizaje más informales, como los hogares de los estudiantes y otros lugares donde los estudiantes participan en actividades de aprendizaje (por ejemplo en un parque con un teléfono inteligente), el uso y la disponibilidad de las TIC fuera de las aulas tiene que ser reconocido por el profesor (Goldhammer et al., 2016; Verhoeven et al., 2016).

Disponibilidad de las TIC

Aparte de la disponibilidad física los estudiantes también deben poder acceder y utilizar las TIC, el uso de las cuales puede estar restringido tanto en la escuela (por ejemplo, las computadoras están disponibles solo en las salas de laboratorio) como en el hogar. Por tanto, la disponibilidad y usabilidad de los dispositivos digitales son condiciones necesarias para generar *engagement* (Fraillon et al., 2014; van Dijk, 2006).

Interés por las TIC

El interés por las TIC se entiende como una disposición motivacional: es decir, la preferencia a largo plazo de los individuos por tratar con temas, tareas o actividades relacionadas con las TIC (Deci & Ryan, 2000; Senkbeil, 2018). En el contexto del aprendizaje, el interés por las TIC puede

aumentar la calidad de la enseñanza; fomentar el uso de estrategias de aprendizaje, facilitar el procesamiento profundo y mejorar la calidad de la experiencia de aprendizaje (Hidi & Renninger, 2006; Nyanja & Musonda, 2020).

Siguiendo a Schiefele (1991), existen dos componentes intrínsecas sobre el interés por las TIC. La primera relacionada con los sentimientos (positivos) que están asociados con una determinada área temática, tema o actividad, como el disfrute y participación al tratar con las TIC o estar involucrado en las TIC, ejemplo de ello es el ítem preguntado por OECD (2016) en el cuestionario de familiaridad con las TIC: "Me olvido del tiempo cuando estoy utilizando dispositivos digitales". La segunda componente está relacionada con la importancia que le da el alumno a las TIC para el desarrollo de la personalidad y sus habilidades para la comprensión de problemas relevantes, por ejemplo: "Internet es un gran recurso para obtener información".

Competencia tecnológica percibida

La competencia tecnológica percibida se conceptualiza como la percepción que tiene el estudiante de su propio conocimiento sobre las TIC y sobre cómo utilizarlas (habilidades TIC). Describe las nociones y creencias de una persona sobre su conocimiento y habilidades en computadoras y TIC, como el manejo de situaciones informáticas cotidianas (Janneck et al., 2013)

Algunos trabajos de investigación han demostrado que la competencia tecnológica percibida afecta a los adolescentes en cuanto a la elección de cursos o materias relacionados con las TIC, así como sus opciones profesionales (Janneck et al., 2013; Sáinz & Eccles, 2012). A mayor competencia tecnológica percibida mayor *engagement* en el uso de las TIC y mejores resultados académicos.

Autonomía tecnológica percibida

Este factor de participación en las TIC refleja la percepción de control y autodirección del individuo en las actividades relacionadas con las TIC. Según lo propuesto por Deci y Ryan (2000), la autonomía representa la necesidad fundamental de autoorganizar el comportamiento y la experiencia, así como de iniciar actividades que sean congruentes con los valores personales y metas. En este sentido, los estudiantes que tienen *engagement* con la tecnologías experimentan un sentimiento de controlar el uso de las TIC y de autoiniciar actividades relacionadas con las TIC, en lugar de ser controlado por factores externos (Christoph et al., 2015).

Las TIC como medio de interacción social

Las TIC como medio de interacción se entienden en términos de relación social: es decir, conexión con otros. Más específicamente, la relación social en el dominio de las TIC se refiere a la necesidad personal de compartir el interés, el conocimiento, las experiencias y las actividades de las TIC con otros haciendo de las TIC un tema de comunicación e interacción interpersonal (Deci & Ryan, 2000). A diferencia del interés de las TIC, este aspecto motivacional está más dirigido a otros personas y situaciones sociales a través de experiencias TIC, donde las preocupaciones pueden ser intercambiadas (Rodrigues & Dos Santos, 2019).

Una alta motivación para la socialización relacionada con las TIC sugiere que las personas reciben oportunidades de aprendizaje específicas que pueden promover el desarrollo de las habilidades y el conocimiento de las tecnologías. Participar en actividades con otros no solo satisface la necesidad para la pertenencia, también influye en la experiencia y la motivación de la actividad en sí (Senkbeil, 2018). En resumen, el *engagement* con las TIC se refiere a la participación positiva y al disfrute en el uso de recursos tecnológicos (por ejemplo, dispositivos móviles, juegos, internet), así como el valor instrumental y el beneficio de las tecnologías para la consecución de objetivos académicos y personales (Goldhammer et al., 2016).

3.3.3. El *engagement* en los entornos virtuales de aprendizaje

Los entornos virtuales de aprendizaje brindan herramientas útiles para integrar y consolidar el conocimiento y generar nueva información que desarrolle ideas innovadoras. El proceso de creación de ideas propias es fundamental, debido a que motiva a los estudiantes a estimular su pensamiento poniendo en práctica la creatividad, la innovación, la resolución de problemas y la toma de decisiones; procesos que desarrollan el *engagement* en su aprendizaje (Barrios, 2014).

Las tecnologías de la comunicación asincrónica ayudan el desarrollo de funciones cognitivas. Marcelo y Perera-Rodríguez (2007) señalan que la comunicación asincrónica posibilita la creación de ambientes en los que los alumnos puedan interactuar con profesores y compañeros mediante la utilización de varios recursos digitales.

Cabero (2012) afirma que estos recursos tecnológicos potencian la creación de redes de comunicación y trabajo colaborativo, las que constituyen la base para el apoyo del aprendizaje en entornos virtuales.

La interacción en escenarios de formación online se produce mediada por dispositivos tecnológicos; esto no significa que se relacione a las personas con las tecnologías, sino a través de ellas.

Para diseñar entornos virtuales eficientes, que propiciaen aprendizajes significativos y brinden a los estudiantes una experiencia motivadora, deben tenerse en consideración aquellos factores asociados al éxito de la formación virtual. De acuerdo con Bond y Bendelier (2019) hay una variedad de factores que influyen en la participación de los estudiantes cuando utilizan entornos virtuales de aprendizaje (ver Figura 3.4).

Figura 3.4: El *engagement* en los entornos virtuales de aprendizaje (Bond & Bedenlier, 2019)

El acceso de los estudiantes a la tecnología es un problema que también puede afectar su nivel de confianza y su nivel previo de experiencia (Zweekhorst & Maas, 2015). Suponiendo que se pueda acceder a los entornos virtuales, es necesario brindar apoyo técnico (y en ocasiones emocional), para asegurar que no se pierdan alumnos en el camino debido, por ejemplo, a la ansiedad de recibir calificaciones más bajas como resultado de problemas tecnológicos. Los problemas potenciales se pueden mitigar mediante sesiones introductorias a la tecnología que se está utilizando o con un equipo de soporte técnico presente (Lim, 2004).

Proporcionar explicaciones detalladas y claras de cómo se debe utilizar el entorno virtual de aprendizaje (Salaber, 2014), incluido un énfasis en el uso para el autoaprendizaje (Carmichael et al., 2017), y por qué se emplea en un entorno de curso específico también es útil, si no es necesario, para garantizar el *engagement* de los estudiantes (Cakir, 2013; Northey et al., 2018). Es de gran

ayuda si el estudiante posee un manual de usuario que lo guíe en la utlización del entorno virtual de aprendizaje.

Se debe considerar la posibilidad de permitir que los estudiantes elijan cuál tecnología utilizar en sus entornos virtuales de aprendizaje, debido a que la tecnología familiar puede erradicar problemas de baja confianza tecnológica (Martin & Bolliger, 2018). También se ha demostrado que la inclusión de actividades tecnológicas fuera de la clase, con el uso del entorno virtual, mejora los resultados de la evaluación del aprendizaje y el *engagement* de los estudiantes (Zhu, 2006).

Ahora bien, dada la complejidad del tema, no es una tarea fácil identificar el nivel de *engagement* de los estudiantes en un ambiente virtual de formación. Sin embargo los factores antes expuestos revelan el grado de compromiso, implicación y entusiasmo de los alumnos en la utilización de los entornos virtuales de aprendizaje. Teniendo esto en consideración se pueden crear estrategias educativas para disminuir las tasas de abandono escolar y favorecer por lo contrario la motivación por volver a matricularse en programas de formación que incluyan entornos virtuales de aprendizaje.

3.4. Las tecnologías interactivas en el aprendizaje de la Matemática Discreta

En el apartado 3.2 presentamos dos líneas de investigación, sobre Tecnología Educativa, que han destacado en los últimos años: “La mediación tecnológica para generar *engagement*” y las “Tecnologías interactivas en el aprendizaje”. Vale destacar que en ambas líneas de investigación diversos estudios centran su objetivo en contribuir al *engagement* y al rendimiento académico en matemáticas y específicamente en Matemática Discreta (ver Figura 3.5).

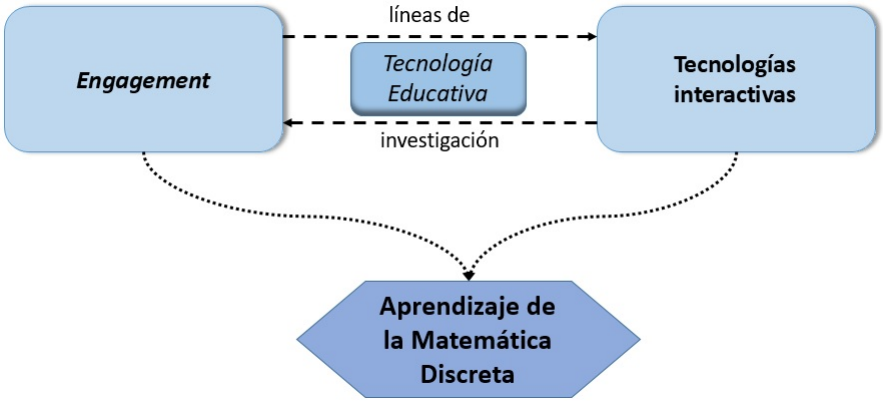


Figura 3.5: Líneas de investigación en Tecnología Educativa y su relación con el aprendizaje de la Matemática Discreta

En su investigación Goldin (2018) sugiere que, para incentivar el aprendizaje de la Matemática Discreta, se debe crear un entorno emocionalmente positivo que potencia el *engagement* de los estudiantes, con ideas conceptualmente desafiantes y con el uso de las tecnologías. En un estudio realizado por investigadores de la Universidad de las Ciencias Informáticas de la Habana y de la Universidad de Granada se pone de manifiesto la necesidad de crear recursos interactivos para enseñar la Matemática Discreta desde actividades motivadoras, para ello se basan en la propia percepción de los estudiantes sobre su aprendizaje (Amaya et al., 2017).

En esta línea de investigación resaltamos un estudio previo en el que abordamos una metodología para la elaboración de objetos de aprendizaje interactivos y experimentales (García-Hernández & González-Ramírez, 2019) para propiciar entre otros aspectos la interactividad, la retroalimentación y la evaluación automatizada con el uso de las TIC. De igual forma un grupo de investigadores rusos (Ivanov et al., 2018) realizaron un estudio donde consideran varios problemas con soluciones basadas en computadora y discuten estrategias generales para usar la tecnología educativa en la enseñanza de la Matemática Discreta, al determinar que la interacción hombre-máquina potencia la motivación hacia el aprendizaje.

El estado de la cuestión nos hace ver la necesidad de utilizar recursos educativos interactivos que propicien la satisfacción de los alumnos con sus materiales de estudio, para de esa forma generar *engagement* y contribuir al rendimiento académico en Matemática Discreta.

3.4.1. La satisfacción del estudiante con sus materiales de estudio de Matemática Discreta

Diversos trabajos indagan en los factores que lo explican el rendimiento académico de los estudiantes en matemáticas con el objetivo de realizar propuestas para su mejora (Bicer & Capraro, 2019; Putwain et al., 2018). En este sentido emerge una línea de investigación que, tanto desde una perspectiva teórica como metodológica, aborda el constructo calidad de los materiales matemáticos desde un enfoque multidimensional e integrando en ese análisis un enfoque evaluativo que nos permita conocer la percepción de los estudiantes como principales actores del proceso de enseñanza-aprendizaje.

La revisión de la literatura nos muestra que, la evaluación de la satisfacción de los estudiantes con los materiales matemáticos, se nutre de aportaciones provenientes de diversas tradiciones y con

enfoques científicos diferenciados. En ella, confluyen líneas de investigación centradas en analizar las variables que, desde un punto de vista externo formal, contribuyen a la calidad de los materiales matemáticos (Arrieta, 1998; Figueira-Sampaio et al., 2013; Kul et al., 2018). En este caso, diversas variables son asociadas con la *calidad tecnológica* de los materiales matemáticos. Investigaciones (Krauss & Ally, 2005; Sombra et al., 2019) sugieren que el diseño gráfico, los colores, la estructura de las imágenes y contenido influyen directamente en la calidad de los materiales.

El uso de las tecnologías para la creación de materiales de estudio es otro aspecto recurrente en la investigación actual (Kong et al., 2003; Leis et al., 2015); estableciendo una fuerte correspondencia entre la satisfacción con los materiales de estudio matemáticos y los niveles de interactividad y retroalimentación que logren dichos materiales (Amaya et al., 2017; Baek & Monaghan, 2013; Chen et al., 2015). Las investigaciones más recientes abogan por el uso de materiales de estudio vinculados con las tecnologías de la información y la comunicación (Abadi et al., 2017; Shirai et al., 2018; Zwart et al., 2017). Estos trabajos nos aportan referencias importantes sobre la calidad en sentido estricto que deben tener los materiales matemáticos.

Otra línea de investigación sobre esta temática sitúa el papel que juega la *motivación* para lograr un desempeño académico adecuado en los estudiantes, utilizando materiales que los involucren en su aprendizaje (Attard, 2012; Doruk & Kaplan, 2015; Norton, 2016). Entre sus principales conclusiones se encuentran que niveles aceptables de implicación e interacción con el material de estudio se corresponden directamente con el nivel de satisfacción del estudiante en su proceso de aprendizaje (Attard, 2012; Contreras, 2015; González-Ramírez & Reyes, 2015; Hodgson et al., 2017).

La *adecuación didáctica* del material de estudio, por su significación, conexión teoría-práctica y dificultad o no para su uso conforma otra línea de trabajos. Investigadores establecen como elemento importante para que un material de estudio contribuya a la enseñanza de la matemática, el que contenga un lenguaje matemático asequible para el estudiante (Gustiani et al., 2017). También destaca el hecho de que el contenido matemático debe ser expuesto a través de algoritmos comprensibles según la capacidad cognitiva del estudiante en cuestión (Hadar, 2017; Krauss & Ally, 2005; Lazarides & Rubach, 2017); así como la necesidad de enfatizar el vínculo entre teoría y práctica, para que el material de estudio pueda guiar al estudiante hacia un correcto aprendizaje de la matemática.

La participación activa de los estudiantes en su aprendizaje, así como su autopercepción sobre la calidad de la enseñanza juegan un papel fundamental en la educación matemática (Bassi, 2019). Los niveles de satisfacción de cada estudiante influyen directamente en su rendimiento académico en matemáticas (Bean & Bradley, 1986; Durksen et al., 2017; Putwain et al., 2018).

En síntesis, el panorama científico actual está caracterizado por investigaciones que se centran por una parte, en evaluar la motivación de los estudiantes con el aprendizaje de la matemática de forma general (Mercader et al., 2017; Sträßer, 2017) o en evidenciar el impacto de los materiales educativos (Kul et al., 2018), sin llegar a vincular el efecto de ambos factores. Son escasos los estudios que realizan una aproximación desde una perspectiva multidimensional que integre las dimensiones y variables abordadas en los diferentes estudios. De ahí la necesidad de diseñar instrumentos de evaluación que integren las dimensiones y variables que la literatura científica está situando como relevantes en su estudio. En la Figura 3.6 se sintetiza el modelo teórico sobre la satisfacción del alumnado con sus materiales matemáticos.

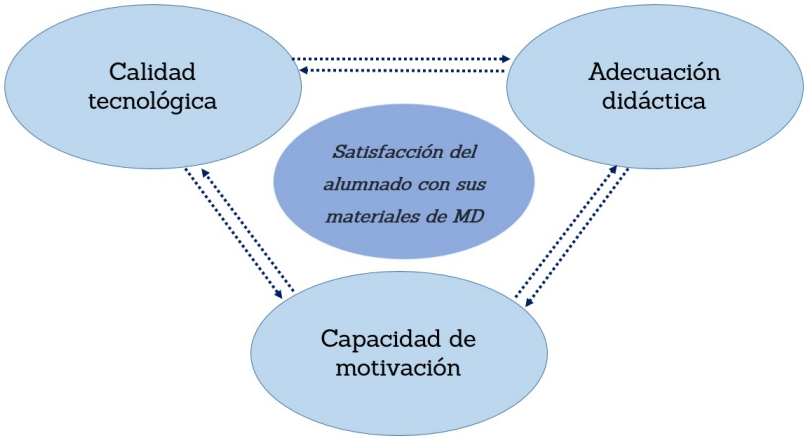


Figura 3.6: Satisfacción del estudiante con los materiales de estudio de Matemática Discreta

Queda evidenciada la necesidad de contribuir a la satisfacción de los estudiantes con sus materiales de estudio de Matemática Discreta, para ello se debe potenciar su adecuación didáctica, su capacidad de motivación y su calidad tecnológica, donde se propicie la interactividad en el aprendizaje.

3.4.2. El diseño de materiales interactivos para el aprendizaje de la Matemática Discreta

El diseño y utilización de materiales interactivos para el aprendizaje de la matemática contribuye a la motivación y al rendimiento académico (Waiyakoon et al., 2015).

Los diseñadores de objetos de aprendizaje han asociado el concepto de interactividad con la capacidad de los usuarios para mirar, encontrar, hacer, usar, y crear (Aldrich et al., 1998; Warner et al., 2019). En un entorno de aprendizaje, la interactividad se puede percibir como la "actividad entre dos organismos" donde el objeto de aprendizaje interactivo involucra al usuario en un verdadero diálogo que proporciona respuestas acordes a las necesidades de información del usuario.

> La calidad de la interacción en un objeto o entorno de aprendizaje es en función de la naturaleza de la respuesta del alumno y la retroalimentación de la computadora. Si la respuesta es coherente con las necesidades de procesamiento de información del alumno, entonces es significativa (Jonassen, 1998, p. 101).

Pettigrew y Shearman (2014) establecen principios para diseñar recursos interactivos que propicien el *engagement* hacia el aprendizaje de la matemática. Ellos destacan los principios de comunicación visual afectiva y de interactividad; establecen que el recurso educativo debe ser atractivo a la vista, debe posibilitar al estudiante manipular sus contenidos y recibir respuesta automática. Además el recurso interactivo debe mostrar una retroalimentación del aprendizaje del alumno.

Existen sistemas, como el GeoGebra, que son muy utilizados en el aprendizaje de la matemática. Estos ambientes dinámicos resultan potentes, ya que generan un micro-mundo para la adquisición del conocimiento matemático que posibilita visualmente hacer explícito el dinamismo implícito del pensamiento relacionado con los conceptos matemáticos (Santos-Trigo & Camacho-Machín, 2018). Un grupo de investigadores de Indonesia destacan la utilización de la web interactiva para el aprendizaje de la matemática (Husna & Cesaria, 2018). Para ello tienen en cuenta que la web interactiva puede ayudar a los estudiantes a lograr una mejor comprensión del tema porque les permite interactuar con el contenido, con el profesor y con sus propios compañeros.

En esta tesis, al tener en cuenta la importancia de la interactividad y la experimentación, asumimos el concepto de objeto de aprendizaje interactivo y experimental (OA-IE) como:

> Software de carácter educativo que permite la manipulación de sus parámetros a partir de la interacción de quien lo utiliza y produciendo una retroalimentación. Posee un contenido claramente identificable. Su principal potencial es la reutilización dentro de distintos contextos educativos, además de posibilitar la evaluación automatizada del aprendizaje del contenido (García-Hernández & González-Ramírez, 2019, p. 23).

Para el diseño de los OA-IE, se propone una estructura compuesta por tres unidades invariantes (García-Hernández & González-Ramírez, 2019):

- *Unidad teórica*: Espacio virtual donde se muestra el contenido a estudiar, a través de conceptos, teoremas, definiciones y ejemplos resueltos.
- *Unidad de experimentación*: espacio donde el estudiante interactúa con el contenido creando sus propios ejemplos de ejercicios y recibiendo retroalimentación del resultado de sus respuestas.
- *Unidad de evaluación*: se evalúa al estudiante de forma automatizada a partir de ejercicios definidos y de otros que el profesor crea, estos ejercicios pueden ser individualizados para cada alumno. El estudiante recibe el resultado de su evaluación, mostrándosele siempre la respuesta correcta.

En la Figura 3.7 se sintetiza tanto el concepto de OA-IE como la estructura de su diseño. Los OA-IE contribuyen a la formulación dinámica de ejercicios, a la interacción y la retroalimentación y a la motivación de los estudiantes, elementos estos vitales en la formación de profesionales de la computación. Su aplicación efectiva en la enseñanza de la Matemática Discreta los hace referentes en nuestra investigación.

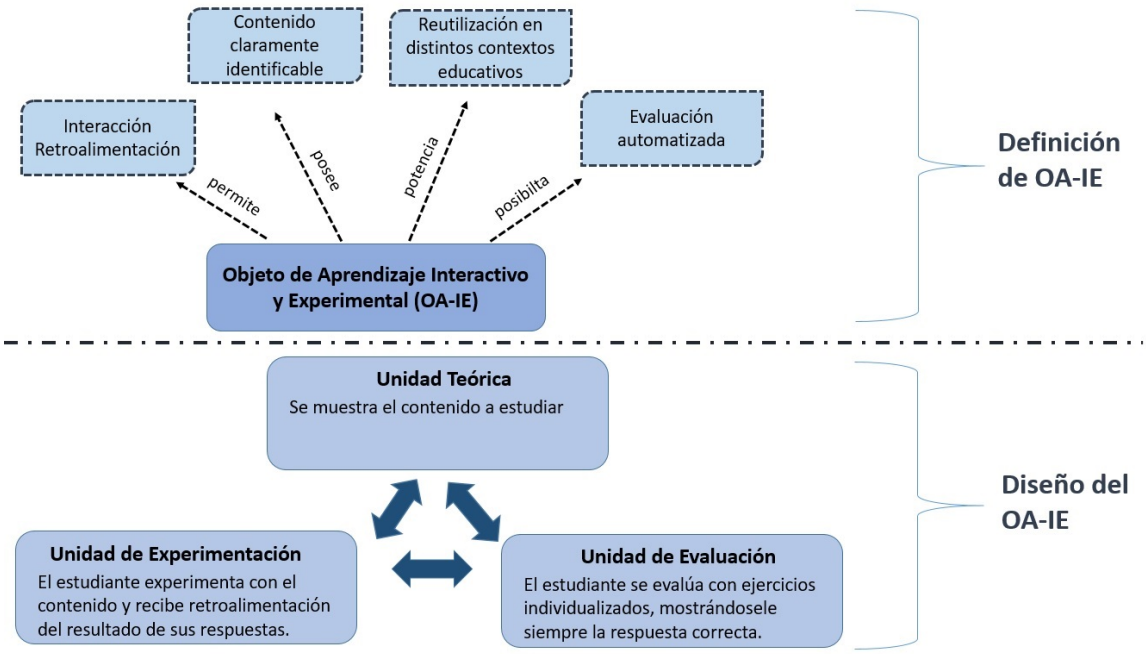


Figura 3.7: Objeto de Aprendizaje Interactivo y Experimental (OA-IE) (García-Hernández & González-Ramírez, 2019)

3.4.3. Los *e-textbooks* como materiales matemáticos

Los libros de texto dominan la práctica docente y son de los materiales de estudio más utilizados por los maestros (West, 2019). La lectura y la escritura en la universidad generalmente se realizan en el contexto cultural de una disciplina o campo particular. Las alfabetizaciones académicas están integradas, descritas y estudiadas en un contexto disciplinario y los estudiantes son instruidos mediante la participación y la alineación con prácticas disciplinarias e ideológicas específicas. En varias disciplinas, los libros de texto son instrumentos centrales en este proceso. Los libros de texto, por su propia naturaleza, representan el conocimiento autorizado y recibido que los estudiantes deben aprender en lugar de desafiar (Richardson, 2004).

Existen dos principales enfoques en la investigación sobre los libros de texto, la primera vertiente, más positivista, estudia las potencialidades de estos materiales de estudio en el aprendizaje de los estudiantes. El segundo enfoque se centra en investigar sus insuficiencias.

En cuanto a las ventajas o potencialidades del libro de texto Fernández (2006) enfatiza que:

- Constituye un mecanismo de control de la dispersión curricular, contribuye a incrementar el grado de consistencia y homogeneidad del currículo escolar.
- Es un material de apoyo al docente en la planificación, el desarrollo y la evaluación curricular
- Es un instrumento cultural para generar una cosmovisión en la comunidad educativa en términos de tareas académicas y de evaluación.

El profesorado encuentra seguridad en los libros de texto, por lo que suele defender su uso debido a que contribuye a los tres roles que debe desempeñar el docente: el rol organizativo (ambiente de aprendizaje), el rol social (interacción entre los participantes del proceso de enseñanza-aprendizaje) y el rol intelectual (adaptación de los contenidos, rendimiento del alumnado, desarrollo del sentido crítico del alumnado, etc) (Molina & Alfaro, 2019).

Monereo (2010) señala que el uso habitual del libro de texto se sustenta en los factores emocional de los estudiantes, abandonar el libro suele suponer el rechazo de padres y alumnos que ven en ello un comportamiento que se sale de las prácticas docentes convencionales. El libro de texto es el material de estudio más utilizado en las aulas españolas y cubanas (Laguardia, 2014; Molina & Alfaro, 2019).

No obstante, muchos libros de texto no promueven, de forma intrínseca, la motivación debido a su formato estandarizado y su comunicación unidireccional. Al limitantes de los libros de texto son (Fernández, 2006):

- No se respeta las individualidades de cada estudiante, las funciones principales de este material son instructivas (recordar y aplicar de lo que se ha leído) y evaluativas.
- Los libros de texto se acomodan, en general, a secuencias simples o lineales, particularmente homogéneas, y raramente plantean secuencias complejas con alternativas, con retroactividad, en espiral o en forma convergente.
- En las aulas, se produce la confrontación entre dos saberes: el instrumental y aplicado, que dirige el libro de texto, y el conocimiento profesional práctico del profesorado que se construye y reconstruye desde otras lógicas más complejas.
- En los libros de texto la evaluación se limita a la comprobación de los aprendizajes de los alumnos, apelando al recuerdo, a la comprensión de la información, con preguntas de baja inferencia y, en varios libros, a través de ítems de las llamadas pruebas objetivas.

También se destaca que el libro de texto puede ser aburrido para el alumno, predecible, con contenidos y actividades que pueden no corresponderse con la realidad de la legislación actual o incluso de la clase, ya que este material no se adapta a las individualidades de cada alumno (Molina & Alfaro, 2019).

La política de la UNESCO sobre las TIC sostiene que pueden ayudar a fortalecer la planificación y gestión de la educación democrática y transparente. Cuando los recursos son escasos, el uso juicioso de material de código abierto a través de tecnologías puede proporcionar los medios para evitar el cuello de botella en la producción, distribución y actualización de libros de texto (Nyanja & Musonda, 2020). De igual forma muchas de las desventajas que conlleva la utilización de libros de texto pueden minimizarse cuando se propicia la utilización de recursos tecnológicos.

Los libros de texto electrónicos se han convertido en una parte integral de la experiencia de aprendizaje para los estudiantes en todos los niveles, son conocidos en la comunidad internacional como *e-textbooks*. A menudo se requiere que los estudiantes usen *e-textbooks* como parte de su plan de estudios. Los *e-textbooks* tienen muchas características que no tienen los libros tradicionales: como búsqueda, anotación, resaltado y multimedia (Ragan et al., 2019).

Los *e-textbooks* también tienen recursos y herramientas adicionales que brindan a los maestros diferentes formas de proporcionar información, dar retroalimentación inmediata a los estudiantes y guiar la instrucción. Además, a menudo tienen tecnologías de aprendizaje adaptativo para monitorear el progreso de los estudiantes y personalizar el aprendizaje (Rivero, 2015). El problema es que los estudiantes (y a veces los maestros) que usan *e-textbooks*, a menudo no aprovechan estas características (Hao & Jackson, 2014).

Algunos formatos de *e-textbooks* les permiten a los maestros modificar información y agregar herramientas de instrucción para que los estudiantes usen mientras leen (Ragan et al., 2019). Los *e-textbooks* con funciones interactivas apoyan el uso efectivo de la enseñanza y el aprendizaje de la forma en que los estudiantes aprenden. Otros *e-textbooks* incluyen evaluaciones en línea, laboratorios junto con juegos, animaciones y enlaces externos a contextos en línea, etc (Chesser, 2011).

Existen, según un grupo de investigadores (Gueudet et al., 2018), tres tipos de *e-textbooks*:

1. El *e-textbook* integrativo, se refiere a un modelo de tipo *add-on* donde la versión digital de un libro de texto (tradicional) está conectada a otros objetos de aprendizaje.
2. El *e-textbook* en evolución o vivo, se refiere a un modelo de tipo acumulativo o en desarrollo, donde una comunidad central (por ejemplo, docentes) es autora de un libro de texto digital. De esta forma el *e-textbook* se va desarrollando de forma permanente debido a las aportaciones de otros profesionales.
3. El *e-textbook* interactivo, se refiere a un modelo de kit de herramientas, donde el *e-textbook* (creado para funcionar solo como un libro de texto interactivo) se basa en un conjunto de objetos de aprendizaje: tareas e interactivos (diagramas y herramientas) que se pueden vincular y combinar con otros recursos.

La investigación sobre la adopción de *e-textbooks* por parte de profesores y estudiantes se ha centrado en gran medida en los factores afectivos de los estudiantes, como la satisfacción y la preferencia, en las comparaciones entre los resultados de aprendizaje de los usuarios de papel y los del *e-textbook*, y sobre cómo los estudiantes interactúan con ambos formatos. (Schuh et al., 2018).

Los estudios sobre la preferencia de los estudiantes por los *e-textbooks* en comparación con los libros de texto tradicionales han arrojado diversos resultados. Algunos investigadores han encontrado que

los estudiantes prefieren los *e-textbooks* (Brunet et al., 2011; Jao et al., 2005), mientras que otros han demostrado que los estudiantes prefieren los libros de texto en papel (Shepperd et al., 2008; Woody et al., 2010).

La investigación sobre los resultados de aprendizaje de los estudiantes de *e-textbooks* y otros materiales de aprendizaje en pantalla también ha producido resultados mixtos. Los investigadores han encontrado resultados diferentes en estudios que exploran cómo el medio (es decir, materiales de papel *versus* materiales en pantalla) puede afectar las habilidades metacognitivas de los estudiantes. Algunos investigadores han descubierto que los estudiantes pueden tener dificultades para aplicar estrategias metacognitivas en las tareas de aprendizaje en pantalla (Baker-Eveleth & Stone, 2016; Lauterman & Ackerman, 2014), pero otros no encontraron ningún efecto de tipo medio en la capacidad de los estudiantes para aplicar estrategias metacognitivas (Norman & Furnes, 2016).

Algunos investigadores han demostrado que los usuarios de *e-textbooks* y los usuarios de libros de texto tradicionales logran resultados de aprendizaje similares (Rockinson-Szapkiw et al., 2013; Worm, 2013), incluso cuando los estudiantes pasan más tiempo leyendo su *e-textbooks* que los usuarios de un libro de texto en papel (Daniel & Douglas, 2013). No obstante otros investigadores concluyen que los usuarios de *e-textbooks* logran un aprendizaje superior (Brunet et al., 2011; Chesser, 2011; Schuh et al., 2018).

Es válido destacar que, aunque los *e-textbooks* permiten una mayor interactividad (como otras tecnologías web 2.0), los estudiantes a menudo usan *e-textbooks* para leer y acceder a la información, no para la interactividad (Schuh et al., 2018). De ahí la importancia de no solo diseñar estos recursos educativos desde el punto de vista informático sino de diseñar un modelo didáctico para su utilización, de forma tal que se propicie un mayor *engagement* y rendimiento académico del alumnado.

3.5. Síntesis capitular

La Tecnología Educativa ha tenido una evolución en sus líneas de investigación en los últimos 20 años, partiendo desde una conceptualización teórica hasta el uso de las TIC en entornos de aprendizaje complejos. Estas líneas de investigación se han centrado en la utilización de las TIC para propiciar *engagement* y en la interactividad como elemento esencial de la mediación tecnológica.

Quedó evidenciado en este capítulo que los estudiantes nativos digitales que tenemos en nuestras aulas tienen un conjunto de características que incluye la preferencia por la rapidez, el procesamiento no lineal, la multitarea, etc. Estas y otras características propician un grupo de beneficios y riesgos en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La interactividad, como línea de investigación previamente presentada, es propuesta por varios investigadores como una de las variables que más influye en el aprendizaje de la matemática. Precisamente, que un material de estudio potencie o no la interactividad, determina la satisfacción del alumno con su uso. De ahí la necesidad de crear y utilizar recursos interactivos para el aprendizaje de la Matemática Discreta. En este sentido se realza el concepto de objeto de aprendizaje interactivo y experimental, por las potencialidades que posee para aprender con altos niveles de motivación.

Termina el capítulo haciendo un análisis de los *e-textbook* como recursos interactivos. Existen dos principales enfoques en la investigación sobre los *e-textbooks*, la primera vertiente, más positivista, estudia las potencialidades de estos materiales de estudio en el aprendizaje de los estudiantes. El segundo enfoque se centra en investigar sus insuficiencias.

II

Metodología de la Investigación

CAPÍTULO 4

Diseño metodológico de la investigación

4.1 Presentación

4.2 Objetivos y problema de investigación

4.3 Preguntas de investigación

4.4 Diseño de investigación

4.5 Población y muestra

4.5.1 Sujetos de la Fase Diagnóstica y la Fase de Diseño

4.5.2 Sujetos de la Fase Evaluativa

4.6 Instrumentos de recogida de datos

4.6.1 Cuestionario 1: Variables asociadas al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta

4.6.2 Cuestionario 2: Satisfacción de los estudiantes con los materiales de estudio de matemática

4.6.3 Cuestionario 3: Características de un material de estudio para generar *engagement* en el aprendizaje de la matemática

4.6.4 Cuestionario 4: Evaluación de la calidad del *e-textbook* como objeto de aprendizaje

4.6.5 Pruebas pedagógicas: Evaluación del rendimiento académico en Matemática Discreta

4.6.5.1 Prueba pedagógica A

4.6.5.2 Prueba pedagógica B

4.7 Técnicas de análisis de datos

4.7.1 Análisis de la validez y fiabilidad de los instrumentos de recogida de datos

4.7.2 Análisis descriptivos

4.7.3 Análisis correlacionales

4.7.4 Análisis causales-multivariantes

4.8 Síntesis capitular

CAPÍTULO 4

DISEÑO METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN

4.1. Presentación

En este capítulo se describe la metodología empleada para el desarrollo de la tesis. Se declara el problema científico, para dar respuesta a la problemática se plantean los objetivos y preguntas de la investigación. De igual forma, se expone el diseño metodológico; se describen las fases del diseño y se presenta la finalidad de cada una de ellas.

Se continúa identificando a la población y describiendo la muestra de cada una de las fases, teniendo en cuenta el diseño polietápico de la investigación. La caracterización de la muestra revela el contexto de aplicación de la tesis, en este caso la Universidad de las Ciencias Informáticas de La Habana, Cuba.

Continúa este capítulo mostrando los instrumentos para la recogida de datos. Se exponen los elementos teóricos que los sustentan y que permitieron (en los cuestionarios elaborados *ad hoc*) su construcción.

Finalmente se exponen las técnicas de análisis de datos que se utilizan para dar respuesta a cada pregunta de investigación. Las técnicas utilizadas sustentan la validez empírica de los resultados expuestos en el próximo capítulo.

4.2. Objetivos y problema de investigación

La finalidad de esta tesis es diseñar y evaluar un *e-textbook* que permita "enganchar" al alumnado con el aprendizaje de la Matemática Discreta; materia de esencial importancia en las carreras computacionales. Un alumno con *engagement* hacia sus estudios, motivado e implicado en su aprendizaje, es propenso a obtener un mejor rendimiento académico (Barrios, 2014; Contreras, 2015; Reyes, 2016).

A partir de los elementos expuestos en la introducción de esta tesis se declara como problema de investigación ¿Cómo contribuir al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta?

Para responder a este problema se plantea como objetivo general de la tesis "Diseñar un *e-textbook* de Matemática Discreta y evaluar su impacto en el *engagement* de los estudiantes hacia su aprendizaje". En el contexto de la investigación, el nivel de aprendizaje del alumno se relaciona con su rendimiento académico.

Para lograr este propósito se plantean los siguientes objetivos específicos:

1. Identificar las variables asociadas al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta.
2. Conocer la satisfacción de los estudiantes con los materiales de estudio de Matemática Discreta.
3. Identificar las características que debe poseer un material de estudio para contribuir al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta.
4. Diseñar un *e-textbook* de Matemática Discreta que contribuya al *engagement* de los estudiantes con su aprendizaje.
5. Evaluar los efectos del *e-textbook* de Matemática Discreta en el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta.

4.3. Preguntas de investigación

Como se muestra en la Tabla 4.1, para guiar el cumplimiento de los objetivos se establecen las siguientes preguntas de investigación:

Tabla 4.1: Preguntas de investigación por cada objetivo propuesto

Objetivos de investigación	Preguntas de investigación
Oi1: Identificar las variables asociadas al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta	**Pi1.1:** ¿Cómo medir los niveles de *engagement* de los estudiantes en su aprendizaje de la Matemática Discreta? **Pi1.2:** ¿Cuál es el estado actual del *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta (EMD)? **Pi1.3:** ¿Qué relación existe entre el EMD, el rendimiento académico en Matemática Discreta (RMD) y las diversas variables asociadas a los estudiantes? **Pi1.4:** ¿Qué relación existe entre el EMD y RMD a nivel de estudiantes y aulas? **Pi1.5:** ¿Cómo explican, las características propias de los estudiantes, las diferencias entre el EMD y el RMD? **Pi1.6:** ¿Qué características del proceso de enseñanza-aprendizaje a nivel de aula explican las diferencias entre el EMD y el RMD?
Oi2: Conocer la satisfacción de los estudiantes con los materiales de estudio de Matemática Discreta	**Pi2.1:** ¿Cómo medir la satisfacción de los estudiantes con los materiales de estudio de Matemática Discreta? **Pi2.2:** ¿Cuál es el nivel de satisfacción que tiene el alumnado con sus materiales de estudios de Matemática Discreta? **Pi2.3:** ¿Qué relación existe entre las variables EMD y RMD con la satisfacción que tiene el alumnado con sus materiales de estudios de Matemática Discreta?
Oi3: Identificar características que debe poseer un material de estudio para contribuir al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta	**Pi3.1:** ¿Cómo determinar las características que debe poseer un material de estudio para contribuir al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta? **Pi3.2:** ¿Cuáles son las características que debe poseer un material de estudio para contribuir al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemáticas Discreta?
Oi4: Diseñar un *e-textbook* de Matemática Discreta que contribuya al *engagement* del alumnado con su aprendizaje	**Pi4.1:** ¿Qué aspectos tecnológicos y didácticos deben tenerse en cuenta para el diseño de un *e-textbook* de Matemática Discreta? **Pi4.2:** ¿Cómo estructurar el diseño del *e-textbook* para que contribuya al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemáticas Discreta?
Oi5: Evaluar los efectos del *e-textbook* en el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta	**Pi5.1:** ¿Cuál es la calidad del *e-textbook* de Matemática Discreta como objeto de aprendizaje? **Pi5.2:** ¿Cuáles son los efectos del *e-textbook* de Matemática Discreta en el *engagement* de los estudiantes? **Pi5.3:** ¿Cuáles son los efectos del *e-textbook* de Matemática Discreta en la satisfacción de los estudiantes con sus materiales de estudio? **Pi5.4:** ¿Cuáles son los efectos del *e-textbook* de Matemática Discreta en el rendimiento académico de los estudiantes?

4.4. Diseño de la investigación

Esta investigación responde a un diseño cuantitativo cuasi-experimental basado en un enfoque poli-etápico. Los cuasi-experimentos provienen de la educación y la psicología, donde la investigación de ciertos fenómenos es difícil llevarla con procedimientos experimentales puros (Campbell & Stanley, 1966; Manterola & Otzen, 2015). Los estudios cuasi-experimentales no requieren selección aleatoria de individuos en entornos donde puede no ser factible (Handley et al., 2011).

En esta investigación, que se centra en el diseño de un *e-textbook* y de la evaluación de su impacto en el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta, se aplica una metodología cuantitativa

y se trabaja con una metodología empírico analítica. Es de tipo explicativo con un desarrollo transversal. Las investigaciones explicativas utilizan, entre otros, métodos de tipo experimental. Los estudios explicativos describen y correlacionan variables, pero su principal objetivo es responder por las causas de los eventos y fenómenos sociales, su interés se centra en explicar por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se manifiesta o por qué se relacionan dos o más variables. Es una investigación con un desarrollo transversal, puesto que se recopilan datos de diferentes sujetos en momentos concretos, compartiendo todos los sujetos la misma temporalidad (Hernández-Sampieri & Baptista, 2014).

El diseño de investigación se muestra en la Figura 4.1 y consta de tres fases. En el curso 2016-2017 se elaboró el plan de investigación donde se justificó el estudio y se declararon los objetivos de investigación. Se inicia con en un estudio exploratorio para, a partir de la revisión de la literatura, crear un marco teórico acorde al alcance de la investigación.

Figura 4.1: Diseño de la investigación (ENG: *engagement*, RA: Rendimiento académico, MD: Matemática Discreta)

La *fase diagnóstica* de la investigación se centra en un estudio correlacional, utilizando un diseño tipo encuesta, con el objetido de recabar información acerca de los niveles de *engagement* de los estudiantes hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta y acerca de las principales limitantes que poseen los materiales de estudio para contribuir al *engagement* y al rendimiento académico de los estudiantes.

En la *fase de diseño* se realiza un estudio descriptivo mediante un cuestionario que indaga sobre las características que debe poseer un material de estudio para generar *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta. Los resultados del cuestionario, los presupuestos teóricos de la investigación y los análisis realizados en la fase inicial permiten el diseño de un *e-textbook* de Matemática Discreta.

En la *fase evaluativa*, se utiliza una metodología cuantitativa con la finalidad de evaluar, a partir de un cuestionario a profesores, la calidad del *e-textbook* como objeto de aprendizaje. De igual forma se evalua la efectividad del libro de texto elaborado teniendo en cuenta, mediante un cuasi-experimento, la satisfacción del alumnado con su utilización, la contribución del propio *e-textbook* al *engagement* y al rendimiento académico en Matemática Discreta.

4.5. Población y muestra

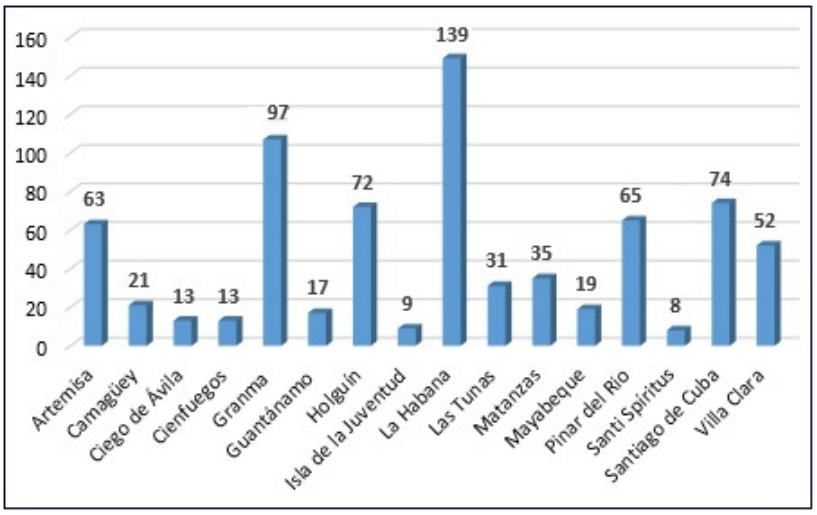
La población está conformada por todos los estudiantes de primer año del curso regular diurno de la Universidad de las Ciencias Informáticas de La Habana, Cuba. Se escoge como población al primer año de la carrera por ser donde se imparte Matemática Discreta. El total de la población varía según las cohortes que participaron en este estudio, como se muestra a continuación.

4.5.1. Sujetos de la Fase Diagnóstica y la Fase de Diseño

Los participantes fueron 728 estudiantes de los 746 matriculados en la cohorte de primer año del curso académico 2016-2017, 18 estudiantes no participaron en el estudio por no estar presentes en la universidad durante un largo período de tiempo ($n = 8$) o por rechazar la invitación voluntariamente ($n = 10$). Los participantes se agrupan en 40 aulas pertenecientes a la Facultad Introductoria de Ciencias Informáticas, agrupadas en cinco Bloques Docentes (ocho aulas por bloques). La media de estudiantes por aula es de 18.2. La media de edad es de 19.01 con una desviación estándar de 0.960. Las aulas tienen diferentes profesores; no obstante, se rigen por el mismo curriculum y realizan los mismos exámenes.

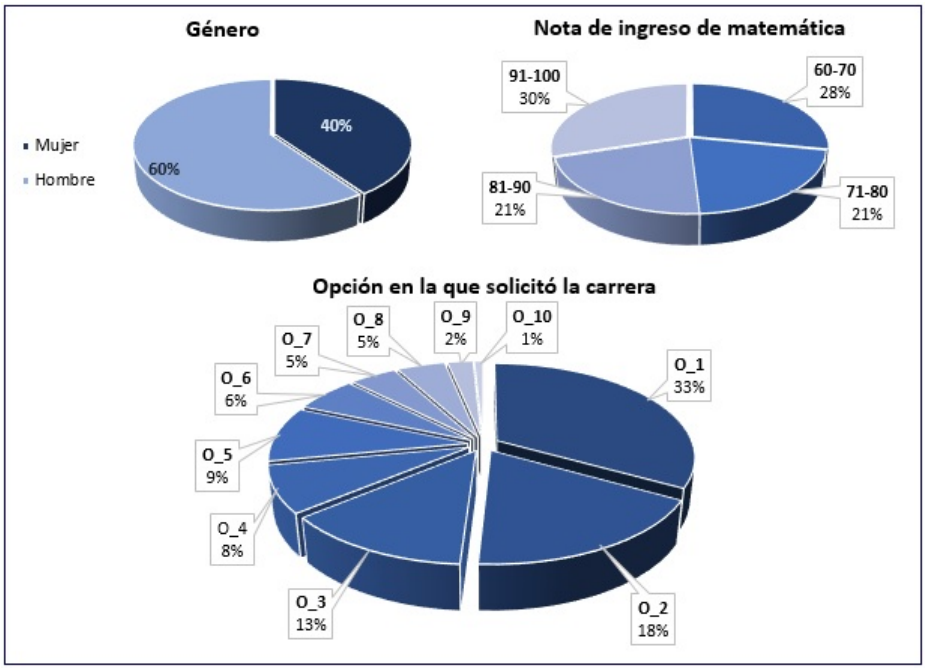
Los estudiantes asisten a cuatro horas semanales de Matemática Discreta en cada semestre del año académico. En cuanto a la provincia 139 estudiantes son de Habana, lo que representa el 19.09 %, los demás son de los restantes territorios del país (ver Gráfico 4.1).

Gráfico 4.1: Distribución de la muestra por provincias. Fases Diagnóstica y de Diseño



En relación al género 293 fueron mujeres y 435 hombres. También se caracterizó la muestra respecto a la nota de ingreso de matemática. En la escala de calificaciones preuniversitaria cubana el estudiante obtiene una nota entre 0 y 100 donde 60 representa el aprobado. Para el acceso a la Educación Superior el estudiante solicita 10 opciones de carrera en orden de preferencia. En el Gráfico 4.2 se muestra la distribución de la muestra por género, nota de ingreso de matemática y las opción en que los estudiantes solicitaron la carrera que cursan: Ingeniería en Ciencias Informáticas.

Gráfico 4.2: Distribución de la muestra por género, nota de ingreso de matemática y opción en la que se solicitó la carrera. Fases Diagnóstica y de Diseño



Obsérvese como en estas fases están representadas todas las provincias del país y el municipio especial Isla de la Juventud. Aunque la mayoría de los sujetos son hombres (60 %) no hay una representación de mujeres desproporcionadas teniendo en cuenta que en la carreras STEM prevalecen los hombres (Stoet & Geary, 2018).

Existe una distribución equitativa en cuanto a la nota de ingreso de matemática, con un ligero predominio del rango 91-10 (30 %), más del 50 % de los sujetos obtuvieron una nota de ingreso por encima de 80 puntos, considerada como notable, esto presupone la buena preparación previa en matemática de esta cohorte. De igual manera existe una preferencia por la carrera en su solicitud de ingreso, un tercio de la muestra solicitó Ingeniería en Ciencias Informáticas en su primera opción y el 64 % de los sujetos la solicitó en las tres primeras opciones.

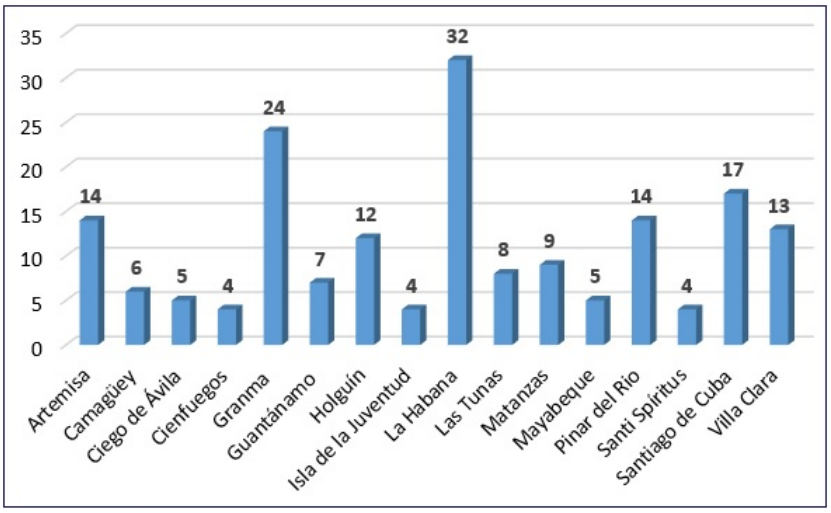
4.5.2. Sujetos de la Fase Evaluativa

Para la validación del *e-textbook* como objeto de aprendizaje participaron siete profesores de la Universidad de las Ciencias Informáticas. Todos son Doctores, cinco poseen la máxima Categoría Docente de Profesor Titular y cinco la categoría precedente de Profesor Auxiliar. Todos tienen experiencia en la investigación y utilización de la Tecnología Educativa y poseen más de 10 años de experiencia en la impartición de las matemáticas.

Para la realización del cuasi-experimento participaron 178 estudiantes (88 en el grupo experimental y 90 en el grupo de control) de ocho grupos de clases (cuatro en el grupo experimental y cuatro en el grupo de control) . Esta cantidad representa el 11.22 % del total de 695 matriculados en la cohorte de primer año del curso académico 2017-2018 de la UCI. La media de edad de los alumnos es de 19.3 con una desviación estándar de 0.897. Para la selección de la muestra participante en esta fase se realiza un muestreo intencional, en el que se seleccionan las unidades muestrales (aulas) no de forma aleatoria, sino según características relevantes para el estudio (Sabino, 1992). Estas ocho aulas constituyen la totalidad del Bloque I de la Facultad Introductoria de Ciencias Informáticas, bloque en el que el autor de la tesis imparte docencia a cuatro aulas (dos de ellas formaron parte del grupo experimental y dos del grupo de control).

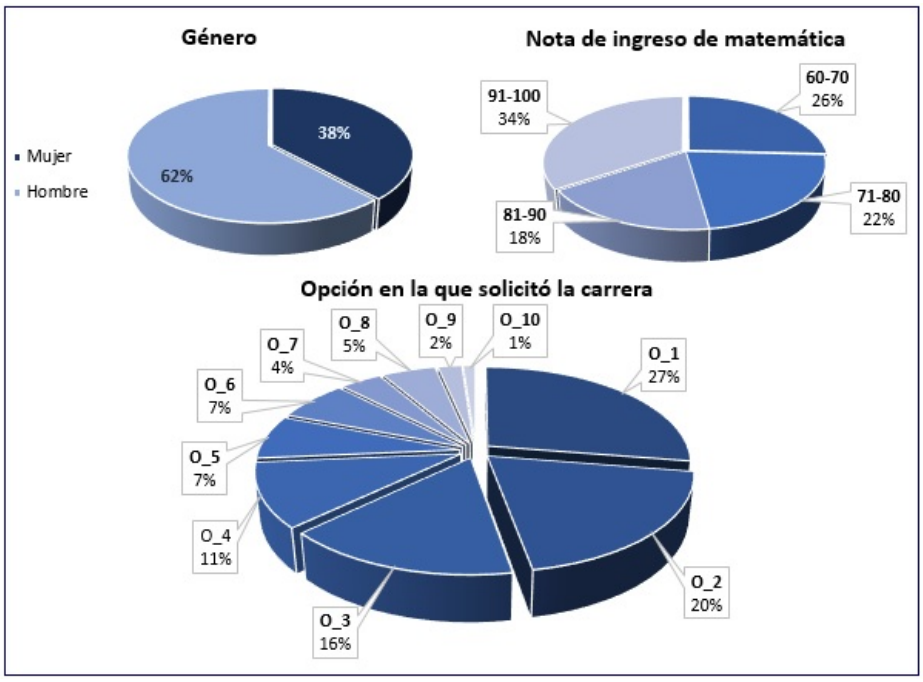
El 17.98 % de los estudiantes son de la capital del país. En el Gráfico 4.3 se muestra la relación de estudiantes por las provincias de la isla.

Gráfico 4.3: Distribución de la muestra por provincias. Fase Evaluativa



La muestra del cuasi-experimento se divide en 68 mujeres y 110 hombres (ver Gráfico 6). También se caracterizó la muestra respecto a la nota de ingreso de matemática y la opción en que los estudiantes solicitaron la carrera que cursan: Ingeniería en Ciencias Informáticas (ver Gráfico 4.4).

Gráfico 4.4: Distribución de la muestra por género, nota de ingreso de matemática y opción en la que se solicitó la carrera. Fase Evaluativa



En este muestreo están representadas todas las regiones del país y la mayoría de los sujetos son hombres (62 %) lo cual no representa una desproporción exagerada si se tiene en cuenta que en la carreras STEM es menor la cuantía de mujeres (Stoet & Geary, 2018).

Existe una distribución equitativa en cuanto a la nota de ingreso de matemática, con un predominio del rango 91-100 (34 %), más del 50 % de los sujetos obtuvieron una nota de ingreso por encima de 80 puntos, considerada como notable, esto denota la buen preparación previa en matemática. De igual manera que en fases anteriores existe una preferencia por la carrera en su solicitud de ingreso, el 27 % de los alumnos de la muestra solicitó Ingeniería en Ciencias Informáticas en su primera opción y el 63 % de la solicitó en las tres primeras opciones.

4.6. Instrumentos de recogida de datos

En este apartado se presentan los fundamentos científicos de los instrumentos utilizados y la concreción que adquieren en dimensiones e ítems:

- Cuestionario 1 "*Engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta". Este instrumento está asociado al objetivo 1 de la investigación. La recogida de datos se realizó en el curso 2016-2017. La versión completa de este instrumento se presenta en el Anexo 1.
- Cuestionario 2 "Satisfacción del estudiante con los materiales de estudio de Matemática Discreta" (objetivo 2 de la investigación), se puede acceder a su versión final en el Anexo 2. Los datos asociados a este instrumento fueron recogidos en el curso 2016-2017.
- Cuestionario 3 "Características de un material de estudio para generar *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta" (objetivo 3 de la investigación). La recogida de datos se realizó en el curso 2016-2017. La versión completa de este instrumento puede ser consultada en el Anexo 3.
- Cuestionario 4 "Calidad del *e-textbook* como objeto de aprendizaje". Este instrumento está relacionado con el objetivo 5 de la investigación. La recogida de datos se realizó en el curso 2017-2018, se puede acceder a este cuestionario en el Anexo 4.
- Pruebas pedagógicas: Se utilizan para evaluar el rendimiento académico en Matemática Discreta. Se utilizan dos pruebas pedagógicas, la primera (Prueba A) es el Examen Final de Matemática Discreta I aplicado por la Universidad de las Ciencias Informáticas en el primer semestre del curso 2016-2017 (Anexo 5).

  La segunda prueba pedagógica (Prueba B) es la utilizada en el cuasi-experimento en el segundo semestre del curso 2017-2018, para determinar los efectos del *e-textbook* en el

rendimiento académico en Matemática Discreta, la Prueba B consta de un pre-test y un post-test (Anexo 6).

A continuación se presentan los fundamentos científicos de los instrumentos utilizados y la concreción que adquieren en dimensiones e ítems.

4.6.1. Cuestionario 1: Variables asociadas al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta

El primer objetivo específico de esta investigación es identificar las variables asociadas al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta. Para cumplir con este objetivo se realizó una adaptación del cuestionario "Escala Multifactorial para el Diagnóstico del *Engagement*", elaborado por Reyes-de Cózar (2016). Se busca indagar sobre las variables que más influyen en el *engagement* de los estudiantes, para brindar información que posibilite la toma de decisiones que tributen a un mejor rendimiento académico. En la Figura 4.2 se observan las escalas del cuestionario.

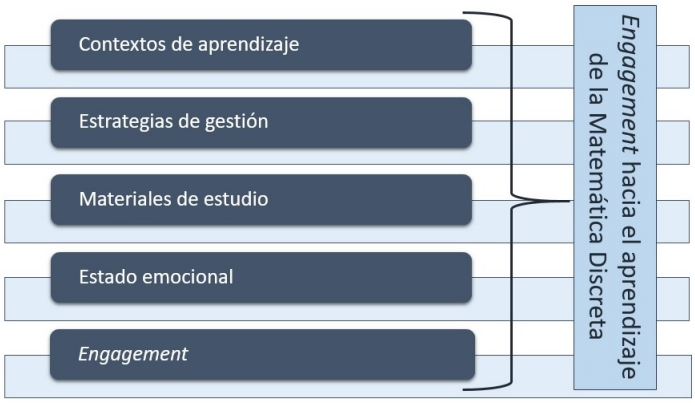


Figura 4.2: Escalas del Cuestionario 1

Escala 1: Contextos de aprendizaje. Busca identificar características de las aulas, que desde la visión del alumno, generan *engagement*. Para ello en esta investigación se tiene en cuenta el nivel de utilización de las tecnologías. Se indaga en el tipo de acciones que realiza el profesor en el aula para que, con un diseño dinámico y motivador, contribuya al aprendizaje de los estudiantes.

Se analizan además los tipos de acciones que se desarrollan en el aula para informar de forma constante al estudiante sobre su rendimiento académico parcial y para propiciar un entorno de aprendizaje motivador y desarrollador de las habilidades matemáticas (González-Ramírez & García-Hernández, 2020; Kuna & Vozar, 2014; Reyes, 2016). En esta escala es fundamental el

trabajo del profesor, su capacidad de crear un ambiente que genere adecuados niveles de *engagement* en el aprendizaje de la Matemática Discreta. Consta de un total de 10 ítems (ver Tabla 4.2).

Tabla 4.2: Ítems que integran la escala *Contextos de aprendizaje* (Cuestionario 1)

Tengo una comunicación interpersonal fluida con compañeros y profesores
Las actividades exigen el máximo de mí para superarlas
En la clase trabajo en actividades relacionadas con posibles problemas de mi futura profesión
Los profesores usan las dudas que les planteo en clase para ampliar contenidos de la asignatura
La revisión de los exámenes y pruebas de evaluación me sirven para clarificar y conocer mis errores
Los profesores nos orientan actividades que exigen autonomía (Trabajos de investigación, tema abierto, etc.)
Las explicaciones de los profesores me resultan estimulantes
Encuentro una actitud positiva por parte de mis profesores para atender mis necesidades
Las explicaciones de los profesores me resultan fáciles de entender y conectadas con mis intereses
En las clases utilizo todas las posibilidades de las nuevas tecnologías

Escala 2: Estrategias de gestión. Esta escala indaga sobre las dificultades que afrontan los estudiantes en su aprendizaje y cómo actúan o median para resolver dichos obstáculos, consta de ocho ítems. Para ello se tienen en cuenta la capacidad que tiene el estudiante para, por sí solo, enfrentar sus estudios de Matemática Discreta con la guía del profesor, pero sin una excesiva dependencia y la confianza que posee el estudiante para enfrentar con éxito sus estudios (Reyes, 2016; Sánchez-Ansola et al., 2016). Si en la escala anterior tiene mayor influencia la labor del profesor, en esta es vital la actitud de los estudiantes para enfrentar el aprendizaje. Los ítems que la conforman se pueden observar en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3: Ítems que integran la escala *Estrategias de gestión* (Cuestionario 1)

Busco la manera de aclarar las dudas y seguir mis estudios
Acudo a aclaraciones de dudas que me permitan establecer vínculos afectivos con el profesor o perspectivas distintas de la MD
Ajusto mi esfuerzo a lo que esperan de mí en la asignatura
Busco ayuda en mis compañeros de estudio
Identifico los requisitos mínimos de la asignatura y los realizo
Ajusto mi tiempo de estudio a las exigencias de la asignatura
Abandono la asignatura, dejándola para arrastrarla en el próximo curso
Acudo a consultas para profundizar en los contenidos con la guía del profesor

Escala 3: Materiales de estudio. Se propicia un acercamiento a la posible relación que existe entre el *engagement* y los materiales de estudio de Matemática Discreta, esta escala posee cuatro ítems (ver Tabla 4.4). Los materiales de estudios son un factor predictivo del *engagement* y/o del rendimiento académico (García-Hernández & González-Ramírez, 2018, 2020; Kul et al., 2018).

Tabla 4.4: Ítems que integran la escala *Materiales de estudio* (Cuestionario 1)

Contribuyen a mi aprendizaje
Vinculan su contenido con mi Carrera/Grado/Licenciatura
Me resultan fáciles de entender y conectados con mis intereses
Se adaptan a mi ritmo de aprendizaje

Escala 4: Estado emocional. Este diferencial semántico consta de ocho pares que recogen los principales estados emocionales de los alumnos (ver Tabla 4.5), con el objetivo de que puedan ubicarse a un lado u otro y obtener una visión global del estado anímico en su aprendizaje (Reyes, 2016).

Tabla 4.5: Ítems que integran la escala *Estado emocional* (Cuestionario 1)

Frustrado-Realizado
Insatisfecho-Satisfecho
Inseguro-Seguro
Pesimista-Optimista
Preocupado-Confiado
Con malestar-Con bienestar
Desmotivado-Motivado
Desilusionado-Esperanzado

Escala 5: Engagement. Esta última escala pregunta directamente al estudiante sobre su percepción acerca del nivel de *Engagement*, Satisfacción personal y Bienestar subjetivo en relación a sus estudios de Matemática Discreta (Reyes, 2016). Constituye, junto con el rendimiento académico en Matemática Discreta, una varible dependiente de esta investigación. Consta de un total de 3 ítems (ver Tabla 4.6).

Tabla 4.6: Ítems que integran la escala *Engagement* (Cuestionario 1)

Estoy conectado con mis estudios de Matemática Discreta a un nivel:
Mi grado de satisfacción con mis estudios de Matemática Discreta es:
El nivel de bienestar que me producen mis estudios de Matemática Discreta es:

Todas las escalas son de tipo *Likert*, excepto la cuarta, que es un diferencial semántico. Las escalas tipo *Likert* utilizan el baremo 1: Nada, 2: Poco, 3: Algo, 4: Bastante y 5: Mucho. Puede consultar la validez y la fiabilidad de este instrumento en el Capítulo 5, en los Resultados del Cuestionario 1.

4.6.2. Cuestionario 2: Satisfacción del estudiante con los materiales de estudio de Matemática Discreta

A partir de los presupuestos teóricos ya presentados se procedió a desarrollar un instrumento *ad hoc* para evaluar la satisfacción de los estudiantes con los materiales de estudio de Matemática Discreta (segundo objetivo específico). En ese sentido, se siguieron dos tipos de fuentes: investigación empírica sobre la motivación de los estudiantes con el aprendizaje de la Matemática Discreta y resultados de trabajos de investigación sobre el impacto de los materiales educativos en el aprendizaje de esta parte de las matemáticas. La Tabla 4.7 sintetiza estas investigaciones.

Tabla 4.7: Cuestionario 2: conceptos claves, fuentes relacionadas y ejemplos de ítems

Conceptos claves	Fuentes relacionadas	Ejemplo de ítems
Calidad tecnológica		
Medios audiovisuales para el aprendizaje	(Matzakos & Kalogiannakis, 2017)	Poseen recursos audiovisuales
Retroalimentación	(Reyes, 2016)	Permiten hacerle preguntas al autor y recibir sus respuestas
Capacidad de interacción	(Bradford, 2011)	Me permiten la interacción con mi profesor y mis compañeros
Calidad del diseño	(Hansen & Gissel, 2017)	Poseen un diseño gráfico atractivo que incentiva mi aprendizaje
Adecuación didáctica		
Resúmenes teóricos	(Matzakos & Kalogiannakis, 2017)	Poseen resúmenes conceptuales por bloques de contenido
Contextualización educativa	(Lee, 2014)	Se adecuan a los objetivos y contenidos de la materia en cuestión
Adecuado nivel de dificultad	(Hansen & Gissel, 2017)	Poseen un nivel de dificultad de los contenidos teóricos acorde con los estudios que realizo
Guía de aprendizaje	(Golding, 2014)	Ejemplifican suficientemente las definiciones, teoremas y postulados matemático
Capacidad de motivación		
Utilidad para la evaluación de los estudiantes	(Matzakos & Kalogiannakis, 2017)	Me ayudan en los exámenes del curso
Relevancia	(Bradford, 2011)	Vinculan sus contenidos con mi Carrera/Grado/Licenciatura
Capacidad de propiciar bienestar en el estudio	(Lee & Chen, 2015)	Me propician una sensación de bienestar en el estudio de la asignatura
Motivación práctica	(Vizcaino Escobar et al., 2015)	Hacen visible la vinculación del contenido matemático con el mundo real

Sobre la base de estas investigaciones se elaboró un cuestionario compuesto por 49 ítems agrupados en tres dimensiones: calidad tecnológica (17 ítems), adecuación didáctica (11 ítems) y capacidad de motivación (21 ítems). Las dimensiones y los ítems del cuestionario fueron evaluados por siete

expertos (muestra específicada en el acápite 4.5.2). En cada ítem, evaluaron: (i) la comprensión, referida al nivel en el que un ítem expresa su formulación de una manera específica y comprensible, (ii) la viabilidad del ítem, expresando el nivel en que los alumnos pueden responder el ítem, y (iii) pertinencia, referido al nivel con el que el ítem realmente evalúa la satisfacción de los estudiantes con los materiales matemáticos (Villavicencio-Martínez & Luna-Serrano, 2018).

Se aplicó un análisis de contenido cualitativo para evaluar los criterios de los expertos. Se solicitó el criterio de los jueces sobre los ítems (modificarlos o eliminarlos). Tomando en cuenta las consideraciones que tuvieron coincidencias al menos en dos jueces, se modificó la redacción de ocho ítems y se eliminaron otros seis.

Luego, los expertos evaluaron los ítems de acuerdo con las propuestas de Lawshe (1975): ítems esenciales, ítems útiles (pero no esenciales) e ítems innecesarios. El índice se calculó de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$\frac{n_e - N/2}{N/2}$$

Donde n_e es el número de expertos que determinan un elemento como esencial y N es el número total de expertos que participaron en el proceso. El índice de validez de contenido (IVC) es un índice que fluctúa entre -1 y 1, cuanto mayor sea el índice, mejor será la evaluación del elemento como esencial. En opinión de Lawshe (1975), cuando el criterio ha recibido un $IVC = .99$ por siete expertos o más, es suficiente determinar que el elemento es esencial.

Se eliminaron 10 ítems por no alcanzar el valor mínimo de IVC de 0.99. Finalmente, para obtener una versión más apropiada del cuestionario, fueron eliminados cinco ítems, dado que sus índices de homogeneidad corregido estaban por debajo de 0,35 (Peters & Van Vorhis, 1940). De estos análisis resultó un cuestionario constituido 28 ítems agrupados en tres escalas (ver Figura 4.3)

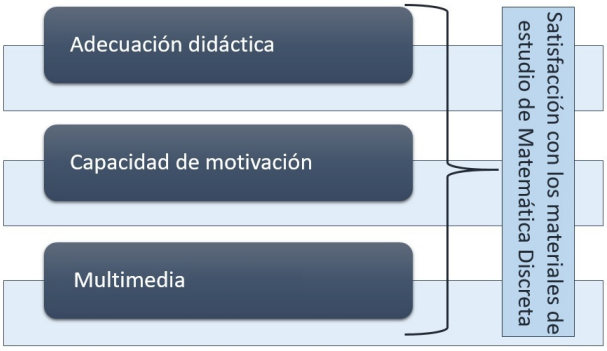


Figura 4.3: Escalas del Cuestionario 2

Escala 1: Adecuación didáctica. La adecuación didáctica de un material de estudio es especialmente relevante para el aprendizaje de las matemáticas. Investigadores coinciden en que la contextualización del contenido, ajustada a los niveles de dificultad para los estudiantes, aumenta el nivel de satisfacción (Hansen & Gissel, 2017; Lee, 2014).

Además, los materiales deben guiar a los estudiantes a través del aprendizaje (Golding, 2014; Matzakos & Kalogiannakis, 2017). Esta escala consta de siete ítems (ver Tabla 4.8).

Tabla 4.8: Ítems que integran la escala *Adecuación didáctica* (Cuestionario 2)

Poseen resúmenes conceptuales por bloques de contenido
Poseen una variedad de ejercicios suficientes para mi estudio
Se adecuan a los objetivos y contenidos de la materia en cuestión
Poseen un nivel de dificultad de los contenidos teóricos acorde con los estudios que realizo
Presentan una acertada progresión de los ejercicios en cuanto a complejidad
Describen algoritmos paso a paso para la comprensión de los contenidos matemáticos
Ejemplifican suficientemente las definiciones, teoremas y postulados matemáticos

Escala 2: Capacidad de motivación. Los materiales de estudio deben ser relevantes, estableciendo para ello un vínculo entre los estudios realizados (Bradford, 2011) y el contexto social en el que se han desarrollado (Vizcaino Escobar et al., 2015). Dentro de las características que aumentan la capacidad de motivación de un material de estudio destacan su utilidad para evaluar a los estudiantes y la vinculación del contenido con el mundo real (Matzakos & Kalogiannakis, 2017).

Se debe tener en cuenta la capacidad del material para proporcionar bienestar a través del estudio (Lee & Chen, 2015). Como se observa en la Tabla 4.9 esta escala posee 12 ítems.

Tabla 4.9: Ítems que integran la escala *Capacidad de motivación* (Cuestionario 2)

Presentan de forma amena el contenido matemático, mostrando su origen y evolución
Estimulan la búsqueda y el descubrimiento
Se conectan con mis intereses a través de actividades de motivación didáctica, como acertijos, curiosidades, etc
Tienen actividades que promueven mi aprendizaje a través de los juegos (gamificación)
Vinculan sus contenidos con mi Carrera/Grado/Licenciatura
Hacen visible la vinculación del contenido matemático con el mundo real
Se adaptan a mi realidad social y cultural
Me ayudan en los exámenes del curso
Me propician una sensación de bienestar en el estudio de la asignatura
Contribuyen a un mejor aprendizaje de la asignatura
Me resultan fáciles de entender y conectados a mis intereses
Me hacen olvidar cuán difícil es la matemática

Escala 3: Calidad tecnológica. Con respecto al impacto de los materiales educativos en el aprendizaje de la Matemática Discreta, se ha prestado especial atención a la capacidad de interacción (Bradford, 2011) y retroalimentación (Lee, 2014) de estos recursos. Es relevante la calidad tecnológica del material de estudio, evidenciada en su calidad gráfica (Hansen & Gissel, 2017) y en el uso de materiales audiovisuales (Matzakos & Kalogiannakis, 2017). El diseño gráfico atractivo y la actualización del contenido influyen en la calidad tecnológica de un material de estudio de Matemática Discreta y por tanto en la satisfacción del alumnado con su utilización. La escala consta de nueve ítems (Tabla 4.10).

Tabla 4.10: Ítems que integran la escala *Calidad tecnológica* (Cuestionario 2)

Permiten hacerle preguntas al autor y recibir sus respuestas
Permiten evaluarme de forma automática
Se adaptan a mi ritmo de aprendizaje
Me permiten la interacción con mi profesor y mis compañeros
Los contenidos se actualizan cada cierto tiempo
Poseen recursos audiovisuales
Son accesibles en formato móvil
Poseen un diseño gráfico atractivo que incentiva mi aprendizaje
Apoyan las ideas o conceptos desarrollados en el texto a través de ilustraciones o gráficos

Para su aplicación, se empleó una escala tipo Likert de respuesta de 1 a 5 (1: Nada, 2: Poco, 3: Algo, 4: Bastante y 5: Mucho). Se puede analizar la validez y la fiabilidad de este instrumento en el Capítulo 5, dentro de los Resultados del Cuestionario 2.

4.6.3. Cuestionario 3: Características de un material de estudio para generar *engagement* en el aprendizaje de la Matemática Discreta

El tercer objetivo específico de esta investigación es identificar las características que debe poseer un material de estudio para contribuir al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta. Para cumplir con este objetivo se elaboró un cuestionario *ad hoc*.

Se siguieron dos tipos de fuentes: investigación empírica sobre el *engagement* de los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas y resultados de trabajos de investigación sobre el diseño y/o utilización de materiales de estudio para el aprendizaje de la matemática. La Tabla 4.11 sintetiza algunas de estas investigaciones.

Tabla 4.11: Cuestionario 3: conceptos claves, fuentes relacionadas y ejemplos de ítems

Conceptos claves	Fuentes relacionadas	Ejemplo de ítems
Interacción		
Atención a las diferencias individuales	(Waiyakoon et al., 2015)	Favorecer el desarrollo de itinerarios de aprendizaje individuales
Retroalimentación	(Rylands & Shearman, 2018)	Dar retroalimentación al estudiante sobre el resultado de sus actividades de aprendizaje
Uso de la gamificación	(García & Cano, 2018)	Propiciar el desarrollo de actividades en entornos de juego, posibilitando al estudiante mejorar sus conocimientosy habilidades
Exploración del conocimiento		
Retos intelectuales	(Mihova et al., 2015)	Plantear retos intelectuales al estudiante, guiándolo en la búsqueda de soluciones
Actividades extracurriculares	(Muldoon & Kahn, 2015)	Facilitar la independencia cognoscitiva del estudiante a través del desarrollo de habilidades curriculares y extracurriculares
Aprender a aprender	(Muldoon & Kahn, 2015)	Brindar recursos y actividades que propicien que el estudiante sea capaz de aprender a aprender
Relevancia		
Calidad visual	(Pettigrew & Shearman, 2014)	Poseer un diseño gráfico atractivo que incentive el aprendizaje del estudiante
Recursos educativos	(Pettigrew & Shearman, 2014)	Contener recursos gráficos y audiovisuales
Instrucción		
Relevancia profesional	(Sánchez-Ansola et al., 2016)	Potenciar la contribución del contenido matemático a la resolución de problemas de la profesión
Independencia cognoscitiva	(Amaya et al., 2017)	Emplear un diseño didáctico que facilite el estudio y el aprendizaje independiente y permanente

Sobre la base teórica se elaboró un cuestionario preliminar compuesto por 47 ítems agrupados en cuatro dimensiones: interacción (10 ítems), exploración del conocimiento (11 ítems), relevancia (14 ítems) e instrucción (12 ítems).

Al igual que en el Cuestionario 2 se aplicó un análisis cualitativo del contenido para evaluar las opiniones de los expertos. Se solicitó el criterio de los mismos jueces sobre los ítems para conocer si era factible modificarlos o eliminarlos. A partir de este análisis se modificaron cuatro ítems y se eliminaron otros cuatro.

Se eliminaron nueve ítems que no alcanzaron el valor mínimo de IVC de 0.99 al ser evaluados por los siete expertos (Lawshe, 1975) y otros tres ítems que tenían un índice de homogeneidad corregido estaba por debajo de 0,35 (Peters & Van Vorhis, 1940). De estos análisis resultó un cuestionario con 31 ítems agrupados en cuatro escalas (ver Figura 4.4).

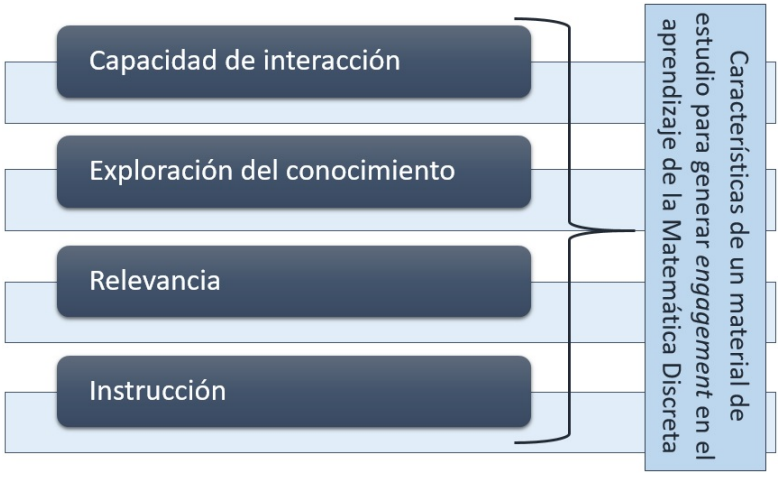


Figura 4.4: Escalas del Cuestionario 3

Escala 1: Capacidad de interacción. La interactividad es vital para lograr un aprendizaje motivador de la Matemática Discreta (Amaya et al., 2017). El desarrollo de la Tecnología Educativa ha propiciado la creación de espacios de interacción educativa como foros, chats, entre otros (Warner et al., 2019).

Diversos estudios reflejan que, entre otros aspectos, un material de estudio debe propiciar una retroalimentación con el aprendizaje para generar *engagement*; además de favorecer la enseñanza de la matemática a través de la gamificación (Vanbecelaere et al., 2020). Esta escala posee cinco ítems (ver Tabla 4.12).

Tabla 4.12: Ítems que integran la escala *Capacidad de interacción* (Cuestionario 3)

Posibilitar espacios de comunicación e interacción (foros, chat, etc.)
Dar retroalimentación al estudiante sobre el resultado de sus actividades de aprendizaje
Brindar la posibilidad al estudiante de crear actividades de autoevaluación, mostrando siempre la respuesta adecuada en cada caso
Favorecer el desarrollo de itinerarios de aprendizaje individuales
Propiciar el desarrollo de actividades en entornos de juego, posibilitando al estudiante mejorar sus conocimientos y habilidades

Escala 2: Exploración del conocimiento. Para que el alumno se sienta motivado y "enganchado" con su aprendizaje debe sentir la necesidad de explorar nuevos conocimientos como un reto constante. El material de estudio genera *engagement* si, entre otros elementos, facilita la independencia cognoscitiva de los estudiantes y los enseña a "aprender a aprender" a partir del propio contenido matemático (García-Hernández & González-Ramírez, 2019). Esta escala consta de seis ítems (ver Tabla 4.13).

Tabla 4.13: Ítems que integran la escala *Exploración del conocimiento* (Cuestionario 3)

Facilitar la independencia cognoscitiva del estudiante a través del desarrollo de habilidades curriculares y extracurriculares
Brindar recursos y actividades que propicien que el estudiante sea capaz de aprender a aprender
Propiciar que el estudiante genere ejercicios o problemas propios, asociados con su profesión
Estimular al estudiante para la investigación y búsqueda del conocimiento mediante el uso de otras fuentes de información
Plantear retos intelectuales al estudiante, guiándolo en la búsqueda de soluciones
Posibilitar que el estudiante profundice en los contenidos de la materia en cuestión más allá de lo establecido en las habilidades y objetivos curriculares

Escala 3: Relevancia. Si se desea propiciar *engagement* en el aprendizaje de la Matemática Discreta el material de estudio debe ser relevante para el estudiante. No solo debe tenerse en cuenta la relevancia del contenido matemático que se presenta sino los recursos que posee, su calidad tecnológica y su capacidad de mostrar al estudiante la importancia de la matemática para la sociedad (Sun-Lin & Chiou, 2019). Esta escala consta de 11 ítems (ver Tabla 4.14).

Tabla 4.14: Ítems que integran la escala *Relevancia* (Cuestionario 3)

Mostrar los contenidos con relevancia social y significatividad para los estudiantes
Favorecer la formación integral de los estudiantes
Poseer contenidos y actividades que vinculen la Matemática Discreta con otras asignaturas o materias de su carrera
Favorecer una participación activa de los estudiantes vinculando el nuevo conocimiento a situaciones reales de proyectos universidad-industria
Poseer un diseño gráfico atractivo que incentive el aprendizaje del estudiante
Posibilitar su uso en múltiples situaciones de aprendizaje (horario lectivo, no lectivo, biblioteca, casa, etc)
Permitir su uso con independencia del enfoque metodológico que ponga en práctica el profesor
Contener recursos gráficos y audiovisuales
Propiciar la conexión y motivación del estudiante hacia el aprendizaje (diseño visual, uso de recursos y/o actividades variadas, etc.)
Evidenciar una relación coherente entre los recursos que posee y el contenido que muestra
Incluir preguntas de desarrollo y problemas que exijan soluciones complejas, y que permitan avanzar y construir a partir de lo aprendido

Escala 4: Instrucción. La capacidad de instrucción que posean los materiales de estudio es especialmente relevante para el aprendizaje de las matemáticas y el *engagement* de los estudiantes. El diseño didáctico del material, su ajuste a los objetivos de la asignatura y su vinculación con la profesión son elementos necesarios en un material de estudio. Además, para propiciar *engagement* se debe presentar el contenido matemático de forma accesible y amena, mostrando su origen y evolución (Gil-Doménech & Berbegal-Mirabent, 2019). Esta escala consta de nueve ítems (ver Tabla 4.15).

Tabla 4.15: Ítems que integran la escala *Instrucción* (Cuestionario 3)

Presentar de forma amena el contenido matemático, mostrando su origen y evolución
Evidenciar la vinculación del contenido matemático con el mundo real
Potenciar la contribución del contenido matemático a la resolución de problemas de la profesión
Estructurar los contenidos teniendo en cuenta su complejidad y precedencia
Ajustar sus recursos y actividades a los objetivos y habilidades de la asignatura
Aportar bibliografía básica y complementaria
Presentar actividades variadas que ofrezcan suficiente práctica a los estudiantes
Emplear un diseño didáctico que facilite el estudio y el aprendizaje independiente y permanente
Exponer la teoría matemática con un lenguaje científico, pero a su vez asequible al estudiantado

Para este cuestionario se empleó una escala tipo Likert de respuesta de 1 a 5 (1: Nada, 2: Poco, 3: Algo, 4: Bastante y 5: Mucho). Se puede analizar la validez y la fiabilidad del instrumento en el Capítulo 5, dentro de los Resultados del Cuestionario 3.

4.6.4. Cuestionario 4: Calidad del *e-textbook* como objeto de aprendizaje

El quinto objetivo específico de esta investigación es evaluar los efectos del *e-textbook* en el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta, para ello se plantean varias preguntas de investigación, entre ellas ¿Cuál es la calidad del *e-textbook* de Matemática Discreta como objeto de aprendizaje? Para ello se utilizan los aspectos a indicadores propuestos por Toll (2013) para evaluar la calidad de los objetos de aprendizaje en un grupo de tres escalas (Figura 4.5).

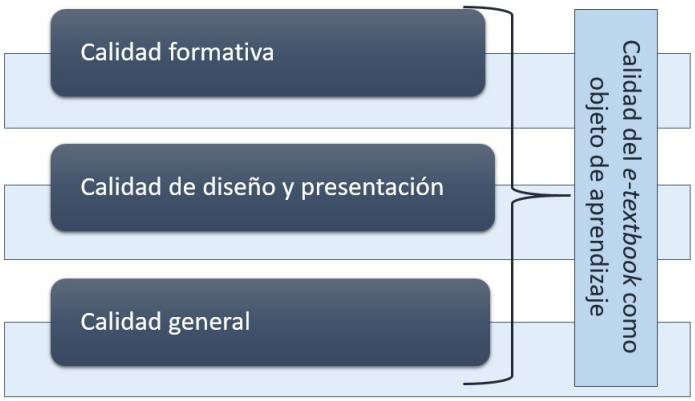


Figura 4.5: Escalas del Cuestionario 4

Escala 1: Calidad formativa. Establece parámetros de calidad relacionados con el contenido, los objetivos y las habilidades a tratar. Se encarga de evaluar el aspecto más didáctico del recurso de aprendizaje. Consta de un total de 14 ítems (ver Tabla 4.16).

Tabla 4.16: Ítems que integran la escala *Calidad formativa* (Cuestionario 4)

Presentación y explicación del tema a tratar
Estructuración lógica de los contenidos
Exhortación del desarrollo de habilidades y competencias al estudiante
Reflexión sobre lo aprendido
Autoevaluación sobre el contenido mostrado en el objeto de aprendizaje
Calidad de los contenidos
Adecuación de los objetivos de aprendizaje
Retroalimentación que proporciona el contenido mostrado
Motivación
Organización del trabajo individual y/o colaborativo de los estudiantes
Nivel de presentación de recursos audiovisuales
Participación activa durante el aprendizaje mediante actividades interactivas
Verificación de las fuentes de información utilizadas
Reusabilidad

Escala 2: Calidad de diseño y presentación. Se centra básicamente en el diseño estético de la interfaz que los estudiantes ven cuando interactúan con el *e-textbook* de Matemática Discreta. Esto incluye sus funcionalidades, la forma en que se organiza el contenido, la calidad de los recursos utilizados (audio, imágenes y texto) y el uso de los colores entro otros aspectos. Consta de un total de nueve ítems (ver Tabla 4.17).

Tabla 4.17: Ítems que integran la escala *Calidad de diseño y presentación* (Cuestionario 4)

Correspondencia entre los recursos audiovisuales y el contenido mostrado
Legibilidad del texto
Rapidez para cargar recursos audiovisuales
Proporción del texto respecto a la distribución de los contenidos dentro del OA
El uso de colores para los contenidos
Diversidad en la representación del contenido mostrado
Visibilidad de las imágenes
Usabilidad
Evaluación del nivel de organización de las imágenes y texto

Escala 3: Calidad tecnológica. Su nivel de importancia es alto porque se refiere directamente a las funcionalidades del *e-textbook* de Matemática Discreta como objeto de aprenndizaje y su capacidad para interactuar con los estudiantes. Junto con los otros indicadores de las escalas formativas, de diseño y presentación, permiten determinar el nivel de calidad alcanzado por el objeto de aprendizaje antes de su utilización en el cuasi-experimento. Consta de un total de seis ítems (ver Tabla 4.18).

Tabla 4.18: Ítems que integran la escala *Calidad tecnológica* (Cuestionario 4)

Accesibilidad
Compatibilidad con distintos navegadores
Calidad de las imágenes y videos
Integridad de los enlaces de navegación por la estructura didáctica
Correspondencia con la estructura didáctica
Calidad de la redacción y ortografía en la exposición del contenido

Los ítems utilizan el siguiente baremo de evaluación: 0 (Mal), 1 (Regular), 2 (Bien), 3 (Excelente). La suma de las puntuaciones de los ítems es la puntuación final de cada escala. La escala *Calidad formativa* tiene una puntuación máxima de 42 puntos, la escala *Calidad de diseño y presentación* 27 puntos y la escala *Calidad tecnológica* un máximo de 18 puntos. El objeto de aprendizaje puede ser evaluado, de forma general, con una puntuación máxima de 87 puntos.

4.6.5. Pruebas pedagógicas: Rendimiento académico en Matemática Discreta

El primer y quinto objetivo de la investigación presentan preguntas científicas que necesitan evaluar el rendimiento académico en Matemática Discreta. Para ello se utilizan dos pruebas pedagógicas.

4.6.5.1. Prueba pedagógica A

Esta prueba pedagógica evalúa el rendimiento académico del estudiante en la asignatura Matemática Discreta I en el curso 2016-2017, puede encontrar de forma íntegra esta prueba pedagógica en el Anexo 5.

Esta asignatura incluye los temas Lógica proposicional, Lógica de predicados, Técnicas de demostraciones, Circuitos Lógicos, Máquinas de Turing, Teoría de Conjuntos y Relaciones Binarias. La prueba consta de cinco preguntas que evalúan todos los temas. La calificación final es 5 (Excelente), 4 (Bien), 3 (Regular) y 2 (Mal). El aprobado se obtiene con al menos 3 puntos.

- *Pregunta 1*: En esta pregunta se evalúan los temas de Lógica proposicional y Lógica de predicados. Específicamente las siguientes habilidades: a) determinar si dos fórmulas son lógicamente equivalentes, b) interpretar la veracidad de una fórmula en el lenguaje de la lógica y c) traducir expresiones del lenguaje de la lógica al lenguaje natural.

Pregunta 1. Prueba A. Sean los predicados A, B, C y las fórmulas F, G, H e I definidas a partir de los predicados dados:

- $A(x)$: x es un número positivo
- $B(x)$: x es un cuadrado perfecto
- $C(x,y)$: $x+y>6$

F: $\forall x \exists y[\neg C(x,y) \vee [A(x) \wedge \neg B(y)] \vee [B(y) \wedge \neg A(x)]]$

G: $\exists x \forall y[C(y,x) \wedge [A(x) \Leftrightarrow B(y)]]$

H: $\neg \exists x \forall y[C(y,x) \wedge [A(x) \Leftrightarrow B(y)]]$

I: $\forall x[B(x) \wedge \exists y[A(y) \Rightarrow C(y,x)]]$

a) Determine cuál de las fórmulas anteriores (G, H o I) es lógicamente equivalente a F.

b) Traduzca al lenguaje natural la fórmula I.

c) Determine el valor de verdad de la fórmula G en el dominio de discurso $D = \{-1,4,25\}$.

- *Pregunta 2*: En esta pregunta se evalúan los temas de Técnicas de demostraciones y Lógica proposicional. Las habilidades evaluadas son: a) demostrar proposiciones matemáticas a partir de una técnica de demostración adecuada, b) traducir expresiones del lenguaje natural al lenguaje de la lógica, c) construir e interpretar tablas de verdad, d) determinar si una estructura deductiva es consistente o una falacia y e) demostrar proposiciones falsas a partir de conocimientos matemáticos previos.

Pregunta 2. Prueba A.

a) Demuestre que para todo número natural n se cumple que n^2+5n es divisible por 2.
(*Sugerencia: Utilice el método de inducción matemática o la demostración por casos*)

b) Determine si la siguiente estructura deductiva es semánticamente correcta. Justifique.
El algoritmo resuelve el problema si dicho algoritmo es ingenioso pero el problema no es complicado. Se sabe que el problema no es complicado, sin embargo se comprobó que el algoritmo es ingenioso; por lo que se puede deducir que el algoritmo resuelve el problema.

c) Justifica el valor de verdad de la siguiente proposición:
F Para cualesquiera conjuntos A, B y C si $A \subseteq B$ y $B \subseteq C$ entonces $A \subset C$.

- *Pregunta 3*: En esta pregunta se evalúan los temas de Teoría de conjuntos y Relaciones binarias. Concretamente se examinan las siguientes habilidades: a) representar mediante un dígrafo una relación binaria a partir de su definición intencional, b) clasificar las relaciones binarias, c) determinar cuando una relación dada es de equivalencia y extraer su conjunto cociente, d) determinar si una relación es función y e) determinar si una relación funcional es inyectiva.

Pregunta 3. Prueba A. Sea el conjunto $B = \{-1,0,2\}$ definido sobre el universo $B = \{-1,0,1,2,3\}$.

a) Sea la relación $R \subseteq B \times B$, donde $(x,y) \in R \Leftrightarrow 0 \leq x-y \leq 2$. Represente a R mediante su digrafo.

b) Agregue a R los pares mínimos necesarios para obtener una relación de equivalencia. Determine el conjunto cociente resultante.

c) Determine una relacion $S \subseteq U \times U$ que sea una función no inyectiva.

- *Pregunta 4*: En esta pregunta se evalúa el tema de Circuitos lógicos. Con él las siguientes habilidades: a) diseñar circuitos lógicos a partir de su expresión en la lógica proposicional, b) extraer la tabla de verdad asociada a un circuito lógico a través de la modelación de problemas y c) obtener la expresión lógica simplificada de un circuito a partir de los *Mapas de Karnaugh*.

  Pregunta 4. Prueba A. Se desea automatizar un sistema de extracción de petróleo en la provincia de Matanzas. El equipamiento necesario para esta labor está compuesto por cuatro filtros (f_1, f_2, f_3 y f_4), cad filtro toma valor 1 cuando se le activa el sensor de viscosidad y valor 0 en caso de que no se active. La extracción se puede efectuar cuando se cumple alguna de las siguientes condiciones:

  - En al menos tres de los filtros no se encuentra activo el sensor de viscocidad.
  - Basta con que los dos primeros filtros no tengan activado el sensor de viscocidad.
  - Cuando el segundo filtro no tiene activado el sensor de viscocidad pero el tercer filtro si.

  Diseñe el circuito lógico más simplificado que da como salida 1 si es posible relaizar la extracción.

- *Pregunta 5*: En esta pregunta se evalúa el tema de Máquinas de Turing. Específicamente la siguiente habilidad: a) diseñar Máquinas de *Turing* para el reconocimiento de lenguajes.

  Pregunta 5. Prueba A. Construya una Máquina de *Turing* que sobre el alfabeto $\sum = \{1,2,3\}$ reconozca el lenguaje de todas las cadenas que nunca tengan un número menor detrás de uno mayor.

  (*Ejemplos de cadenas que* ***pertenecen*** *al lenguaje:* 1222333, 23, 123, 1122)

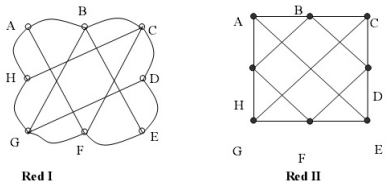
  (*Ejemplos de cadenas que* ***no pertenecen*** *al lenguaje:* 31, 1122213, 2221, 11223222, 121)

4.6.5.2. Prueba pedagógica B

Esta prueba pedagógica es la que se realiza en el cuasi-experimento mediante un pre-test y un post-test, se encuentra de forma íntegra en el Anexo 6. Se aplicó en el segundo semestre del curso 2017-2018 en la asignatura Matemática Discreta II, en al cual se imparten los temas de Teoría combinatoria, Relaciones de recurrencia y Teoría de grafos. Este diseño experimental se puso en práctica en el tema de Teoría de grafos. El baremo de calificación es el mismo que el aplicado en la Prueba A. Se detallan a continuación las preguntas del pre-test y el pos-test.

- *Pre-test*: Las habilidades evaluadas son a) determinar si dos grafos son isomorfos, b) determinar si dos grafos son planares, c) identificar operaciones asociadas a la conexidad de grafos, d) identificar recorridos especiales en Grafos (Euler y/o Hamilton), e) caracterizar los grafos distinguidos a partir de su definición, propiedades y/o representaciones, f) interpretar situaciones que involucren el concepto de grafo, a partir de su definición, representaciones gráfica, representación mediante listas de adyacencia y/o mediante matriz de adyacencia para realizar modelaciones y resolver problemas y g) crear algoritmos para la resolución de problemas asociados a la Teoría de grafos.

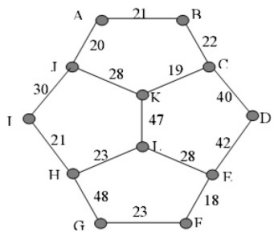
  Pre-test. Prueba B. Un departamento de una empresa tiene establecidas dos redes locales de comunicación distintas entre sus ocho terminales. Las líneas de conexión de cada red están esquematizadas en los siguientes grafos:



  a) Analiza si los grafos que representan las redes I y II son isomorfos.
  b) En el grafo de la red I, ¿se pueden conectar los terminales evitando que haya superposición de las líneas de conexión? ¿Y en el grafo de la red II?
  c) ¿El grafo de la red I es conexo? Justifique.
  d) En la red II diga si es posible recorrer todos los tramos de red sin repetir terminales. Justifique.
  e) Comprueba que el grafo de la red I es bipartido y diga el menor número de aristas a agregar para que sea bipartido completo.
  f) Obtenga la representación matricial de cada red.
  g) A partir de la representación anterior, escriba un algoritmo para determinar las conexiones comunes que tienen ambas redes.

- *Post-test*: Las habilidades evaluadas son a) identificar recorridos especiales en Grafos (Euler y/o Hamilton), b) determinar si dos grafos son isomorfos, c) resolver problemas a través de la aplicación del teorema de Handshaking, d) caracterizar los grafos distinguidos a partir de su definición, propiedades y/o representaciones, e) interpretar situaciones que involucren el concepto de grafo, a partir de su definición, representaciones gráfica, representación mediante listas de adyacencia y/o mediante matriz de adyacencia para realizar modelaciones y resolver problemas, f) identificar operaciones asociadas a la conexidad de grafos y g) crear algoritmos para la resolución de problemas asociados a la Teoría de grafos.

Post-test. Prueba B. En la red telefónica representada en la figura se ha detectado alguna avería. El técnico encargado de repararla tendrá que recorrer todos los nodos (vértices) de la red para comprobar las conexiones.



a) ¿Puede revisar todos los vértices sin pasar dos veces por el mismo y volviendo al vértice inicial? Si la respuesta es positiva justifique. Si la respuesta es negativa, proponga un modelo para la red agregando el mínimo número de conexiones posibles.
b) Obtenga un grafo homeomorfo al de la figura, pero con solo siete vértices.
c) ¿Será posible agregarle dos vértices y cuatro aristas más, de forma tal que el grafo sea regular? Justifique.
d) Se ha decidido renovar todos los nodos de la red, pero por problemas de conexión dos nodos directamente conectados no pueden estar hechos del mismo material. ¿Cuántos materiales distintos se necesitan para la fabricación de los nodos?
e) Obtenga la representación matricial de cada red, incluyendo los costos de reparación. Determine además su lista de adyacencia.
f) ¿Posee el grafo vértices de corte? Justifique.
g) Describa un algoritmo que encuentre parejas de tramos que puedan ser reparados si se cuentan con 50 unidades monetarias.

De esta forma quedan expuestos los fundamentos teóricos que han dado lugar a la creación y/o utilización de las escalas y los ítems incluidos en ellas, de los cuatros cuestionarios a utilizar en la recogida de datos en la tesis y el análisis de las pruebas pedagógicas que se utilizan. Seguidamente, se exponen las técnicas y procedimientos utilizados para el análisis de datos, y que tributarán a los resultados de esta tesis.

4.7. Técnicas de análisis de datos

En este apartado se exponen las técnicas utilizadas para el análisis de los datos, de las que derivarán los resultados de las fases diagnóstica, de diseño y de evaluación de esta tesis doctoral. En concreto se desarrollan cuatro tipos de análisis: 1) Validez y Fiabilidad; 2) Descriptivos; 3) Causal-Multivariante; y 4) Correlacional. A continuación, se detallan cada uno de ellas.

4.7.1. Análisis de la validez y fiabilidad de los instrumentos de recogida de datos

Estos análisis se exponen de forma separada a los demás, debido a que se relacionan con los objetivos que pretenden determinar la validez de constructo y la consistencia interna (fiabilidad) de las escalas que integran los cuestionarios diseñados o adapatos en la tesis (Cuestionarios 1, 2 y 3), de esta forma se fortalece la veracidad de los resultados de la investigación.

Los cuestionarios se validan a partir de un Análisis Factorial Exploratorio (AFE), aplicando el procedimiento de Extracción de Análisis de Componentes Principales, seleccionándose aquellos factores con autovalores mayores a 1; si la matriz generada no está lo suficientemente clara en cuanto a los niveles de saturación, se aplica el método de Rotación Factorial Varimax, que minimiza el número de factores necesarios para explicar cada variable.

Antes de comenzar el análisis factorial, se realiza la prueba de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) y la prueba de esfericidad de Bartlett para corroborar que un conjunto de ítems mide un factor determinado teóricamente (Gorsuch, 1997). En general, se espera un KMO mayor a 0.600, pero es preferible observar un valor mayor a 0.800 (Kaiser, 1974). Por su parte, la prueba de Bartlett es deseable si alcanza un alto chi cuadrado y un valor de probabilidad de menos del 5 % (Bartlett, 1950). Para hallar la fiabilidad o consistencia interna de las escalas, se aplica el estadístico Alfa de Cronbach.

En el caso de los Cuestionarios 2 y 3 (elaborados *ad hoc* para esta investigación) se realiza además un Análisis Factorial Confirmatorio. Para ello se determinan los indicadores de ajuste del modelo:

- Razón de *chi-cuadrado* sobre los grados de libertad (χ^2/gl), para minimizar los efectos del tamaño de la muestra. Es óptimo si χ^2/gl toma un valor entre 2 y 3 con aceptabilidad hasta 5 (Hair et al., 2014).
- Índice No normalizado de ajuste o índice de *Tucker-Lewis* (NNFI/TLI) e índice de ajuste comparativo (CFI), comparan el *chi-cuadrado* del modelo atestado con el del modelo teórico. Este valor, que se encuentra entre 0 y 1, se considera aceptable cuando supera el .90 (Bentler, 1990). El valor de CFI, que puede variar de 0 a 1, es el resultado de una comparación entre el modelo hipotético y un modelo de línea base sin correlaciones entre ninguna de las variables.
- Raíz media cuadrática residual (RMCR), muestra la magnitud media de las correlaciones residuales. Son aceptables los valores entre .5 y .8, aquellos índices menores que .5 se

consideran óptimos (Hair et al., 2014). Un valor de cero significaría que el modelo no deja espacio para los residuos estandarizados inexplicables.

- Error cuadrático medio de aproximación (RMSEA), se considera uno de los índices de bondad de ajuste más robusto, un valor inferior a .08 es considerado aceptable, y por debajo de .05 se considera óptimo (Steiger, 1990). Un ajuste perfecto está representado por un valor de cero, lo que significa que no habría diferencia entre la variación observada y la varianza implícita por el modelo.

En la Tabla 4.19, se muestra la relación de objetivos y preguntas de investigación en las que se desarrolla este análisis.

Tabla 4.19: Análisis de la fiabilidad y de la validez desarrollados en la tesis

Análisis de Fiabilidad y Validez de constructo Alfa de *Cronbach* y Análisis Factorial				
Cuestionario 1	*Cuestionario 2*	*Cuestionario 3*	*Cuestionario 4*	*Prueba Pedagógica*
Objetivo y Pregunta de Investigación				
Oi1-Pi1.1: ¿Cómo medir los niveles de *engagement* de los estudiantes en su aprendizaje de la Matemática Discreta?	**Oi2-Pi2.1:** ¿Cómo medir la satisfacción de los estudiantes con los materiales de estudio de Matemática Discreta?	**Oi3-Pi3.1:** ¿Cómo determinar las características que debe poseer un material de estudio para contribuir al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta?		

4.7.2. Análisis descriptivos

Este tipo de análisis se aplica para dar respuesta a los objetivos de naturaleza descriptiva, describiendo el fenómeno evaluativo a valorar para así tener una visión general de las variables que lo conforman. En esta tesis, se aplican los siguientes tipos de análisis descriptivo:

- Promedio.
- Frecuencia (en %).
- Tendencia Central (media, mediana y moda).
- Dispersión (desviación estándar y varianza).

En la Tabla 4.20, se muestra la relación de objetivos y preguntas de investigación en las que se aplica este análisis.

Tabla 4.20: Análisis descriptivos desarrollados en la tesis

Análisis descriptivos Promedio, Frecuencias, Tendencia Central y Dispersión				
Cuestionario 1	*Cuestionario 2*	*Cuestionario 3*	*Cuestionario 4*	*Prueba Pedagógica*
Objetivo y Pregunta de Investigación				
Oi1-Pi1.2: ¿Cuál es el estado actual del *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta (EMD)?	**Oi1-Pi2.2:** ¿Cuál es el nivel de satisfacción que tiene el alumnado con sus materiales de estudios de Matemática Discreta?	**Oi3-Pi3.2:** ¿Cuáles son las características que debe poseer un material de estudio para contribuir al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta?	**Oi5-Pi5.1:** ¿Cuál es la calidad del *e-textbook* de Matemática Discreta como objeto de aprendizaje?	O5-Pi5.4: ¿Cuáles son los efectos del *e-textbook* de Matemática Discreta en el rendimiento académico de los estudiantes?
O5-Pi5.2: ¿Cuáles son los efectos del *e-textbook* de Matemática Discreta en el *engagement* de los estudiantes?	**O5-Pi5.3:** ¿Cuáles son los efectos del *e-textbook* de Matemática Discreta en la satisfacción de los estudiantes con sus materiales de estudio?			

4.7.3. Análisis correlacionales

El análisis correlacional es un método estadístico utilizado para evaluar la fuerza de la relación entre variables cuantitativas, está relacionado con los métodos comparativos-causales. Una correlación alta significa que dos o más variables tienen una relación fuerte entre sí y están asociadas a ciertos fenómenos. En esta investigación se realizan correlaciones bivariadas paramétricas de Pearson, debido a que las variables siguen una distribución normal, lo cual fue comprobado por la prueba de normalidad de *Kolmogorov-Smirnov*. En la Tabla 4.21, se muestra la relación de objetivos y preguntas de investigación en las que se desarrolla este análisis.

Tabla 4.21: Análisis correlacionales desarrollados en la tesis

Análisis correlacionales Correlación de *Pearson*				
Cuestionario 1	*Cuestionario 2*	*Cuestionario 3*	*Cuestionario 4*	*Prueba Pedagógica*
Objetivo y Pregunta de Investigación				
O1-Pi1.3: ¿Qué relación existe entre el EMD, el RMD y las diversas variables asociadas a los estudiantes?	**O5-Pi5.3:** ¿Qué relación existe entre las variables EMD Y RMD con la satisfacción que tiene el alumno con sus materiales de estudio de MD?			

4.7.4. Análisis causales-multivariantes

Este tipo de análisis está relacionado con los métodos investigativos comparativos-causales, a través de los que se detectan las variables que se hallan asociadas a la percepción de ciertos fenómenos o sucesos. En esta tesis, se aplican los siguientes análisis comparativos-causales (ver Tabla 4.22):

1) Modelos multinivel multivariados. Se realiza un análisis de regresión multinivel de dos niveles (Goldstein, 1987). Para obtener el modelo se establecen los pasos siguientes (Karakolidis et al., 2016):
   a) Modelo sin variables explicativas (modelo nulo).
   a) Determinación de las variables explicativas del nivel de estudiante (modelo 1).
   a) Inclusión de las variables explicativas del nivel de aula (modelo final).

   La comparación de los modelos, se determinó a través del índice de correlación intraclase (ICC) con las varianzas inexplicadas en ambos niveles. Seguidamente, para contrastar el grado de ajuste de los modelos, se presta atención a las diferencias en el logaritmo de verosimilitud con una distribución *chi-cuadrado*.

   Se examinan las covarianzas estimadas para el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta (EMD) y el rendimiento académico en Matemática Discreta (RMD) en cada modelo, por niveles, para analizar la relación existente entre las dos variables dependientes.

Tabla 4.22: Análisis multinivel multivariado desarrollado en la tesis

Análisis causales Análisis multinivel multivariado				
Cuestionario 1	*Cuestionario 2*	*Cuestionario 3*	*Cuestionario 4*	*Prueba Pedagógica*
Objetivo y Pregunta de Investigación				
Pi1.4: ¿Qué relación existe entre el EMD y RMD a nivel de estudiantes y aulas? **Oi1-Pi1.5:** ¿Cómo explican, las características propias de los estudiantes, las diferencias entre el EMD y el RMD? **O1-Pi1.6:** ¿Qué características del proceso de enseñanza-aprendizaje a nivel de aula explican las diferencias entre el EMD y el RMD?				

2) Pruebas de contraste de Hipótesis (Estadística inferencial). Primeramente se determina la naturaleza de las variables dependientes para comprobar si su distribución es normal, aplicando las Pruebas de Normalidad con el estadístico de Kolmogorov-Smirnov (KS). En esta tesis las variables siguen una distribución normal, por lo que se realizan Contrastes Paramétricos, en este caso Prueba T de *Student* para dos muestras independientes con el objetivo de determinar la igualdad de medias, a la que previamente se efectúa la Prueba de *Levene*, para analizar la igualdad de varianza (ver Tabla 4.23).

Tabla 4.23: Pruebas de contraste de Hipótesis desarrolladas en la tesis

Análisis causales Pruebas de contraste de Hipótesis				
Cuestionario 1	*Cuestionario 2*	*Cuestionario 3*	*Cuestionario 4*	*Prueba Pedagógica*
Objetivo y Pregunta de Investigación				
O5-Pi5.2: ¿Cuáles son los efectos del *e-textbook* de Matemática Discreta en el *engagement* de los estudiantes?	**O5-Pi5.3:** ¿Cuáles son los efectos del e-textbook de Matemática Discreta en la satisfacción de los estudiantes con sus materiales de estudio?			**O5-Pi5.4:** ¿Cuáles son los efectos del *e-textbook* de Matemática Discreta en el rendimiento académico de los estudiantes?

Para la realización de todos los análisis se utiliza el software SPSS, versión 22.

4.8. Síntesis capitular

Fueron presentados los objetivos y preguntas de investigación. El objetivo general de la investigación se centra en diseñar un *e-textbook* y evaluar sus efectos en el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta, el cuál será guiado por cinco objetivos específicos y 17 preguntas de investigación. La investigación responde a un diseño cuantitativo cuasi-experimental basado en un enfoque poli-etápico. Por lo que la muestra es también poli-etápica. Los estudiantes de la muestra pertenecen al primer año de la titulación Ingeniería en Ciencias Informáticas de la Universidad de las Ciencias Informáticas de La Habana y a profesores de la institución.

La investigación consta de tres fases que buscan darle cumplimiento al objetivo del estudio: Fase Diagnóstica, Fase de Diseño y Fase Evaluativa. Se inicia con una revisión de la literatura. Para la Fase Diagnóstica se utiliza un cuestionario para medir los niveles de *engagement* de los estudiantes hacia el aprendizaje de la MD y se elaboró un cuestionario para determinar la satisfacción del

alumnado con sus materiales de estudio de MD. Para la Fase de Diseño se elaboró un instrumento para determinar las características que debe poseer un material de estudio de MD para generar *engagement*. En la Fase Evaluativa se miden los efectos del *e-textbook* diseñado en el *engagement* y el rendimiento académico en MD.

La investigación utiliza cuatro cuestionarios y dos pruebas pedagógicas. Se utilizan para analizar los datos técnicas descriptivas, correlacionales, multivariadas y de contraste de hipótesis. La Tabla 4.24 se resume el proceso general metodológico desarrollado en esta tesis doctoral.

Tabla 4.24: Proceso general de la investigación

Definición del problema		
Objetivos y Preguntas de investigación		
Metodología cuantitativa cuasi-experimental Investigación con enfoque poli-etápico		
Fase Diagnóstica	***Fase de Diseño***	***Fase Evaluativa***
Análisis del contexto	Diseño del *e-textbook* de MD	Impacto del *e-textbook* en el *engagement* hacia el aprendizaje de la MD
Instrumentos de investigación		
Cuestionario 1: *Engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta (Fases Diagnóstica y Evaluativa). [*Elaboración a partir de otro cuestionario original*]		
Cuestionario 2: Satisfacción del estudiante con los materiales de estudio de Matemática Discreta (Fases Diagnóstica y Evaluativa). [*Elaboración propia*]		
Cuestionario 3: Características de un material de estudio para generar *engagement* en el aprendizaje de la Matemática Discreta (Fase de Diseño). [*Elaboración propia*]		
Cuestionario 4: Evaluación de la calidad del *e-textbook* como objeto de aprendizaje (Fase Evaluativa). [*Se utiliza cuestionario creado y validado por otros investigadores*]		
Pruebas pedagógicas: Evaluación del rendimiento académico en Matemática Discreta (Fases Diagnóstica y Evaluativa). [*Se utilizan pruebas oficiales aplicadas en la Universidad*]		
Técnicas de análisis de datos		
Validez de constructo: Análisis Factorial Exploratorio y Confirmatorio. Fiabilidad (Alfa de *Cronbach*)		
Descriptivas: : Promedio, Frecuencias, Tendencia Central y Dispersión		
Correlacionales: Correlación de *Pearson*. Normalidad con *Kolmogorov-Smirnov*		
Causales: Análisis multinivel multivariado y Pruebas de contraste de Hipótesis con t de *Student* (*Levene*). Normalidad con *Kolmogorov-Smirnov*		
Resultados		
Conclusiones		

III

Resultados de la investigación

CAPÍTULO 5

Validez y fiabilidad de los instrumentos elaborados

5.1 Presentación

5.2 Validez y fiabilidad del Cuestionario 1

5.2.1 Validez y fiabilidad de la escala *Contextos de aprendizaje*

5.2.2 Validez y fiabilidad de la escala *Estrategias de gestión*

5.2.3 Validez y fiabilidad de la escala *Materiales de estudio*

5.2.4 Validez y fiabilidad de la escala *Estado emocional*

5.2.5 Validez y fiabilidad de la escala *Engagement*

5.3 Validez y fiabilidad del Cuestionario 2

5.3.1 Validez y fiabilidad de la escala *Adecuación didáctica*

5.3.2 Validez y fiabilidad de la escala *Capacidad de motivación*

5.3.3 Validez y fiabilidad de la escala *Calidad general*

5.3.4 Análisis Factorial Confirmatorio del Cuestionario 2

5.4 Validez y fiabilidad del Cuestionario 3

5.4.1 Validez y fiabilidad de la escala *Capacidad de interacción*

5.4.2 Validez y fiabilidad de la escala *Exploración del contenido*

5.4.3 Validez y fiabilidad de la escala *Relevancia*

5.4.4 Validez y fiabilidad de la escala *Instrucción*

5.4.5 Análisis Factorial Confirmatorio del Cuestionario 3

5.5 Síntesis capitular

CAPÍTULO 5

VALIDEZ Y FIABILIDAD DE LOS INSTRUMENTOS ELABORADOS

5.1. Presentación

En este capítulo se realiza la validez y la fiabilidad de cada una de las escalas que integran los tres cuestionarios elaborados. Para comprobar la validez de constructo de las escalas se realiza el análisis factorial aplicando el procedimiento de Componentes Principales y el Método de Rotación Factorial *Varimax*. Para el análisis de la consistencia interna o fiabilidad se utiliza el estadístico Alfa de *Cronbach*. Seguidamente, se exponen los resultados obtenidos tras el desarrollo de dichos análisis

5.2. Validez y fiabilidad del Cuestionario 1

El Cuestionario 1 se utiliza con el objetivo de identificar las variables asociadas al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta y conocer el estado actual de este constructo. A continuación procedemos a analizar la validez y fiabilidad de cada una de sus escalas.

5.2.1. Validez y fiabilidad de la escala *Contextos de aprendizaje*

Esta escala consta de 10 ítems que buscan identificar características de las aulas, que desde la visión del estudiante, generan *engagement*. La prueba de esfericidad de Bartlett arrojó un *chi cuadrado* $\chi^2 = 1431.121$ y cinco grados de libertad; $p < .001$, lo que posibilita descartar la igualdad de la matriz de varianza/covarianza con la matriz de identidad por lo que tiene sentido aplicar el análisis

factorial. Esto se complementa con el resultado del coeficiente de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO), que tiene un valor de .807, cercano a 1. Luego del análisis factorial siguiendo el método de extracción de componentes principales se obtuvieron cuatro factores cuyos autovalores son superiores a 1 y que justifican el 68.27 % de la varianza (Tabla 5.1).

Tabla 5.1: Autovalores de los factores de la escala *Contextos de aprendizaje* (Cuestionario 1)

Factor	Autovalor	% de varianza	% acumulado
1	3.154	21.21	21.21
2	2.171	18.72	39.93
3	1.845	15.12	55.05
4	1.248	13.22	68.27

Todos los ítems tienen una carga factorial mayor que .50, siendo aceptables valores mayores que .30 (Villavicencio-Martínez & Luna-Serrano, 2018). En la Tabla 5.2 se muestran los factores obtenidos y la relación de ítems asociados a cada uno de los factores.

Tabla 5.2: Validez y fiabilidad de la escala *Contextos de aprendizaje* (Cuestionario 1)

Validez de Constructo Varianza total explicada: 68,27 %		**Fiabilidad** $\alpha = .832$
Factor 1: *Actividad en el aula*	Carga Factorial	α si se elimina el ítem
Tengo una comunicación interpersonal fluida con compañeros y profesores	.561	.816
Las actividades exigen el máximo de mí para superarlas	.793	.719
En la clase trabajo en actividades relacionadas con posibles problemas de mi futura profesión	.918	.678
Factor 2: *Retroalimentación*		
Los profesores usan las dudas que les planteo en clase para ampliar contenidos de la asignatura	.530	.731
La revisión de los exámenes y pruebas de evaluación me sirven para clarificar y conocer mis errores	.724	.817
Los profesores nos orientan actividades que exigen autonomía (Trabajos de investigación, tema abierto, etc.)	.893	.798
Factor 3: *Ambiente de aprendizaje*		
Las explicaciones de los profesores me resultan estimulantes	.572	.803
Encuentro una actitud positiva por parte de mis profesores para atender mis necesidades	.631	.742
Las explicaciones de los profesores me resultan fáciles de entender y conectadas con mis intereses	.880	.741
Factor 4: *Utilización de las TIC*		
En las clases utilizo todas las posibilidades de las nuevas tecnologías	.922	.699

Los factores obtenidos se han denominado 1: *Esfuerzo*, 2: *Retroalimentación*, 3: *Ambiente de aprendizaje* y 4: *Utilización de las TIC*, debido a que están constituidos por ítems relacionados con

tal contenido. En cuanto a la fiabilidad de la escala, al aplicar el estadístico Alfa de *Cronbach* (α), se obtiene un valor $\alpha = .832$, lo que evidencia una buena consistencia interna (Tabla 5.2). Asimismo, dicho valor de Alfa disminuye si se elimina cualquier ítem; por los que todos son imprescindibles para lograr que esta escala sea fiable.

5.2.2. Validez y fiabilidad de la escala *Estrategias de gestión*

Esta escala consta de ocho ítems que indagan sobre las dificultades que enfrentan los estudiantes y cómo actúan para resolverlas. La prueba de esfericidad de Bartlett mostró un $\chi^2 = 1401.103$; y cinco grados de libertad; $p < .001$, evidenciando que la matriz de varianza/covarianza no tiene similitud con la matriz identidad. El coeficiente KMO es .798, el cual resulta aceptable. Lo factores obtenidos (con autovalores mayores que 1) explican el 59.86 % de la varianza total (Tabla 5.3).

Tabla 5.3: Autovalores de los factores de la escala *Estrategas de gestión* (Cuestionario 1)

Factor	Autovalor	% de varianza	% acumulado
1	1.935	32.17	32.17
2	1.418	27.69	59.86

Los factores se han denominado 1: *Nivel de autonomía* y 2: *Autoeficacia estudiantil*, debido a que están constituidos por ítems relacionados con tal contenido. Al aplicar el estadístico Alfa de *Cronbach*, se obtiene un valor $\alpha = .809$, por lo que la escala posee una buena consistencia interna (Tabla 5.4). Dicho valor de Alfa disminuye si se elimina cualquier ítem.

Tabla 5.4: Validez y fiabilidad de la escala *Estrategias de gestión* (Cuestionario 1)

Validez de Constructo Varianza total explicada: 59.86 %		**Fiabilidad** $\alpha = .809$
Factor 1: *Nivel de autonomía*	Carga Factorial	α si se elimina el ítem
Busco la manera de aclarar las dudas y seguir mis estudios	.592	.697
Acudo a aclaraciones de dudas que me permitan establecer vínculos afectivos con el profesor o perspectivas distintas de la MD	.574	.751
Ajusto mi esfuerzo a lo que esperan de mí en la asignatura	.697	.674
Busco ayuda en mis compañeros de estudio	.812	.801
Factor 2: *Autoeficacia estudiantil*		
Identifico los requisitos mínimos de la asignatura y los realizo	.617	.789
Ajusto mi tiempo de estudio a las exigencias de la asignatura	.592	.731
Abandono la asignatura, dejándola para arrastrarla en el próximo curso	.813	.799
Acudo a consultas para profundizar en los contenidos con la guía del profesor	.893	.793

5.2.3. Validez y fiabilidad de la escala *Materiales de estudio*

Esta escala propicia un acercamiento a la relación que existe entre el *engagement* y los materiales de estudio de Matemática Discreta. En el análisis factorial, esta escala mostró un coeficiente KMO= .893 y una prueba de esfericidad de Bartlett con un $\chi^2 = 1502.238$; y cinco grados de libertad; $p < .001$, lo que indica la no igualdad entre la matriz de varianza/covarianza originada en el análisis factorial y la matriz inicial de identidad.

Se obtuvo un solo factor con autovalor superior a 1 y que justifica el 69.25 % de la varianza. Posee muy buena consistencia interna, obteniendo un valor $\alpha = .893$ (Tabla 5.5).

Tabla 5.5: Validez y fiabilidad de la escala *Materiales de estudio* (Cuestionario 1)

Validez de Constructo		**Fiabilidad**
Varianza total explicada: 69.25 %		$\alpha = .893$
Factor 1: *Materiales de estudio*	Carga Factorial	α si se elimina el ítem
Contribuyen a mi aprendizaje	.671	.785
Vinculan su contenido con mi Carrera/Grado/Licenciatura	.712	.719
Me resultan fáciles de entender y conectados con mis intereses	.593	.698
Se adaptan a mi ritmo de aprendizaje	.814	.673

5.2.4. Validez y fiabilidad de la escala *Estado emocional*

Esta escala consta de ocho pares que reflejan los principales estados emocionales de los estudiantes, con el objetivo de que puedan ubicarse a un lado u otro y obtener una visión global del estado anímico en su aprendizaje (Tabla 5.6), con aspectos como la motivación, la confianza y el bienestar.

En el análisis factorial, esta escala mostró un coeficiente KMO $= .789$ y una prueba de esfericidad de Bartlett con un $\chi^2 = 1476.941$; y cinco grados de libertad; $p < .001$, lo que refleja que la matriz de varianza/covarianza originada en el análisis factorial no se asemeja a la matriz inicial de identidad.

La escala posee una buena de fiabilidad, $\alpha = .810$; todos los ítems le brindan consistencia interna, si se elimina algún ítem entonces disminuye el valor del Alfa. Se obtuvo un solo factor con autovalor superior a 1 y que justifica el 78.63 % de la varianza.

Tabla 5.6: Validez y fiabilidad de la escala *Estado emocional* (Cuestionario 1)

Validez de Constructo Varianza total explicada: 78.63 %		**Fiabilidad** $\alpha = .810$
Factor 1: *Estado emocional*	Carga Factorial	α si se elimina el ítem
Frustrado-Realizado	.592	.732
Insatisfecho-Satisfecho	.510	.806
Inseguro-Seguro	.593	.599
Pesimista-Optimista	.724	.612
Preocupado-Confiado	.784	.729
Con malestar-Con bienestar	.781	.742
Desmotivado-Motivado	.862	.798
Desilusionado-Esperanzado	.900	.654

5.2.5. Validez y fiabilidad de la escala *Engagement*

Esta escala propicia un acercamiento a la relación que existe entre el *engagement* con la implicación, el bienestar y la satisfacción con el aprendizaje de la Matemática Discreta. En el análisis factorial, esta escala mostró un coeficiente KMO $= .821$ y una prueba de esfericidad de Bartlett con un $\chi^2 = 1192.128$; y cinco grados de libertad; $p < .001$, lo que indica la no igualdad de la matriz de varianza/covarianza originada en el análisis factorial y la matriz inicial de identidad. Se obtuvo un solo factor con autovalor superior a 1 y que justifica el 74.23 % de la varianza. Posee muy buena consistencia interna, obteniendo un valor $\alpha = .799$ (Tabla 5.7).

Tabla 5.7: Validez y fiabilidad de la escala *Engagement* (Cuestionario 1)

Validez de Constructo Varianza total explicada: 74.23 %		**Fiabilidad** $\alpha = .799$
Factor 1: *Engagement*	Carga Factorial	α si se elimina el ítem
Estoy conectado con mis estudios de Matemática Discreta a un nivel:	.780	.736
Mi grado de satisfacción con mis estudios de Matemática Discreta es:	.810	.703
El nivel de bienestar que me producen mis estudios de Matemática Discreta es:	.920	.712

5.3. Validez y fiabilidad del Cuestionario 2

El Cuestionario 2 evalúa la satisfacción del alumnado con sus materiales de estudio de Matemática Discreta. A continuación se analiza la validez y fiabilidad de cada una de sus escalas. En el caso de este cuestionario, al ser diseñado para la tesis, se le realizó el Análisis Factorial Confirmatorio.

5.3.1. Validez y fiabilidad de la escala *Adecuación didáctica*

Esta escala indaga por las capacidades didácticas que propician una adecuada satisfacción de los estudiantes con la utilización del material de estudio. Hace referencia al contenido, su nivel de dificultad y la forma en que se desarrolla entre otros aspectos. Se cuestiona, entre otros aspectos, la adecuación del material de estudio a los objetivos de la materia a estudiar y la presentación de suficientes ejercicios con una adecuada progresión en relación a la complejidad.

En el análisis factorial, esta escala mostró un coeficiente KMO $= .793$ y una prueba de esfericidad de Bartlett con un $\chi^2 = 912.238$; y cinco grados de libertad; $p < .001$, lo que demuestra la no igualdad de la matriz de varianza/covarianza originada en el análisis factorial y la matriz inicial de identidad. Se obtuvo un solo factor con autovalor superior a 1 y que justifica el 64.31 % de la varianza. Posee buena consistencia interna, obteniendo un valor $\alpha = 0.737$, ningún ítem posee un valor superior, lo que demuestra que todos son necesarios (Tabla 5.8).

Tabla 5.8: Validez y fiabilidad de la escala *Adecuación didáctica* (Cuestionario 2)

Validez de Constructo		**Fiabilidad**
Varianza total explicada: 64.31 %		$\alpha = .737$
Factor 1: *Adecuación didáctica*	Carga Factorial	α si se elimina el ítem
Poseen resúmenes conceptuales por bloques de contenido	.512	.642
Poseen una variedad de ejercicios suficientes para mi estudio	.594	.597
Se adecuan a los objetivos y contenidos de la materia en cuestión	.720	.627
Poseen un nivel de dificultad de los contenidos teóricos acorde con los estudios que realizo	.783	.718
Presentan una acertada progresión de los ejercicios en cuanto a complejidad	.782	.729
Describen algoritmos paso a paso para la comprensión de los contenidos matemáticos	.857	.706
Ejemplifican suficientemente las definiciones, teoremas y postulados matemáticos	.897	.712

5.3.2. Validez y fiabilidad de la escala *Capacidad de motivación*

Esta escala consta de 12 ítems que describen la relevancia que posee el material de estudio y la capacidad de implicar al estudiante con su aprendizaje, lo que propicia una motivación adecuada. Se tiene en cuenta, entre otras cuestiones el nivel de bienestar que consigue el estudiante con sus materiales y las facilidades de estudios que propicia. La prueba de esfericidad de Bartlett mostró un $\chi^2 = 1127.207$; y cinco grados de libertad; $p < .001$, evidenciando que la matriz de

varianza/covarianza no tiene similitud con la matriz identidad. El coeficiente KMO tiene un valor de .816, el cual resulta aceptable. Lo factores obtenidos explican el 72.19 % de la varianza total, con autovalor mayor que 1 (Tabla 5.9).

Tabla 5.9: Autovalores de los factores de la escala *Capacidad de motivación* (Cuestionario 2)

Factor	Autovalor	% de varianza	% acumulado
1	2.067	48.73	48.73
2	1.629	23.46	72.19

El primer factor está formado por ocho ítems que se relacionan con la *Relevancia* que tenga el material matemático para el estudiante, entendiéndose como tal la utilidad del aprendizaje que ofrece, su aplicación y la estimulación hacia el descubrimiento de nuevos conocimientos. El segundo factor, constituido por cuatro ítems, mide el nivel de *Implicación* capaz de lograr el estudiante con la utilización del material de estudio hacia el aprendizaje de la matemática. Al aplicar el estadístico Alfa de *Cronbach*, se obtiene un valor $\alpha = .823$, por lo que la escala posee una buena consistencia interna (Tabla 5.10).

Tabla 5.10: Validez y fiabilidad de la escala *Capacidad de motivación* (Cuestionario 2)

Validez de Constructo Varianza total explicada: 72.19 %		**Fiabilidad** $\alpha = .823$
Factor 1: *Relevancia*	Carga Factorial	α si se elimina el ítem
Presentan de forma amena el contenido matemático, mostrando su origen y evolución	.571	.742
Estimulan la búsqueda y el descubrimiento	.593	.816
Se conectan con mis intereses a través de actividades de motivación didáctica, como acertijos, curiosidades, etc.	.771	.647
Tienen actividades que promueven mi aprendizaje a través de los juegos (gamificación)	.663	.614
Vinculan sus contenidos con mi Carrera/Grado/Licenciatura	.700	.759
Hacen visible la vinculación del contenido matemático con el mundo real	.628	.820
Se adaptan a mi realidad social y cultural	.598	.623
Me ayudan en los exámenes del curso	.662	.795
Factor 2: *Implicación*		
Me propician una sensación de bienestar en el estudio de la asignatura	.583	.724
Contribuyen a un mejor aprendizaje de la asignatura	.618	.723
Me resultan fáciles de entender y conectados a mis intereses	.831	.741
Me hacen olvidar cuán difícil es la matemática	.878	.769

5.3.3. Validez y fiabilidad de la escala *Calidad tecnológica*

Esta escala consta de nueve ítems que indagan sobre las características tecnológicas del material de estudio que propician la satisfacción del estudiante, entre ellas la capacidad de interacción, retroalimentación y los recursos audiovisuales que posea. En el análisis factorial, esta escala mostró un coeficiente KMO $= .893$ y una prueba de esfericidad de Bartlett con un $\chi^2 = 1027.128$; y cinco grados de libertad; $p < .001$, lo que indica la no igualdad de la matriz de varianza/covarianza originada en el análisis factorial y la matriz inicial de identidad. Lo factores obtenidos explican el 83.74 % de la varianza total, con autovalor mayor que 1 (ver Tabla 5.11).

Tabla 5.11: Autovalores de los factores de la escala *Calidad tecnológica* (Cuestionario 2)

Factor	Autovalor	% de varianza	% acumulado
1	2.589	51.32	51.32
2	1.991	32.42	83.74

El primer factor está formado por cinco ítems, estos se relacionan con la capacidad de *Interacción* que propicia el material matemático haciendo referencia, entre otros aspectos a la actualización constante del contenido, su capacidad para la aclaración de dudas y a la evaluación automatizada. Al segundo factor, constituido por cuatro ítems, se le ha denominado *Multimedia*, e incluye el diseño gráfico, la utilización de ilustraciones y la posibilidad de ofrecer recursos audiovisuales. Al aplicar el estadístico Alfa de *Cronbach*, se obtiene un valor $\alpha = .811$, por lo que la escala posee una buena consistencia interna (Tabla 5.12).

Tabla 5.12: Validez y fiabilidad de la escala *Calidad tecnológica* (Cuestionario 2)

Validez de Constructo Varianza total explicada: 83.74 %		**Fiabilidad** $\alpha = .811$
Factor 1: *Interacción*	Carga Factorial	α si se elimina el ítem
Permiten hacerle preguntas al autor y recibir sus respuestas	.592	.678
Permiten evaluarme de forma automática	.603	.614
Se adaptan a mi ritmo de aprendizaje	.528	.724
Me permiten la interacción con mi profesor y mis compañeros	.597	.792
Vinculan sus contenidos con mi Carrera/Grado/Licenciatura	.612	.723
Factor 2: *Multimedia*		
Poseen recursos audiovisuales	.572	.803
Son accesibles en formato móvil	.623	.724
Poseen un diseño gráfico atractivo que incentiva mi aprendizaje	.607	.627
Apoyan las ideas o conceptos desarrollados en el texto a través de ilustraciones o gráficos	.542	.809

5.3.4. Análisis Factorial Confirmatorio del Cuestionario 2

El modelo resultante del Análisis Factorial Confirmatorio (AFC) está conformado por cinco factores, que se corresponden con las tres escalas del modelo teórico propuesto para la satisfacción del alumnado con sus materiales matemáticos y con los factores obtenidos en el AFE: Adaptación didáctica (F1), Relevancia (F2), *Engagament*(F3), Interacción (F4) y Multimedia (F5).

El ajuste del modelo fue óptimo, como lo indican los estadísticos $\chi^2/df = 2.211$, $CFI = .91$, $RMCR = .11$ y $RMSEA = .09$. Se obtuvieron correlaciones fuertes entre los cinco factores. La correlación más débil, aunque con niveles aceptables, es la existente entre *Relevancia* (F2) y *Multimedia* (F5) (Tabla 5.13).

Tabla 5.13: Descriptivos y correlaciones para los factores del Cuestionario 2 después del AFC

Factor	Descriptivos		Correlaciones de *Pearson*				
	Media	DE	F1	F2	F3	F4	F5
Adaptación didáctica (F1)	4.67	1.02	1	.766	.645	.421	.587
Relevancia (F2)	4.89	0.98	.766	1	.425	.574	.327
Engagament(F3)	4.37	1.29	6.45	.425	1	.489	.498
Interacción (F4)	5.08	0.76	.421	.574	.489	1	.477
Multimedia (F5)	4.44	1.12	.587	.327	.498	.477	1

Nota: En todos los casos la correlación es significativa en el nivel .01 (2 colas)

5.4. Validez y fiabilidad del Cuestionario 3

El Cuestionario 3 se utiliza con el objetivo de conocer las características de un material de estudio para generar *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta. A continuación procedemos a analizar la validez y fiabilidad de cada una de sus escalas. En el caso de este cuestionario, al ser diseñado por el autor de la tesis, se le realizó el Análisis Factorial Confirmatorio (AFC).

5.4.1. Validez y fiabilidad de la escala *Capacidad de interacción*

Esta escala posee cinco ítems que indagan por las capacidades del material de estudio para propiciar un aprendizaje interactivo. Se cuestiona la capacidad del material de estudio de contribuir a la individualización del aprendizaje, el desarrollo de la gamificación y la capacidad de propiciar la

autoevaluación del aprendizaje. En el análisis factorial, esta escala mostró un coeficiente KMO = 0.803 y una prueba de esfericidad de Bartlett con un chi cuadrado $\chi^2 = 1032.121$; y cinco grados de libertad; $p < .001$, lo que demuestra la no igualdad de la matriz de varianza/covarianza originada en el análisis factorial y la matriz inicial de identidad. Se obtuvo un solo factor con autovalor superior a 1 y que justifica el 61.98 % de la varianza. Posee una buena consistencia interna, obteniendo un valor $\alpha = .781$, además, este disminuye si se elimina cualquier ítem; por los que todos son necesarios y significativos para lograr que esta escala sea fiable (Tabla 5.14).

Tabla 5.14: Validez y fiabilidad de la escala *Capacidad de interacción* (Cuestionario 3)

Validez de Constructo		**Fiabilidad**
Varianza total explicada: 61.98 %		$\alpha = .781$
Factor 1: *Capacidad de interacción*	Carga Factorial	α si se elimina el ítem
Posibilitar espacios de comunicación e interacción (foros, chat, etc.)	.523	.739
Dar retroalimentación al estudiante sobre el resultado de sus actividades de aprendizaje	.534	.642
Brindar la posibilidad al estudiante de crear actividades de autoevaluación, mostrando siempre la respuesta adecuada en cada caso	.751	.598
Favorecer el desarrollo de itinerarios de aprendizaje individuales	.828	.732
Propiciar el desarrollo de actividades en entornos de juego, posibilitando al estudiante mejorar sus conocimientos y habilidades	.865	.704

5.4.2. Validez y fiabilidad de la escala *Exploración del contenido*

Esta escala consta de seis ítems que propician que el estudiante explore el contenido matemático con autonomía, contribuyendo a la habilidad de aprender a aprender. En el análisis factorial, esta escala mostró un coeficiente KMO $= .745$ y una prueba de esfericidad de Bartlett con un $\chi^2 = 1182.097$; y cinco grados de libertad; $p < .001$, lo que indica la no igualdad de la matriz de varianza/covarianza originada en el análisis factorial y la matriz inicial de identidad. Lo factores obtenidos explican el 77.28 % de la varianza total, con autovalor mayor que 1 (Tabla 5.15).

Tabla 5.15: Autovalores de los factores de la escala *Exploración del contenido* (Cuestionario 3)

Factor	**Autovalor**	**% de varianza**	**% acumulado**
1	2.217	61.25	61.25
2	1.103	16.03	77.28

El primer factor está formado por cuatro ítems que se relacionan con la capacidad que tenga el material de estudio de guiar al alumno al objetivo de *Aprender a aprender*, entendiéndose como tal

la potenciación de su independencia cognoscitiva, además de su capacidad de explorar de forma autónoma nuevos conocimientos matemáticos. El segundo factor, constituido por dos ítems, indaga sobre la capacidad del material de estudio de contribuir a un *Aprendizaje desarrollador*, para de esta forma propiciar en el alumno una apropiación activa y creadora de una cultura integral, estableciendo un vínculo entre el aprendizaje de la Matemática Discreta y los procesos de interacción con la sociedad.

Al aplicar el estadístico Alfa de *Cronbach*, se obtiene un valor $\alpha = .776$, por lo que la escala posee una buena consistencia interna (Tabla 5.16). Además, este disminuye si se elimina cualquier ítem; por lo que resultan imprescindibles para lograr que esta escala sea fiable.

Tabla 5.16: Validez y fiabilidad de la escala *Exploración del contenido* (Cuestionario 3)

Validez de Constructo		**Fiabilidad**
Varianza total explicada: 77.28 %		$\alpha = .776$
Factor 1: *Aprender a aprender*	Carga Factorial	α si se elimina el ítem
Facilitar la independencia cognoscitiva del estudiante a través del desarrollo de habilidades curriculares y extracurriculares	.691	.624
Brindar recursos y actividades que propicien que el estudiante sea capaz de aprender a aprender	.833	.741
Propiciar que el estudiante genere ejercicios o problemas propios, asociados con su profesión	.890	.752
Estimular al estudiante para la investigación y búsqueda del conocimiento mediante el uso de otras fuentes de información	.914	.774
Factor 2: *Aprendizaje desarrollador*		
Plantear retos intelectuales al estudiante, guiándolo en la búsqueda de soluciones	.670	.647
Posibilitar que el estudiante profundice en los contenidos de la materia en cuestión más allá de lo establecido en las habilidades y objetivos curriculares	.783	.712

5.4.3. Validez y fiabilidad de la escala *Relevancia*

Esta escala consta de 11 ítems que describen, entre otros elementos, la utilidad del aprendizaje matemático y su aplicación a situaciones de la vida real. El coeficiente KMO arrojó un valor óptimo de .816.

La prueba de esfericidad de Bartlett mostró un $\chi^2 = 999.875$; y cinco grados de libertad; $p < .001$, lo que demuestra que la matriz de varianza/covarianza no tiene similitud con la matriz identidad. Lo factores obtenidos explican el 81.23 % de la varianza total, con autovalor mayor que 1 (Tabla 5.17).

Tabla 5.17: Autovalores de los factores de la escala *Relevancia* (Cuestionario 3)

Factor	Autovalor	% de varianza	% acumulado
1	2.298	45.87	45.87
2	1.936	35.36	81.23

El primer factor, denominado *Relevancia social*, está compuesto por 7 ítems e indaga sobre la capacidad del material de estudio de formar al estudiante de manera integral propiciando un acercamiento a su futura labor profesional. El quinto factor, nombrado *Relevancia tecno-pedagógica*, se conforma por 4 ítems que cuestionan el diseño gráfico del material, la capacidad de propiciar un aprendizaje ubicuo y la caracterización de sus recursos. Al aplicar el estadístico Alfa de *Cronbach*, se obtiene un valor $\alpha = .798$, por lo que la escala posee una buena consistencia interna (Tabla 5.18).

Tabla 5.18: Validez y fiabilidad de la escala *Relevancia* (Cuestionario 3)

Validez de Constructo Varianza total explicada: 81.23 %		**Fiabilidad** $\alpha = .798$
Factor 1: *Relevancia social*	Carga Factorial	α si se elimina el ítem
Poseer un diseño gráfico atractivo que incentive el aprendizaje del estudiante	.583	.641
Posibilitar su uso en múltiples situaciones de aprendizaje (horario lectivo, no lectivo, biblioteca, casa, etc.)	.623	.792
Permitir su uso con independencia del enfoque metodológico que ponga en práctica el profesor	.674	.702
Contener recursos gráficos y audiovisuales	.732	.726
Propiciar la conexión y motivación del estudiante hacia el aprendizaje (diseño visual, uso de recursos y/o actividades variadas, etc.)	.780	.669
Evidenciar una relación coherente entre los recursos que posee y el contenido que muestra	.810	.678
Incluir preguntas de desarrollo y problemas que exijan soluciones complejas, y que permitan avanzar y construir a partir de lo aprendido	.886	.795
Factor 2: *Relevancia tecno-pedagógica*		
Mostrar los contenidos con relevancia social y significatividad para los estudiantes	.631	.731
Posibilitar que el estudiante profundice en los contenidos de la materia en	.579	.789
Plantear retos intelectuales al estudiante, guiándolo en la búsqueda de soluciones	.612	.799
Posibilitar que el estudiante profundice en los contenidos de la materia en cuestión más allá de lo establecido en las habilidades y objetivos curriculares	.624	.793

5.4.4. Validez y fiabilidad de la escala *Instrucción*

Esta escala consta de nueve ítems que idagan sobre la contribución del material de estudio al dominio de las habilidades matemáticas. Se pone de manifiesto tanto la forma en que se presenta el contenido como las actividades que propicia el material de estudio.

En el análisis factorial, esta escala mostró un coeficiente KMO $= .813$ y una prueba de esfericidad de Bartlett con un $\chi^2 = 1007.197$; y cinco grados de libertad; $p < .001$, lo que indica la no igualdad de la matriz de varianza/covarianza originada en el análisis factorial y la matriz inicial de identidad.

Los factores obtenidos explican el 82.36 % de la varianza total, con autovalor mayor que 1 (ver Tabla 5.19).

Tabla 5.19: Autovalores de los factores de la escala *Instrucción* (Cuestionario 3)

Factor	Autovalor	% de varianza	% acumulado
1	2.314	57.84	57.84
2	1.659	24.52	82.36

El primer factor mide la manera en que se realiza la *Presentación del contenido*, está compuesto por tres ítems que caracterizan la forma en que el contenido se le presenta al alumnado, con énfasis en su vinculación con la futura profesión del estudiante, mostrando su origen y evolución. Se presta relevancia a la vinculación del contenido matemático con el mundo real, lo que incide en la motivación del alumno.

El segundo factor, *Actividades y recursos*, está compuesto por seis ítems que buscan establecer pautas para el desarrollo de actividades con el material de estudio a partir de una adecuada adaptación de sus recursos a los objetivos y habilidades matemáticas. En este factor se tiene en cuenta la rigurosidad con que se expone el contendio matemático, además de la biblografía básica y complementaria que se aporta.

Al aplicar el estadístico Alfa de *Cronbach*, se obtiene un valor $\alpha = .821$, por lo que la escala posee una buena consistencia interna (Tabla 5.20). Además, el valor α disminuye si se elimina cualquier ítem, de esta forma todos resultan imprescindibles para lograr que esta escala sea fiable en la aplicación del cuestionario.

Tabla 5.20: Validez y fiabilidad de la escala *Instrucción* (Cuestionario 3)

Validez de Constructo Varianza total explicada: 82.36 %		**Fiabilidad** $\alpha = .821$
Factor 1: *Presentación del contenido*	Carga Factorial	α si se elimina el ítem
Presentar de forma amena el contenido matemático, mostrando su origen y evolución	.590	.789
Evidenciar la vinculación del contenido matemático con el mundo real	.643	.749
Permitir su uso con independencia del enfoque metodológico que ponga en práctica el profesor	.681	.817
Factor 2: *Actividades y recursos*		
Estructurar los contenidos teniendo en cuenta su complejidad y la precedencia	.524	.812
Ajustar sus recursos y actividades a los objetivos y habilidades de la asignatura	.581	.754
Aportar bibliografía básica y complementaria	.642	.698
Presentar actividades variadas que ofrezcan suficiente práctica a los estudiantes	.716	.725
Emplear un diseño didáctico que facilite el estudio y el aprendizaje independiente y permanente	.779	.810
Exponer la teoría matemática con un lenguaje científico, pero a su vez asequible al estudiantado	.891	.712

5.4.5. Análisis Factorial Confirmatorio del Cuestionario 3

El modelo resultante del AFC está conformado por siete factores, que se corresponden con las cuatro escalas del modelo teórico propuesto para caracterizar a un material de estudio que genera *engagement* en el aprendizaje de la matemática y con los factores obtenidos en el AFE:

- Capacidad de interacción (F1).
- Aprender a aprender (F2).
- Aprendizaje desarrollador (F3).
- Relevancia social (F4).
- Relevancia tecno-pedagógica (F5).
- Presentación del contenido (F6).
- Actividades y recursos (F7).

El ajuste que se obtuvo del modelo fue óptimo, lo indican los estadísticos $\chi^2/df = 2.85$, CFI $= .93$, RMCR $= .22$ y RMSEA $= .17$; estos resultados confirman la validez del cuestionario. Las correlaciones más fuertes son las existentes entre FI-F2, F2-F5 y F1-F3 (Tabla 5.21).

Tabla 5.21: Descriptivos y correlaciones para los factores del Cuestionario 3 después del AFC

Factor	Descriptivos		Correlaciones de *Pearson*						
	Media	DE	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Capacidad de interacción (F1)	4.86	0.94	1	.912	.894	.674	.593	.612	.589
Aprender a aprender (F2)	4.36	0.96	.912	1	.678	.754	.899	.667	.697
Aprendizaje desarrollador (F3)	4.39	1.01	.894	.678	1	.597	.725	.712	.594
Relevancia social (F4)	4.58	0.87	.674	.754	.597	1	.654	.723	.602
Relevancia tecno-pedagógica (F5)	5.02	0.81	.593	.899	.725	.654	1	.698	.635
Presentación del contenido (F6)	4.47	1.13	.612	.667	.712	.698	.698	1	.565
Actividades y recursos (F7)	4.69	1.02	.589	.697	.594	.635	.635	.565	1

Nota: En todos los casos la correlación es significativa en el nivel .01 (2 colas)

5.5. Síntesis capitular

Se realizó la validez de constructo y la fiabilidad de los cuestionarios diseñados *ad hoc* para el desarrollo de esta tesis. En dos de los cuestionarios se aplicó un Análisis Factorial Confirmatorio. En base a los resultados mostrados, se confirman como válidas y fiables las estructuras establecidas para el diseño de los cuestionarios, creadas todas en base al modelo teórico propuesto en la investigación. La validez y fiabilidad de estos instrumentos garantizan la rigurosidad de los resultados a presentar en los siguientes capítulos. En la Figura 5.1 se resumen los factores que se obtuvieron una vez realizado el proceso de validación y fiabilidad en cada uno de los instrumentos.

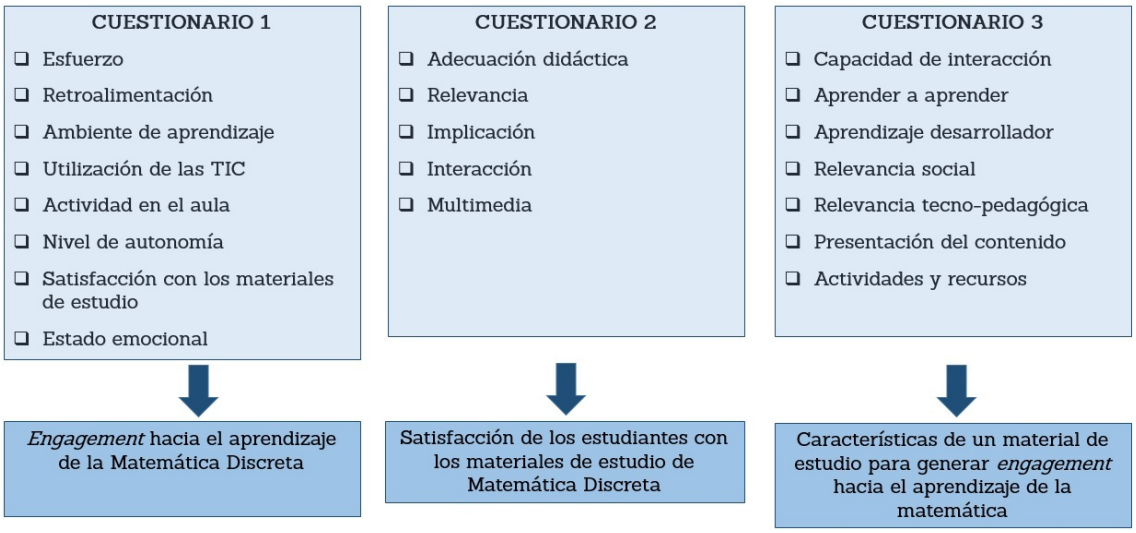


Figura 5.1: Factores de los cuestionarios después de su validez y fiabilidad

CAPÍTULO 6

Resultados de la Fase Diagnóstica

6.1 Presentación

6.2 Variables asociadas al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta

6.2.1 Análisis descriptivo del Cuestionario 1

6.2.2 El *engagement* y el rendimiento académico en Matemática Discreta: su correlación con variables del Cuestionario 1

6.2.3 Factores de los estudiantes y las aulas que intervienen en el *engagement* y el rendimiento académico en Matemática Discreta

6.3 Estado actual de la satisfacción de los estudiantes con los materiales de estudio de Matemática Discreta

6.3.1 Análisis descriptivo del Cuestionario 2

6.3.2 La satisfacción del alumnado con sus materiales de estudio de Matemática Discreta: su correlación con variables del Cuestionario 2

6.4 Síntesis capitular

CAPÍTULO 6

RESULTADOS DE LA FASE DIAGNÓSTICA

6.1. Presentación

En este capítulo se presentan los resultados de la Fase Diagnóstica. Primeramente, se expone el estado actual del *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta, describiendo los ítems del cuestionario aplicado y finalizando con la identificación de los factores de los estudiantes y las aulas que intervienen en el *engagement* y el rendimiento académico en Matemática Discreta. Seguidamente se plantea el nivel de satisfacción del alumnado con sus materiales de estudio de y se correlacionan estos resultados con el *engagement* y el rendimiento académico.

6.2. Variables asociadas al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta

En este epígrafe se exponen los resultados relacionados con el primer objetivo de la investigación: "Identificar las variables asociadas al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta".

6.2.1. Análisis descriptivo del Cuestionario 1

Se procedió a realizar un análisis descriptivo de las variables observadas en el cuestionario, lo que nos permite responder la pregunta de investigación Pi1.2 ¿cuál es el estado actual del *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta? El resultado lo expondremos por cada una de las escalas. Como se explicó en el capítulo anterior, las escalas del cuestionario son tipo *Likert* de respuesta de 1 a 5 (1: Nada, 2: Poco, 3: Algo, 4: Bastante y 5: Mucho), excepto la cuarta escala que

se rige por un diferencial que utiliza una escala de 1 a 7, donde 1 es la visión más negativa de la respuesta y 7 la más positiva.

6.2.1.1. Resultados de la escala Contextos de aprendizaje

En la Tabla 6.1 se muestran los resultados descriptivos de cada uno de los ítems. Todos los ítems siguen una distribución normal, debido a que los valores de significatividad de la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov arrojaron valores mayores que 0.05 (en este caso $.127 < p > .298$). Se puede observar que solo tres ítems se sitúan con puntuaciones medias entre 3-4 (Algo-Bastante), siendo el ítem ”Tengo una comunicación interpersonal fluida con compañeros y profesores” el de mayor puntuación media ($\bar{x} = 3.82$).

Tabla 6.1: Análisis descriptivo de los ítems de la escala *Contextos de aprendizaje* (Cuestionario 1)

Ítems	Media	Mediana	Moda	Desv.	Varian.
Tengo una comunicación interpersonal fluida con compañeros y profesores	3.82	4	4	1.84	1.51
Las actividades exigen el máximo de mí para superarlas	3.47	4	4	1.59	1.72
En la clase trabajo en actividades relacionadas con posibles problemas de mi futura profesión	1.83	2	2	0.89	0.91
Los profesores usan las dudas que les planteo en clase para ampliar contenidos de la asignatura	1.89	2	1	0.78	0.63
La revisión de los exámenes y pruebas de evaluación me sirven para clarificar y conocer mis errores	3.19	3	3	1.47	1.42
Los profesores nos orientan actividades que exigen autonomía (Trabajos de investigación, tema abierto, etc.)	2.45	3	2	1.07	0.98
Las explicaciones de los profesores me resultan estimulantes	1.89	2	3	1.21	1.48
Encuentro una actitud positiva por parte de mis profesores para atender mis necesidades	1.98	3	3	1.58	1.71
Las explicaciones de los profesores me resultan fáciles de entender y conectadas con mis intereses	2.24	2	2	1.09	1.19
En las clases utilizo todas las posibilidades de las nuevas tecnologías	1.82	2	2	0.78	0.95

Cinco ítems una puntación con valores entre 1-2 (Nada-Poco), destacando como los de menor media “En las clases utilizo todas las posibilidades de las nuevas tecnologías” ($\bar{x} = 1.82$) y “En la clase trabajo en actividades relacionadas con posibles problemas de mi futura profesión” ($\bar{x} = 1.83$). De manera general el contexto de aprendizaje genera poco *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta, refiriéndose con ello al esfuerzo que realiza el estudiante por aprender, la retroalimentación y el ambiente de aprendizaje que se logra en el aula, así la utilización de las TIC.

6.2.1.2. Resultados de la escala Estrategias de gestión

En la Tabla 6.2 se muestran los estadísticos descriptivos de esta escala. Todos los ítems siguen una distribución normal, valores de significatividad de la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov son mayores que 0.05 (en este caso $.105 < p > .213$). Solamente un ítem obtiene una puntuación media 3(Algo), "Busco ayuda en mis compañeros de estudio" el de mayor puntuación media ($\bar{x} = 3.01$).

Todos los demás ítems se encuentran con puntuaciones medias entre 2-3 (Poco-Algo), lo que indica que las estrategias de gestión utilizadas por los estudiantes generan poco *engagement* en el aprendizaje de la Matemática Discreta, debe propiciarse mejores niveles de actividad en el aula y de autonomía de los estudiantes.

Tabla 6.2: Análisis descriptivo de los ítems de la escala *Estrategias de gestión* (Cuestionario 1)

Ítems	Media	Mediana	Moda	Desv.	Varian.
Busco la manera de aclarar las dudas y seguir mis estudios	2.83	3	3	1.54	1.38
Acudo a aclaraciones de dudas que me permitan establecer vínculos afectivos con el profesor o perspectivas distintas de la MD	2.72	3	2	1.27	1.45
Ajusto mi esfuerzo a lo que esperan de mí en la asignatura	2.28	2	2	1.13	1.02
Busco ayuda en mis compañeros de estudio	3.01	3	3	1.78	1.43
Identifico los requisitos mínimos de la asignatura y los realizo	2.93	3	3	1.72	1.51
Ajusto mi tiempo de estudio a las exigencias de la asignatura	1.99	2	2	0.97	0.89
Abandono la asignatura, dejándola para arrastrarla en el próximo curso	2.24	2	2	1.13	1.24
Acudo a consultas para profundizar en los contenidos con la guía del profesor	2.75	3	2	1.29	1.42

6.2.1.3. Resultados de la escala Materiales de estudio

En la Tabla 6.3 se muestran los descriptivos de los ítems, todos siguen una distribución normal, debido a que los valores de significatividad de la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov arrojaron valores mayores que 0.05 (en este caso $.119 < p > .232$). Todos los ítems tienen una baja puntación, con valores entre 1-2 (Nada-Poco), destacando de manera negativa como los ítem de menor valor "Vinculan su contenido con mi carrera/grado" ($\bar{x} = 1.13$) y "Se adaptan a mi ritmo de aprendizaje" ($\bar{x} = 1.05$). De manera general los materiales de estudio no generan *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta.

Tabla 6.3: Análisis descriptivo de los ítems de la escala *Materiales de estudio* (Cuestionario 1)

Ítems	Media	Mediana	Moda	Desv.	Varian.
Contribuyen a mi aprendizaje	1.74	2	2	1.42	1.36
Vinculan su contenido con mi carrera/grado	1.13	2	2	1.75	1.88
Me resultan fáciles de entender y conectados con mis intereses	1.62	2	2	1.32	1.28
Se adaptan a mi ritmo de aprendizaje	1.05	2	2	1.27	1.32

6.2.1.4. Resultados de la escala Estado emocional

En la Tabla 6.4 se muestran los descriptivos de los ítems, todos siguen una distribución normal, la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov arrojaron valores mayores que 0.05 (en este caso $.127 < p > .242$). Solamente dos ítems se sitúan con puntuaciones medias entre 3-4 (Algo-Bastante), siendo el ítem "Desilusionado-Esperanzado" el de mayor puntuación media ($\bar{x} = 3.48$). El ítem de menor valor medio es "Insatisfecho-Satisfecho" ($\bar{x} = 1.98$) ni siquiera propicia escaso *engagement*. Actualmente el estado emocional de los estudiantes genera poco *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta.

Tabla 6.4: Análisis descriptivo de los ítems de la escala *Estado emocional* (Cuestionario 1)

Ítems	Media	Mediana	Moda	Desv.	Varian.
Frustrado-Realizado	2.86	3	3	1.02	1.12
Insatisfecho-Satisfecho	1.98	2	2	1.07	0.98
Inseguro-Seguro	2.97	3	3	0.86	0.94
Pesimista-Optimista	2.45	3	2	1.27	1.14
Preocupado-Confiado	3.11	3	3	0.78	0.69
Con malestar-Con bienestar	2.96	3	3	1.09	0.99
Desmotivado-Motivado	2.78	3	3	1.29	1.37
Desilusionado-Esperanzado	3.48	3	3	1.69	1.42

6.2.1.5. Resultados de la escala Engagement

En la Tabla 6.5 se muestran los descriptivos de los ítems, todos siguen una distribución normal, debido a que los valores de significatividad de la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov arrojaron valores mayores que 0.05 (en este caso $.201 < p > .223$). El ítem "Estoy conectado con mis estudios de Matemática Discreta a un nivel" es el de menor media ($\bar{x} = 1.85$). Los demás tampoco arriban al valor de 3 (Algo). De manera general no existe una adecuada implicación, ni satisfacción ni bienestar en el aprendizaje de la Matemática Discreta.

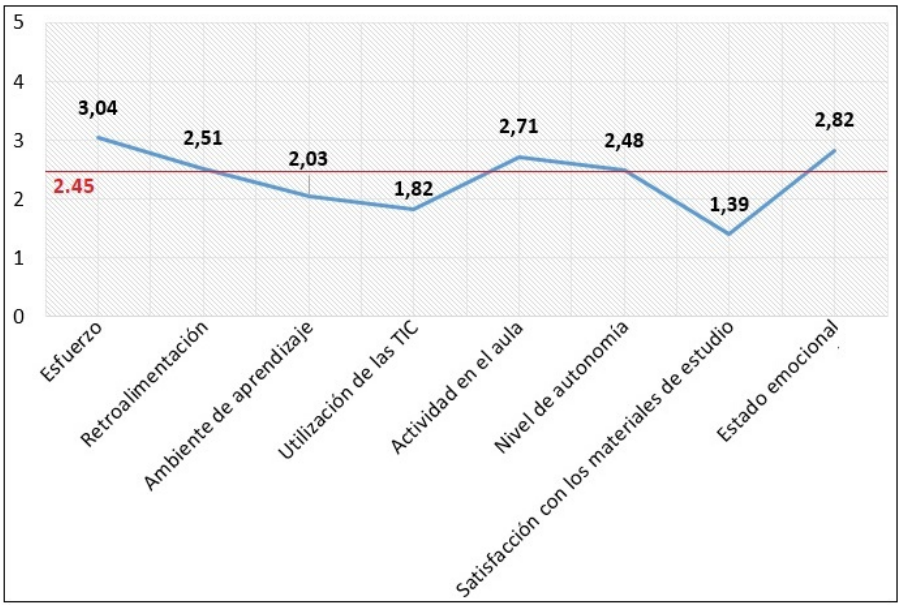
Tabla 6.5: Análisis descriptivo de los ítems de la escala *Engagement* (Cuestionario 1)

Ítems	Media	Mediana	Moda	Desv.	Varian.
Estoy conectado con mis estudios de Matemática Discreta a un nivel:	1.85	2	2	0.96	0.89
Mi grado de satisfacción con mis estudios de Matemática Discreta es:	2.46	2	2	1.67	1.74
El nivel de bienestar que me producen mis estudios de Matemática Discreta es:	2.21	2	2	0.72	0.78

6.2.1.6. Síntesis descriptiva del Cuestionario 1

Al describir los resultados de cada escala podemos responder la pregunta de investigación planteada al inicio de este apartado y decir que existe poco *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta ($\bar{x} = 2.45$). Los resultados de todos los factores se pueden observar en el Gráfico 6.1, nótese como destacan en negativo la media obtenida por los factores *Utilización de las TIC* ($\bar{x} = 1.82$) y *Satisfacción con los materiales de estudio* ($\bar{x} = 1.39$). Se evidencia además como la escala *Esfuerzo* ($\bar{x} = 3.04$) es la de mayor media.

Gráfico 6.1: Estado actual del *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta ($\bar{x}$)



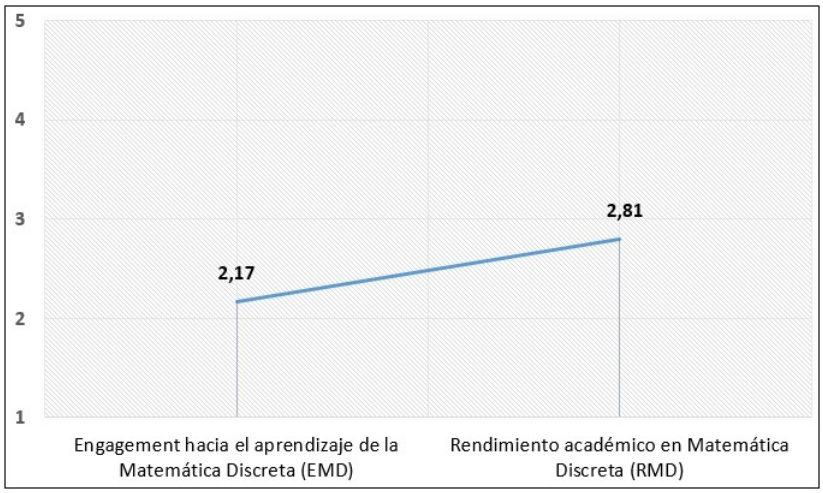
Los resultados obtenidos refuerzan el problema de investigación de esta tesis. Reafirman la necesidad actual de incidir directamente en el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta

6.2.2. El *engagement* y el rendimiento académico en Matemática Discreta: su correlación con variables del Cuestionario 1

El primer objetivo de esta investigación se plantea identificar las variables asociadas al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta. En este contexto el aprendizaje es relacionado con el rendimiento académico, por tal motivo se aplicaron técnicas de análisis correlacional (bivariadas) en las diferentes escalas del Cuestionario 1 para establecer su correlación con las variables dependientes *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta y Rendimiento académico en Matemática Discreta. Las dos variables de mayor correlación en todo el análisis son el *engagement* y el rendimiento académico, las cuáles presentan un coeficiente de .716 (sig. 0.00, $p \leq .01$).

La variable dependiente rendimiento académico en Matemática Discreta (RMD) se obtuvo a partir de evaluar la Prueba Pedagógica A. En esta investigación también se asume como variable dependiente la variable *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta (EMD) como un índice compuesto ponderado de tres variables: nivel de conexión con los estudios de MD, grado de satisfacción con los estudios de MD, y nivel de bienestar que producen los estudios de MD (escala *Engagement* del Cuestionario 1). En el Gráfico 6.2 se muestra la media total para el *engagement* y el rendimiento académico en Matemática Discreta.

Gráfico 6.2: Niveles de *engagement* y rendimiento académico ($\bar{x}$)



Ninguna de las dos variables alcanza un valor medio de (3), recodar que ambas fueron evaluadas en una escala donde el máximo es 5. En el caso del *engagement* como variable independiente de

primer orden lo resultados son considerados bajos, no obstante, coinciden con los valores esperados para los estudiantes del área de las Ciencias e Ingenierías (Reyes, 2016).

Nótese en la Tabla 6.6 como la moda en el *engagement* es 3 pero en el rendimiento académico es 2, lo cual significa que lo más común es que el estudiante se encuentre suspenso en la asignatura luego de su examen final. Con respecto al grado de asimetría, la distribución en ambas variables es asimétrica positiva con una mayor asimetría por parte del rendimiento académico. La prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov refleja que todas las variables siguen una distribución normal (en este caso $.097 < p > .213$).

Tabla 6.6: Descriptivos del *engagement* (EMD) y el rendimiento académico (RMD)

Variables dependientes	Media	Mediana	Moda	Desv.	Varian.	Asim.	Curt.
EMD	2.17	2	2	1.18	1.39	0.18	-0.90
RMD	2.81	3	3	0.89	0.80	0.85	-0.18

A continuación, se exponen, por cada una de las escalas, los niveles de correlación con el *engagement* y el rendimiento académico.

6.2.2.1. Contextos de aprendizaje asociados al engagement y al rendimiento académico

En la Tabla 6.7 se muestran los ítems de esta escala y sus coeficientes de correlación. Cuatro de los ítems correlacionan con el *engagement* a un nivel de significación del 99 %: “En las clases utilizo todas las posibilidades de las nuevas tecnologías”, “La revisión de los exámenes y pruebas de evaluación me sirven para clarificar y conocer mis errores”, “Las explicaciones de los profesores me resultan estimulantes” y “En la clase trabajo en actividades relacionadas con posibles problemas de mi futura profesión”, lo cuales se asocian a un desarrollo profesional de los estudiantes y al nivel de interacción y retroalimentación que existe en el aprendizaje de la MD.

En el caso del rendimiento académico se correlaciona a un nivel de significación del 99 % los anteriores ítems y además: “Las explicaciones de los profesores me resultan fáciles de entender y conectadas con mis intereses” y “Los profesores nos orientan actividades que exigen autonomía (Trabajos de investigación, tema abierto, etc.)”, lo que evidencia la influencia del profesor en el rendimiento académico del alumno.

Tabla 6.7: Resumen del análisis correlacional de la Escala *Contextos de aprendizaje* con el *engagement* y el rendimiento académico

Contextos de aprendizaje	EMD		RMD	
	Coef.	Sig.	Coef.	Sig.
En las clases utilizo todas las posibilidades de las nuevas tecnologías	.487	.000	.436	.000
La revisión de los exámenes y pruebas de evaluación me sirven para clarificar y conocer mis errores	.389	.000	.278	.000
Las explicaciones de los profesores me resultan estimulantes	.375	.000	.235	.000
En la clase trabajo en actividades relacionadas con posibles problemas de mi futura profesión	.294	.007	.311	.000
Las explicaciones de los profesores me resultan fáciles de entender y conectadas con mis intereses	.098	.059	.294	.003
Los profesores nos orientan actividades que exigen autonomía (Trabajos de investigación, tema abierto, etc.)	-.074	.189	.189	.009
Tengo una comunicación interpersonal fluida con compañeros y profesores	.100	.089	.048	.098
Encuentro una actitud positiva por parte de mis profesores para atender mis necesidades	.089	.123	.087	.124
Las actividades exigen el máximo de mí para superarlas	.072	.132	.043	.320
Los profesores usan las dudas que les planteo en clase para ampliar contenidos de la asignatura	.085	.112	.023	.287

6.2.2.2. Estrategias de gestión y su relación con el engagement y el rendimiento académico

En la Tabla 6.8 se muestra la correlación de las estrategias de gestión con el *engagement* y el rendimiento académico. Se observa como dos ítems manifiestan una correlación directa con las variables dependientes: “Acudo a aclaraciones de dudas que me permitan establecer vínculos afectivos con el profesor o perspectivas distintas de la asignatura” y “Busco la manera de aclarar las dudas y seguir mis estudios”.

No obstante, se evidencia como los ítems “Abandono la asignatura, dejándola para arrastrarla en el próximo curso” y “Ajusto mi tiempo de estudio a las exigencias de la asignatura” muestran una correlación inversa, lo cual significa que los estudiantes que poseen altos niveles de *engagement* y de rendimiento académico no hacen uso de estas dos estrategias.

De tal forma se muestran rasgos de que el *engagement* y el rendimiento académico pueden contribuir a evitar el abandono universitario. Influir directamente en estas variables contribuye al desarrollo de estrategias personales por parte del alumno que propicien su éxito académico.

Tabla 6.8: Resumen del análisis correlacional de la Escala *Estrategias de gestión* con el *engagement* y el rendimiento académico

Estrategias de gestión	EMD		RMD	
	Coef.	Sig.	Coef.	Sig.
Busco la manera de aclarar las dudas y seguir mis estudios	.198	.001	.211	.000
Acudo a aclaraciones de dudas que me permitan establecer vínculos afectivos con el profesor o perspectivas distintas de la MD	.177	.000	.189	.000
Ajusto mi tiempo de estudio a las exigencias de la asignatura	-.258	.000	-.183	.006
Abandono la asignatura, dejándola para arrastrarla en el próximo curso	-.278	.000	-.369	.000
Busco ayuda en mis compañeros de estudio	.013	.213	.007	.127
Ajusto mi esfuerzo a lo que esperan de mí en la asignatura	-.076	.092	.087	.124
Las actividades exigen el máximo de mí para superarlas	.072	.132	-.044	.241
Acudo a consultas para profundizar en los contenidos con la guía del profesor	.011	.259	-.005	.104

6.2.2.3. Materiales de estudio y su relación con el engagement y al rendimiento académico

En este apartado se muestran los resultados detallados de los ítems de la escala Materiales de estudio. Como se muestra en la Tabla 6.9 todos los ítems se relacionan positivamente con el *engagement* y el rendimiento académico. Los resultados reafirman los referentes teóricos que hemos expuesto en capítulos anteriores y ofrecen información relevante del propio instrumento y la pertinencia de la escala.

Tabla 6.9: Resumen del análisis correlacional de la Escala *Estrategias de gestión* con el *engagement* y el rendimiento académico

Materiales de estudio	EMD		RMD	
	Coef.	Sig.	Coef.	Sig.
Contribuyen a mi aprendizaje	.489	.001	.521	.001
Vinculan su contenido con mi Carrera/Grado/Licenciatura	.421	.000	.467	.000
Me resultan fáciles de entender y conectados con mis intereses	.369	.000	.311	.006
Se adaptan a mi ritmo de aprendizaje	.308	.000	.294	.000

6.2.2.4. Estados emocionales de los estudiantes asociados al engagement y al rendimiento académico

Se correlacionan significativamente con ambas variables los ítems “Frustrado/a-Realizado/a”, “Inseguro/a-Seguro/a”, “Preocupado/a-Confiado/a”, “Desmotivado/a-Motivado/a” y “Desilusionado/a -Esperanzado/a”. El ítem “Con malestar-Con bienestar” posee significatividad para el rendimiento académico (ver Tabla 6.10). Se refleja así el perfil emocional asociado al *engagement* y al rendimiento académico con elementos de corte afectivo que influyen en estas variables.

Tabla 6.10: Resumen del análisis correlacional de la Escala *Estado emocional* con el *engagement* y el rendimiento académico

Estado emocional	EMD		RMD	
	Coef.	Sig.	Coef.	Sig.
Desmotivado-Motivado	.741	.001	.623	.001
Frustrado-Realizado	.149	.000	.154	.000
Inseguro-Seguro	.248	.000	.167	.006
Preocupado-Confiado	.224	.000	.174	.000
Desilusionado-Esperanzado	.275	.000	.194	.000
Con malestar-Con bienestar	-.019	.142	-.094	.001
Pesimista-Optimista	-.016	.089	-.121	.000
Insatisfecho-Satisfecho	-.003	.125	-.120	.113

6.2.3. Factores de los estudiantes y las aulas que intervienen en el *engagement* y el rendimiento académico en Matemática Discreta

En este acápite procedemos a responder las siguientes preguntas científicas:

- Pi1.4: Qué relación existe entre el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta (EMD) y el rendimiento académico en dicha materia (RMD) a nivel de estudiantes y aulas?
- Pi1.5: ¿Cómo explican, las características propias de los estudiantes, las diferencias entre el EMD y el RMD?
- Pi1.6: ¿Qué características del proceso de enseñanza-aprendizaje a nivel de aula explican las diferencias entre el EMD y el RMD?

Algunas variables de este análisis se obtienen directamente de la respuesta de los estudiantes a los ítems del Cuestionario 1. Para otras variables se extrajeron índices a partir del análisis factorial realizado al propio cuestionario.

6.2.3.1. Variables del modelo multinivel multivariado

Variables dependientes

Engagement hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta (EMD): se utilizó el resultado del AFE para construir esta variable ($\alpha = .780$) como un índice compuesto ponderado de tres ítems: nivel de conexión con los estudios de MD, con carga factorial (CF) de .780, grado de satisfacción con los estudios de MD ($CF = .810$), y nivel de bienestar que producen los estudios de MD ($CF = .920$).

Rendimiento académico en Matemática Discreta (RMD): se obtuvo a partir de evaluar la prueba Prueba pedagógica A. Esta prueba es la evaluación oficial de la institución en la asignatura de MD. La variable dependiente RMD toma valores en una escala entre dos y cinco. Las calificaciones de 5 (excelente), 4 (bien) y 3 (regular) expresan diferentes grados de dominio de los objetivos que tiene el estudiante y, en consecuencia, resulta aprobado en la asignatura. La calificación de 2 (mal) indica que el estudiante no domina los objetivos al nivel requerido.

Variables explicativas a nivel de estudiante

Las variables *sexo* y *nota de ingreso de matemática* (examen de ingreso a la educación superior cubana) y *nivel de utilización de las tecnologías (TIC)* derivan directamente del Cuestionario 1. Se toman además algunos factores asociados también al Cuestionario 1, los cuáles fueron detallados en acápites anteriores y constituyen, en este estudio, variables explicativas a nivel de estudiante. Estas variables son: *nivel de autonomía*, *satisfacción con los materiales de estudio* y *bienestar estudiantil*.

Variables explicativas a nivel de aula

Las tres variables de este nivel constituyen, de igual forma, factores asociados al Cuestionario 1, todas relacionadas con el factor de su mismo nombre: *actividad en el aula*, *retroalimentación* y *ambiente de aprendizaje*.

6.2.3.2. Modelo sin variables independientes (modelo nulo)

La Ecuación 6.1 representa el modelo lineal más simple que tiene un efecto fijo a nivel de aula. En correspondencia con este modelo 2.29 y 2.48 representan, respectivamente, el valor promedio de EMD y RMD que se espera obtenga un estudiante.

$$\begin{aligned} EMD_{ij} &= \beta_0 + e_{ij} = 2.291(0.793) + e_{ij} \\ RMD_{ij} &= \beta_0 + e_{ij} = 2.482(0.521) + e_{ij} \end{aligned} \tag{6.1}$$

donde EMD_{ij} y RMD_{ij} es el resultado en ambos parámetros del estudiante i en el aula j, β_0 (la ordenada en el origen) es la intercepción media, e_{ij} es el nivel residual del estudiante mientras que los valores en paréntesis representan el error estándar.

No obstante, un modelo de efectos fijos no tiene en cuenta la naturaleza agrupada de los datos, por lo que no permite que el efecto de las variables explicativas varíe en diferentes aulas. Por tal motivo fue calculado un modelo nulo con intersecciones aleatorias, mostrado en la Ecuación 6.2, que permite analizar los efectos del aula sobre el *engagement* y el rendimiento académico, así se proporciona información sobre la cantidad de varianza inter e intra aula.

El logro medio general en todas las aulas en el EMD fue 2.184. Más específicamente, la media del aula j se estima en $2.184 + u_{0j}$, donde u_{0j} representa el residual del nivel de aula. En el caso del RMD fue de 2.334. Una aula con u_{0j} mayor que cero tiene un valor por encima del promedio, mientras que u_{0j} menor que cero indica un aula por debajo del promedio.

$$\begin{aligned} EMD_{ij} &= \beta_0 + u_{0j} + e_{ij} = 2.184(0.982) + u_{0j} + e_{ij} \\ RMD_{ij} &= \beta_0 + u_{0j} + e_{ij} = 2.334(0.641) + u_{0j} + e_{ij} \end{aligned} \tag{6.2}$$

donde u_{0j} es la variación del intercepto del aula j con respecto a la media. La aplicación del modelo de efectos aleatorios indica un aumento de los valores de error estándar del promedio de *engagement* (0.793 a 0.982) y de rendimiento académico en MD (0.521 a 0.641). Esto indica que hay variación entre las aulas en ambos indicadores.

El estadístico de la prueba de razón de verosimilitud se calculó como la diferencia en los valores de logaritmo verosimilitud para los dos modelos, que en este caso fue estadísticamente significativo ($LR = 794.041$, $p < .001$). Por lo tanto, hubo evidencia de los efectos del aula en el *engagement* y en el rendimiento académico, lo que sugiere que se debe aplicar un modelo multinivel para tener en cuenta estas diferencias.

Otro valor importante calculado por el modelo nulo es el índice de correlación intraclase (ICC). Este coeficiente puede variar de 0 a 1 e indica la necesidad de utilizar un análisis multinivel. Un valor cercano a 0 indica que las aulas son homogéneas y que el rendimiento de los estudiantes no se correlaciona con el aula a la que pertenece el estudiante. Por otro lado, en presencia de un valor no trivial (más del 10%), se debe considerar un método multinivel. En el caso de EMD, la varianza inexplicada entre los estudiantes (σ_e^2) es 58.121 con un error estándar de 8.752 y la de la media de las aulas (σ_{u0}^2) de 27.341 con un error estándar de 6.247.

En la Ecuación 6.3 se muestra la fórmula para calcular el ICC de la variable EMD.

$$\frac{\text{varianza entre aulas}}{\text{varianza total}} = \frac{\sigma^2_{u0}}{\sigma^2_{u0} + \sigma^2_e} = \frac{27.34}{27.34 + 58.12} = .32 \tag{6.3}$$

El ICC en este caso es de .32, esto significa que el 32 % de la varianza de las variables dependientes está relacionada con el nivel del aula, por lo que se refuerza la utilización de un análisis multinivel. Para el RMD se obtuvo un ICC de .28.

La Tabla 6.11, muestra los datos anteriores y además las varianzas y covarianzas estimadas en ambos niveles en el modelo nulo. También muestra que las covarianzas estimadas entre cada par de indicadores fueron significativas y positivas en ambos niveles y fueron más altas en el nivel del alumno que en el nivel de aula. Estas observaciones indican que, cuanto más alto es el puntaje de los estudiantes en una de las variables dependientes, más alto es el puntaje en la otra.

6.2.3.3. Variables independientes del nivel de estudiantes agregadas al modelo de intersecciones aleatorias (modelo nulo)

Como se muestra en la Tabla 6.11 todas las variables explicativas de nivel uno (nivel de estudiantes) incluidas en el modelo (excepto el sexo y el bienestar con los estudios) son predictores estadísticamente significativos ($p < .005$) del *engagement* y del rendimiento académico, debido a que los coeficientes estimados son más del doble que su error estándar. Siendo más precisos se observa que en el caso del *engagement*, la satisfacción con los materiales de estudio es la variable de mayor valor predictivo; el nivel de autonomía en el aprendizaje la de mayor influencia en el rendimiento académico. Es válido señalar que todos los predictores a nivel de estudiante, excepto el sexo y el bienestar con los estudios tuvieron un valor significativo ($p \leq .001$) para ambas variables dependientes.

Tanto la varianza inexplicada entre los estudiantes (σ^2_e) como la de las aulas (σ^2_{u0}) disminuyeron en ambas variables dependientes (ver modelo 1 en la Tabla 6.11). Esta reducción sugiere que gran parte de la variación a nivel de aula y estudiante se debe a las variables de los estudiantes que se incluyeron en este modelo estadístico. Las matrices de covarianzas indican una correlación positiva y significativa entre las variables dependientes y además disminuye el logaritmo de verosimilitud; aspecto que revela una mejora en el ajuste del modelo.

Tabla 6.11: Parámetros estimados para el modelo de efectos aleatorios

Variable	Modelo nulo		Modelo 1		Modelo final	
	EMD	RMD	EMD	RMD	EMD	RMD
Intercepto	**2.184**	**2.334**	**2.151**	**2.312**	**2.184**	**2.334**
	(0.982)	(0.641)	(0.987)	(0.652)	(0.982)	(0.641)
Nivel de estudiante						
Nivel de autonomía	-	-	**6.781**	**8.741**	6.742	**8.728**
	-	-	(1.857)	(1.237)	(4.754)	(1.203)
Satisfacción con los materiales de estudio	-	-	**11.521**	**4.825**	**11.623**	**4.974**
	-	-	(3.124)	(1.993)	(3.079)	(1.997)
Bienestar estudantil	-	-	4.279	3.321	**4.187**	3.129
	-	-	(3.023)	(2.987)	(2.989)	(2.846)
Nota de acceso de matemática	-	-	**6.781**	**6.854**	**6.698**	**6.851**
	-	-	(2.287)	(1.925)	(2.217)	(1.926)
Género	-	-	-1.280	0.890	-1.741	1.034
	-	-	(1.132)	(0.797)	(1.489)	(0.875)
Utilización de las TIC	-	-	**3.781**	**4.071**	**3.695**	**3.998**
	-	-	(1.782)	(1.521)	(1.528)	(1.429)
Nivel de aula						
Actividad en el aula	-	-	-	-	**12.789**	**9.874**
	-	-	-	-	(4.523)	(3.784)
Retroalimentación	-	-	-	-	**15.874**	**14.987**
	-	-	-	-	(5.120)	(4.989)
Ambiente de aprendizaje	-	-	-	-	**13.127**	**10.128**
	-	-	-	-	(3.870)	(2.989)
Efectos aleatorios						
Nivel 1 (σ_e^2)	**58.121**	**67.231**	**47.123**	**51.874**	**24.875**	**26.984**
	(8.752)	(8.981)	(6.251)	(7.034)	(5.621)	(6.541)
Nivel 2 (σ_{u0}^2)	**27.341**	**25.729**	**14.075**	**12.968**	**5.095**	**5.140**
	(6.247)	(5.897)	(4.230)	(4.487)	(1.874)	(1.952)
Índice de correlación intraclase (ICC)	.32	.28	.23	.20	.17	.16
Matriz de covarianzas						
Nivel 1						
EMD	**4.784**	-	**4.648**	-	**4.782**	-
	(1.875)	-	(1.712)	-	(1.772)	-
RMD	**2.367**	**2.989**	**2.364**	**3.007**	**2.367**	**2.985**
	(1.007)	(1.112)	(0.998)	(1.119)	(1.004)	(0.998)
Nivel 2						
EMD	**1.891**	-	**1.605**	-	**1.401**	-
	(0.528)	-	(0.509)	-	(0.429)	-
RMD	**1.745**	**2.071**	**1.508**	**1.801**	**1.321**	**0.987**
	(0.623)	(0.874)	(0.607)	(0.474)	(0.389)	(0.128)
Logaritmo de verosimilitud	794.041		612.784		471.529	

Nota: Los coeficientes en negrita son significativos en $p < .005$

6.2.3.4. Variables independientes del nivel de aula agregadas al modelo (modelo final)

Una vez introducidas en el modelo las variables a nivel de estudiante y comprobado que había mucha varianza inexplicada, se pasó a identificar si las variables a nivel de aula podrían explicar las diferencias restantes. El modelo final de la Tabla 6.11 muestra como el sexo sigue siendo una variable explicativa que no es significativa para ninguna de las variables dependientes.

Pierde significatividad la variable nivel de autonomía en el caso del *engagement* (EMD) y la variable nivel de bienestar con los estudios para el rendimiento académico (RMD). Esto indica que la diferencia de niveles de *engagement* entre estudiantes autónomos y menos autónomos se explica completamente por las demás variables incluidas en este modelo; de igual forma sucede con la diferencia de rendimiento académico entre estudiantes con altos niveles de bienestar y aquellos con bajos niveles (Karakolidis et al., 2016).

En este modelo final las variables de mayor valor predictivo son las agregadas en el nivel de aula. La entrada de estos predictores estadísticamente significativos condujo a una disminución de la varianza inexplicada a nivel de aula (σ^2_{u0}) de 14.075 a 5.095 en el caso de EMD y de 12.968 a 5.140 en el caso del RDM, lo que sugiere que parte de la diferencia entre las aulas en cuanto al *engagement* y el rendimiento académico viene dada por el tipo de actividad desarrollada, el nivel de retroalimentación que se ejerza y el ambiente de aprendizaje logrado.

En el modelo final las matrices de covarianzas continúan indicando una correlación positiva entre las variables independientes, además se logra disminuir el logaritmo de verosimilitud de 612.784 a 471.529 mostrando así un ajuste considerable del modelo. Basándose en la matriz de covarianzas, se calcularon las correlaciones entre los indicadores y la proporción de varianza situada en cada nivel. La Tabla 6.12 muestra que los dos indicadores están altamente correlacionados en el nivel de aula, donde las correlaciones son de al menos .81.

Tabla 6.12: Correlaciones del EMD y el RMD a niveles de estudiante y aula

Variable dependiente	Nivel de estudiante		Nivel de aula	
	EMD	RMD	EMD	RMD
EMD	1	-	1	-
RMD	.53	1	.81	1

6.3. Estado actual de la satisfacción de los estudiantes con los materiales de estudio de Matemática Discreta

En este epígrafe se exponen los resultados asociados al primer objetivo de la investigación: "Identificar las variables asociadas al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta".

6.3.1. Análisis descriptivo del Cuestionario 2

Se procedió a realizar un análisis descriptivo de las variables observadas en el cuestionario, lo que nos permite responder a la pregunta de investigación Pi2.2 ¿Cuál es el nivel de satisfacción que tienen el alumnado con sus materiales de estudio de Matemática Discreta? El resultado se expondrá siguiendo las escalas del Cuestionario 2. Todas las escalas son tipo Likert de respuesta de 1 a 5 (1: Nada, 2: Poco, 3: Algo, 4: Bastante y 5: Mucho).

6.3.1.1. Resultados de la escala Adecuación didáctica

En la Tabla 6.13 se muestran los descriptivos de los ítems. Todos siguen una distribución normal, los valores de significatividad de la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov arrojaron valores mayores que 0.05 (en este caso $.098 < p > .203$).

Tabla 6.13: Descriptivos de la escala *Adecuación didáctica* (Cuestionario 2)

Ítems	Media	Mediana	Moda	Desv.	Varian.
Poseen resúmenes conceptuales por bloques de contenido	3.82	4	4	1.76	1.54
Poseen una variedad de ejercicios suficientes para mi estudio	1.82	2	2	0.79	0.86
Se adecuan a los objetivos y contenidos de la materia en cuestión	1.49	2	1	0.69	0.61
Poseen un nivel de dificultad de los contenidos teóricos acorde con los estudios que realizo	3.21	3	3	1.43	1.46
Presentan una acertada progresión de los ejercicios en cuanto a complejidad	2.21	2	2	.98	1.03
Describen algoritmos paso a paso para la comprensión de los contenidos matemáticos	1.91	2	3	1.32	1.53
Ejemplifican suficientemente las definiciones, teoremas y postulados matemáticos	2.54	3	3	1.63	1.68

La adecuación didáctica de los materiales de estudio genera entre poco y algo de satisfacción. Nótese como solo tres ítems obtienen una media entre 3-4 (Algo-Mucho): "Poseen resúmenes conceptuales por bloques de contenido" ($\bar{x} = 3.82$), "Presentan de forma amena el contenido

matemático, mostrando su origen y evolución" ($\bar{x} = 3.57$) y "Poseen un nivel de dificultad de los contenidos teóricos acorde con los estudios que realizo" ($\bar{x} = 3.19$). Destaca en negativo el ítem "Se adecuan a los objetivos y contenidos de la materia en cuestión", cuya media ni siquiera llega a 1.5.

6.3.1.2. Resultados de la escala Capacidad de motivación

Solo un ítem de esta escala tiene una media por encima de 3 (Algo) (ver Tabla 6.14): "Me ayudan en los exámenes del curso" ($\bar{x} = 3.01$). Todos los demás ítems tienen un valor entre 1-2 (Nada-Poco), siendo el de peor resultado: "Tienen actividades que promueven mi aprendizaje a través de los juegos (gamificación)" ($\bar{x} = 2.06$). Todos los ítems siguen una distribución normal, los valores de significatividad de la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov arrojaron valores mayores que 0.05 (en este caso $.113 < p > .209$). De manera general esta escala genera en los estudiantes entre poca y alguna satisfacción con los materiales de estudio de Matemática Discreta.

Tabla 6.14: Descriptivos de la escala *Capacidad de motivación* (Cuestionario 2)

Ítems	Media	Mediana	Moda	Desv.	Varian.
Presentan de forma amena el contenido matemático, mostrando su origen y evolución	2.83	3	3	1.54	1.38
Estimulan la búsqueda y el descubrimiento	2.72	3	2	1.27	1.45
Poseen una variedad de ejercicios suficientes para mi estudio	2.28	2	2	1.13	1.02
Tienen actividades que promueven mi aprendizaje a través de los juegos (gamificación)	2.06	2	2	0.97	0.89
Vinculan sus contenidos con mi Carrera/Grado/Licenciatura	2.10	2	2	1.12	1.28
Hacen visible la vinculación del contenido matemático con el mundo real	2.93	3	3	1.72	1.51
Se adaptan a mi realidad social y cultural	2.87	3	3	1.12	1.21
Me ayudan en los exámenes del curso	3.01	3	3	1.78	1.43
Me propician una sensación de bienestar en el estudio de la asignatura	2.15	2	2	1.06	0.99
Contribuyen a un mejor aprendizaje de la asignatura	2.45	2	2	1.71	0.98
Me resultan fáciles de entender y conectados a mis intereses	2.24	2	2	1.13	1.24
Me hacen olvidar cuán difícil es la matemática	2.75	3	2	1.29	1.42

6.3.1.3. Resultados de la escala Calidad tecnológica

Todos los ítems siguen una distribución normal, la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov arrojó valores entre .103 y 198. Se observa en la Tabla 6.15 como solo el ítem "Son accesibles en formato móvil" ($\bar{x} = 3.02$) tiene una media por encima de 3 (Algo). El 60 % de los ítems de

esta escala tienen un valor inferior a 2 (Poco), el ítem de peor resultado es "Permiten hacerle preguntas al autor y recibir sus respuestas" ($\bar{x} = 1.12$). De manera general la calidad tecnológica de los materiales de estudio genera entre ninguna y poca satisfacción en los estudiantes.

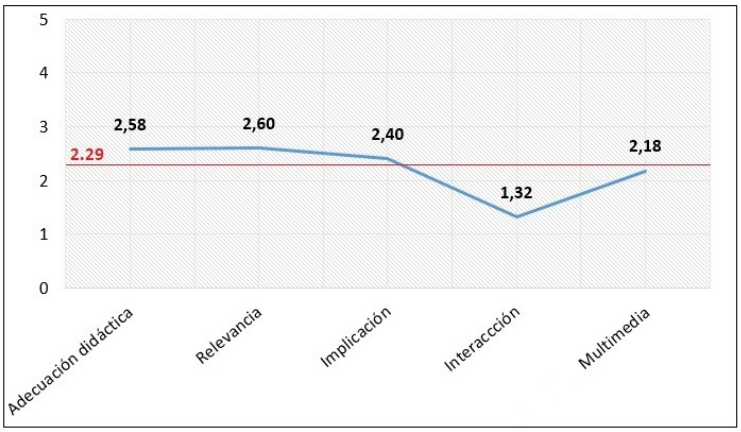
Tabla 6.15: Descriptivos de la escala *Calidad tecnológica*. Cuestionario 2

Ítems	Media	Mediana	Moda	Desv.	Varian.
Permiten hacerle preguntas al autor y recibir sus respuestas	1.12	1	1	0.08	0.10
Permiten evaluarme de forma automática	1.25	1	1	0.15	0.21
Se adaptan a mi ritmo de aprendizaje	1.67	1	1	0.74	0.66
Me permiten la interacción con mi profesor y mis compañeros	1.31	1	1	0.74	0.64
Los contenidos se actualizan cada cierto tiempo	1.27	1	1	0.42	0.38
Poseen recursos audiovisuales	1.46	1	1	1.01	0.98
Son accesibles en formato móvil	3.02	3	3	1.89	1.62
Poseen un diseño gráfico atractivo que incentiva mi aprendizaje	0.36	1	1	0.57	0.55
Apoyan las ideas o conceptos desarrollados en el texto a través de ilustraciones o gráficos	2.89	3	3	1.23	1.18

6.3.1.4. Síntesis descriptiva del Cuestionario 2

Al describir los resultados del cuestionario podemos expresar que existe poca satisfacción de los estudiantes con sus materiales de estudio ($\bar{x} = 2.29$), destacando en valor negativo la media obtenida por el factor Interacción ($\bar{x} = 1.82$).

Gráfico 6.3: Estado actual de la satisfacción del alumnado con sus materiales de estudio de Matemática Discreta ($\bar{x}$)



El Gráfico 6.3 evidencia que ninguno de los factores arroja una media de al menos 3 (Algo). Esto evidencia la poca satisfacción del alumnado con sus materiales de estudio de Matemática Discreta. Los resultados obtenidos refuerzan la necesidad de crear materiales de estudio que propicien una mayor satisfacción en el aprendizaje de la Matemática Discreta.

6.3.2. La satisfacción del alumnado con sus materiales de estudio de Matemática Discreta: su correlación con el *engagement* y el rendimiento académico

Se aplicaron técnicas de análisis correlacional (bivariadas) en las diferentes escalas del instrumento. A continuación, se exponen, por cada una de las escalas, los niveles de correlación con el *engagement* y el rendimiento académico. Lo anterior permitió responder la pregunta de investigación Pi2.3 ¿Qué relación existe entre las variables EMD y RMD con la satisfacción que tiene el alumnado con sus materiales de estudios de Matemática Discreta?

6.3.2.1. Adecuación didáctica de los materiales de estudio y su correlación con el EMD y el RMD

En la Tabla 6.16 se muestran los ítems de esta escala y sus coeficientes de correlación. Dos de los ítems no correlacionan con ambas variables en un nivel de significación del 99 %: "Poseen un nivel de dificultad de los contenidos teóricos acorde con los estudios que realizo" y "Presentan una acertada progresión de los ejercicios en cuanto a complejidad", lo cuales se asocian a la dificultad del contenido.

Si analizamos el *engagement*, no correlaciona además con el ítem "Se adecuan a los objetivos y contenidos de la materia en cuestión", esto evidencia que no existe una relación directa entre aprobar Matemática Discreta y estar implicado en los estudios según este último indicador.

Tabla 6.16: Correlacionales de la escala *Adecuación didáctica* con el EMD y el RMD

Estado emocional	EMD		RMD	
	Coef.	Sig.	Coef.	Sig.
Poseen resúmenes conceptuales por bloques de contenido	.487	.000	.436	.000
Poseen una variedad de ejercicios suficientes para mi estudio	.375	.000	.235	.000
Describen algoritmos paso a paso para la comprensión de los contenidos matemáticos	.279	.006	.216	.001
Ejemplifican suficientemente las definiciones, teoremas y postulados matemáticos	.311	.004	.234	.001
Se adecuan a los objetivos y contenidos de la materia en cuestión	.124	.017	.174	.000
Poseen un nivel de dificultad de los contenidos teóricos acorde con los estudios que realizo	.098	.059	.214	.030
Presentan una acertada progresión de los ejercicios en cuanto a complejidad	-.074	.189	.129	.019

6.3.2.2. Capacidad de motivación de los materiales de estudio y su correlación con el EMD y el RMD

En la Tabla 6.17 se muestra como todos los ítems correlacionan significativamente con el *engagement*. Este resultado evidencia la fuerte vinculación que existe entre la motivación y *engagement* en la utilización de los materiales de estudio.

De igual forma sucede con el rendimiento académico, excepto con el ítem "Presentan de forma amena el contenido matemático, mostrando su origen y evolución", lo cual muestra que no es necesaria esta motivación para aprobar Matemática Discreta.

Tabla 6.17: Correlacionales de la escala *Capacidad de motivación* con el EMD y el RMD

Estado emocional	**EMD**		**RMD**	
	Coef.	Sig.	Coef.	Sig.
Estimulan la búsqueda y el descubrimiento	.312	.000	.321	.000
Se conectan con mis intereses a través de actividades de motivación didáctica, como acertijos, curiosidades, etc	.303	.000	.135	.000
Tienen actividades que promueven mi aprendizaje a través de los juegos (gamificación)	.274	.000	.231	.000
Vinculan sus contenidos con mi Carrera/Grado/Licenciatura	.198	.000	.312	.003
Hacen visible la vinculación del contenido matemático con el mundo real	.083	.000	.193	.002
Se adaptan a mi realidad social y cultural	.212	.000	.134	.003
Me ayudan en los exámenes del curso	.131	.000	.214	.004
Me propician una sensación de bienestar en el estudio de la asignatura	.274	.000	.302	.000
Contribuyen a un mejor aprendizaje de la asignatura	.312	.001	.245	.005
Me resultan fáciles de entender y conectados a mis intereses	.487	.000	.436	.000
Me hacen olvidar cuán difícil es la matemática	.389	.000	.278	.000
Presentan de forma amena el contenido matemático, mostrando su origen y evolución	.341	.000	-.131	.214

6.3.2.3. Calidad tecnológica de los materiales de estudio y su correlación con el EMD y el RMD

Como se muestra en la Tabla 6.18, se relacionan positivamente con el *engagement* y el rendimiento académico los ítems "Permiten hacerle preguntas al autor y recibir sus respuestas", "Permiten evaluarme de forma automática", "Poseen recursos audiovisuales" y "Me permiten la interacción con mi profesor y mis compañeros". Esto evidencia la necesidad de interacción y retroalimentación que deben poseer los materiales de estudio de Matemática Discreta, además de precisar de recursos audiovisuales.

En el caso del rendimiento académico correlaciona significativamente además el ítem "Se adaptan a mi ritmo de aprendizaje", por lo que se hace necesario que el material de estudio contribuya a la individualización del aprendizaje. Los resultados reafirman los referentes teóricos que hemos expuesto en capítulos anteriores y ofrecen información relevante del propio instrumento y la pertinencia de la escala.

Tabla 6.18: Correlacionaes de la escala *Calidad tecnológica* con el EMD y el RMD

Estado emocional	**EMD**		**RMD**	
	Coef.	Sig.	Coef.	Sig.
Permiten hacerle preguntas al autor y recibir sus respuestas	.578	.000	.493	.000
Permiten evaluarme de forma automática	.387	.000	.315	.000
Poseen recursos audiovisuales	.298	.000	.298	.000
Me permiten la interacción con mi profesor y mis compañeros	.198	.001	.315	.000
Se adaptan a mi ritmo de aprendizaje	.075	.112	.315	.000
Los contenidos se actualizan cada cierto tiempo	.093	.213	.099	.106
Son accesibles en formato móvil	.062	.193	.048	.207
Poseen un diseño gráfico atractivo que incentiva mi aprendizaje	.014	.212	.087	.137
Apoyan las ideas o conceptos desarrollados en el texto a través de ilustraciones o gráficos	.003	.180	.043	.312

6.4. Síntesis capitular

Al analizar los resultados asociados al primer objetivo de la investigación observamos que existen bajos niveles de *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta, lo que evidencia la necesidad de crear acciones que contribuyan a mejorar este indicador. De igual forma el aprendizaje de esta materia no es adecuado, el rendimiento académico de los estudiantes no llega como media al aprobado, lo cual evidencia la complejidad de la asignatura.

Existe una alta correlación entre el *engagement* y el rendimiento en Matemática Discreta, lo que evidencia que las acciones que se realicen para mejorar a cualquiera de estas dos variables influirán positivamente en la otra. Entre los factores asociados al EMD y al RMD destacan la satisfacción con los materiales de estudio y la utilización de las tecnologías en el aprendizaje.

Al analizar el segundo objetivo de la investigación observamos que la satisfacción del alumnado con sus materiales de estudio de Matemática Discreta es baja, lo que hace concluir la necesidad de dotar a la asignatura de materiales de estudio que contribuyan al aprendizaje del alumnado en

esta materia de alta complejidad. Se evidencia la necesidad de elaborar materiales de estudios que propicien, entre otros aspectos, la interacción y la evaluación automática y la retroalimentación de lo aprendido, para de esta forma influir en el *engagement* y en el rendimiento académico en Matemática Discreta.

CAPÍTULO 7

Resultados de la Fase de Diseño

7.1 Presentación

7.2 Características de un material de estudio para generar *engagement* en el aprendizaje de la matemática

7.2.1 Análisis descriptivo del Cuestionario 3

7.2.1.1 Resultados de la escala *Capacidad de interacción*

7.2.1.2 Resultados de la escala *Exploración del contenido*

7.2.1.3 Resultados de la escala *Relevancia*

7.2.1.4 Resultados de la escala *Instrucción*

7.2.1.5 Síntesis descriptiva del Cuestionario 3

7.3 Diseño de un *e-textbook* para el aprendizaje de la Matemática Discreta

7.3.1 Aspectos tecnológicos y didácticos del diseño

7.3.1.1 Herramientas tecnológicas

7.3.1.2 Principios didácticos del diseño

7.3.2 Estructuración del diseño del *e-textbook* de Matemática Discreta

7.3.2.1 Unidad teórica

7.3.2.2 Unidad de experimentación

7.3.2.3 Unidad de evaluación

7.3.2.4 Unidad de exploración

7.4 Síntesis capitular

CAPÍTULO 7

RESULTADOS DE LA FASE DE DISEÑO

7.1. Presentación

En este capítulo se presentan los resultados de la Fase de Diseño de la investigación. Se parte de la descripción de las características de un material de estudio para generar *engagement*. Estas características propician el diseño de un *e-textbook* que aspire a contribuir al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta.

Para el diseño se tiene en cuenta además el marco teórico de esta investigación. El *e-textbook* es desarrollado bajo el principio de soberanía tecnológica y con las características de un objeto de aprendizaje interactivo y experimental donde se presta especial atención a la retroalimentación y a la exploración del conocimiento. Por tal motivo el diseño está estructurado por cuatro unidades: 1) teórica, 2) de experimentación, 3) de exploración y 4) de evaluación.

7.2. Características de un material de estudio que genera *engagement* en el aprendizaje de la Matemática Discreta

En este epígrafe se exponen los resultados asociados al tercer objetivo de la investigación: "Identificar las características que debe poseer un material de estudio para contribuir al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta".

7.2.1. Análisis descriptivo del Cuestionario 3

Se procedió a realizar un análisis descriptivo de las variables observadas en el cuestionario, lo que nos permite dar respuesta a la pregunta de investigación Pi3.2 ¿cuáles son las características que debe poseer un material de estudio para contribuir al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta? El resultado lo expondremos por cada una de las escalas. Recordar que las escalas del cuestionario son tipo *Likert* de respuesta de 1 a 5 (1: Nada, 2: Poco, 3: Algo, 4: Bastante y 5: Mucho).

7.2.1.1. Resultados de la escala Capacidad de interacción

En la Tabla 7.1 se muestran los descriptivos de los ítems. Todos los ítems siguen una distribución normal debido a que los valores de significatividad de la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov arrojaron valores mayores que 0.05 (en este caso $.107 < p > .224$).

Se puede observar que un ítem se sitúa con puntuaciones altas entre 4-5 (Bastante-Mucho), "Dar retroalimentación al estudiante sobre el resultado de sus actividades de aprendizaje" ($\bar{x} = 4.50$). Todos los demás ítems muestran medias con valores entre 3-4 (Algo-Bastante), todos por encima de 3.5, siendo el ítem de menor valor "Favorecer el desarrollo de itinerarios de aprendizaje individuales" ($\bar{x} = 3.87$). De manera general la capacidad de interacción es bastante relevante en un material de estudio para generar *engagement* en el aprendizaje de la Matemática Discreta.

Tabla 7.1: Descriptivos de los ítems de la escala *Capacidad de interacción* (Cuestionario 3)

Ítems	Media	Median:	Moda	Desv.	Varian.
Posibilitar espacios de comunicación e interacción (foros, chat, etc.)	3.91	4	5	0.73	0.52
Dar retroalimentación al estudiante sobre el resultado de sus actividades de aprendizaje	4.50	5	5	0.23	0.38
Brindar la posibilidad al estudiante de crear actividades de autoevaluación, mostrando siempre la respuesta adecuada en cada caso	3.89	4	4	0.62	0.74
Favorecer el desarrollo de itinerarios de aprendizaje individuales	3.87	4	5	0.43	0.48
Propiciar el desarrollo de actividades en entornos de juego, posibilitando al estudiante mejorar sus conocimientos y habilidades	3.92	4	4	0.71	0.63

7.2.1.2. Resultados de la escala Exploración del contenido

Se muestra en la Tabla 7.2 cómo solamente un ítem se sitúa con valoración media entre 3-4 (Algo-Bastante), "Propiciar que el estudiante genere ejercicios o problemas propios, asociados con su profesión" ($\bar{x} = 3.92$), siendo su valor bien cercano al 4 (Bastante). Los demás ítems tienen medias con valores entre 4-5 (Bastante-Mucho), todos por encima de 3.5, siendo el ítem de mayor valor medio "Plantear retos intelectuales al estudiante, guiándolo en la búsqueda de soluciones" ($\bar{x} = 4.47$). Los valores de significatividad de la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov arrojaron valores mayores que 0.05 (en este caso $.123 < p > .198$), por lo que todos los ítems siguen una distribución normal.

De manera general la exploración del contenido matemático es bastante relevante en un material de estudio si se desea generar *engagement* en el aprendizaje de la Matemática Discreta, entendiéndose por esta exploración la capacidad de propiciar un aprendizaje desarrollador y contribuir a que el estudiante sea capaz de aprender a aprender.

Tabla 7.2: Descriptivos de los ítems de la escala *Exploración del contenido* (Cuestionario 3)

Ítems	Media	Mediana	Moda	Desv.	Varian.
Facilitar la independencia cognoscitiva del estudiante a través del desarrollo de habilidades curriculares y extracurriculares	4.05	4	5	0.29	0.35
Brindar recursos y actividades que propicien que el estudiante sea capaz de aprender a aprender	4.10	4	5	0.49	0.38
Propiciar que el estudiante genere ejercicios o problemas propios, asociados con su profesión	3.92	4	4	0.59	0.71
Estimular al estudiante para la investigación y búsqueda del conocimiento mediante el uso de otras fuentes de información	4.28	5	5	0.16	0.19
Plantear retos intelectuales al estudiante, guiándolo en la búsqueda de soluciones	4.47	4	4	0.71	0.63
Posibilitar que el estudiante profundice en los contenidos de la materia en cuestión más allá de lo establecido en las habilidades y objetivos curriculares	4.10	4	4	0.93	0.87

7.2.1.3. Resultados de la escala Relevancia

Nótese en la Tabla 7.3 como solamente cuatro de los 11 ítems poseen puntuaciones medias menores que 4, es decir entre Algo y Bastante. Estos ítems son "Permitir su uso con independencia del enfoque metodológico que ponga en práctica el profesor" ($\bar{x} = 3.57$), "Posibilitar su uso en múltiples situaciones de aprendizaje (horario lectivo, no lectivo, biblioteca, casa, etc)" ($\bar{x} = 3.70$), "Mostrar

los contenidos con relevancia social y significatividad para los estudiantes" ($\bar{x} = 3.89$) y "Poseer un diseño gráfico atractivo que incentive el aprendizaje del estudiante" ($\bar{x} = 3.89$). Todos los demás ítems tienen medias con valores entre 4-5 (Bastante-Mucho), siendo el ítem de mayor valor "Poseer contenidos y actividades que vinculen la Matemática Discreta con otras asignaturas o materias de su carrera" ($\bar{x} = 4.28$).

En la Tabla 7.3 se muestran además los descriptivos de los ítems. Todos siguen una distribución normal, debido a que la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov arrojó valores mayores que 0.05 (en este caso $.141 < p > .232$). De manera general la relevancia de un material de estudio (tanto social como tecno-pedagógica) es necesaria para generar *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta.

Tabla 7.3: Descriptivos de los ítems de la escala *Relevancia* (Cuestionario 3)

Ítems	Media	Median:	Moda	Desv.	Varian.
Poseer un diseño gráfico atractivo que incentive el aprendizaje del estudiante	3.89	4	5	0.89	0.92
Posibilitar su uso en múltiples situaciones de aprendizaje (horario lectivo, no lectivo, biblioteca, casa, etc)	3.70	4	4	1.15	1.32
Permitir su uso con independencia del enfoque metodológico que ponga en práctica el profesor	3.57	4	3	1.21	1.47
Contener recursos gráficos y audiovisuales	4.02	4	5	1.14	1.30
Propiciar la conexión y motivación del estudiante hacia el aprendizaje (diseño visual, uso de recursos y/o actividades variadas, etc.)	4.11	4	5	1.10	1.23
Incluir preguntas de desarrollo y problemas que exijan soluciones complejas, y que permitan avanzar y construir a partir de lo aprendido	4.03	4	4	0.94	0.89
Evidenciar una relación coherente entre los recursos que posee y el contenido que muestra	4.24	5	5	1.09	1.18
Mostrar los contenidos con relevancia social y significatividad para los estudiantes	3.89	4	5	1.33	1.77
Favorecer la formación integral de los estudiantes	4.10	4	5	1.10	1.23
Poseer contenidos y actividades que vinculen la Matemática Discreta con otras asignaturas o materias de su carrera	4.28	5	5	1.12	1.17
Favorecer una participación activa de los estudiantes vinculando el nuevo conocimiento a situaciones reales de proyectos universidad-industria	4.13	5	5	1.25	1.57

7.2.1.4. Resultados de la escala Instrucción

Todos los ítems se sitúan con valores medios entre 4-5 (Mucho-Bastante), siendo esta la escala de mejores valores medios (Tabla 7.4). Los ítems con medias más altas son "Presentar actividades

variadas que ofrezcan suficiente práctica a los estudiantes" ($\bar{x} = 4.49$) y "Evidenciar la vinculación del contenido matemático con el mundo real" ($\bar{x} = 4.44$). Los valores de significatividad de la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov arrojaron valores mayores que 0.05 (en este caso $.107 < p > .237$), por lo que todos los ítems siguen una distribución normal.

La capacidad de instrucción de un material de estudio es bastante relevante para generar *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta, por lo que debe propiciarse el desarrollo de un material de estudio con una buena presentación del contenido y con posesión de actividades y recursos de alta calidad.

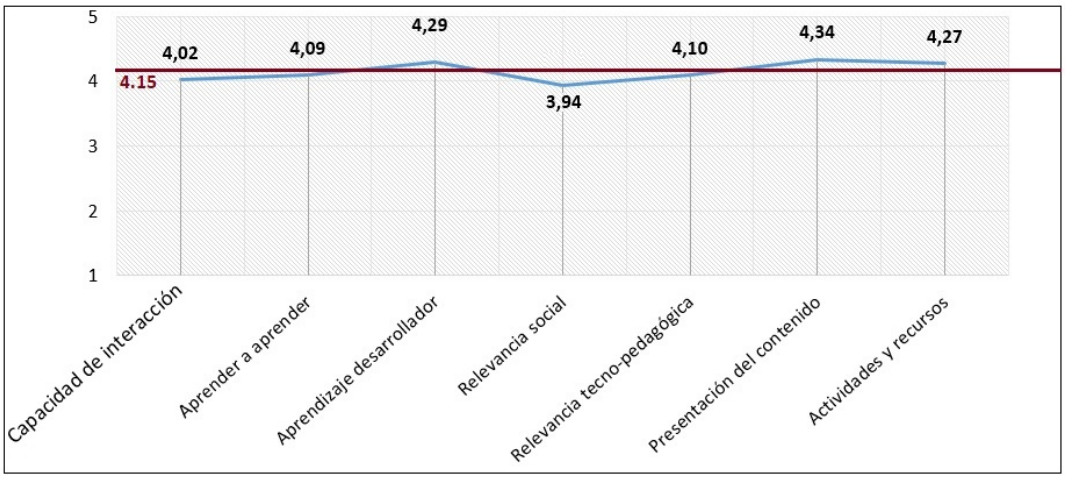
Tabla 7.4: Descriptivos de los ítems de la escala *Instrucción* (Cuestionario 3)

Ítems	Media	Median:	Moda	Desv.	Varian.
Presentar de forma amena el contenido matemático, mostrando su surgimiento y evolución	4.31	5	5	0.87	0.62
Evidenciar la vinculación del contenido matemático con el mundo real	4.44	5	5	0.82	0.68
Potenciar la contribución del contenido matemático a la resolución de problemas de la profesión	4.26	4	5	1.00	1.01
Estructurar los contenidos teniendo en cuenta su complejidad y la precedencia	4.39	4	5	0.78	0.62
Ajustar sus recursos y actividades a los objetivos y habilidades de la asignatura	4.08	4	5	1.14	1.31
Aportar bibliografía básica y complementaria	4.26	4	4	0.89	0.79
Presentar actividades variadas que ofrezcan suficiente práctica a los estudiantes	4.49	5	5	0.86	0.75
Emplear un diseño didáctico que facilite el estudio y el aprendizaje independiente y permanente	4.00	4	5	1.20	1.45
Exponer la teoría matemática con un lenguaje científico, pero a su vez asequible al estudiantado	4.39	5	5	0.85	0.73

7.2.1.5. Síntesis descriptiva del Cuestionario 3

Al observar los resultados de cada escala podemos dar respuesta a la pregunta de investigación planteada al inicio de este apartado y afirmar que todos los factores y variables del Cuestionario 3 deben tenerse en cuenta a la hora de diseñar materiales de estudio que generen *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta. Como se puede observar en el Gráfico 7.1, el factor de menor valor medio es *Relevancia social* ($\bar{x} = 3.94$). Todos los demás factores poseen una media con un valor por encima de 4.00, siendo el de mayor resultado *Presentación del contenido* ($\bar{x} = 4.34$).

Gráfico 7.1: Características de un material de estudio para generar *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta ($\bar{x}$)



Estos resultados refuerzan la necesidad de crear materiales de estudio que propicien una mayor satisfacción en el aprendizaje de la Matemática Discreta.

7.3. Diseño de un *e-textbook* para el aprendizaje de la Matemática Discreta

En este acápite se le da cumplimiento al objetivo cuatro de la investigación "Diseñar un *e-textbook* de Matemática Discreta que contribuya al *engagement* del alumnado con su aprendizaje".

7.3.1. Aspectos tecnológicos y didácticos del diseño

Comenzamos analizando los aspectos tecnológicos y de contenido que se tendrán en cuenta para el diseño del *e-textbook*. Vale señalar que toda la tecnología utilizada sigue los principios de soberanía tecnológica de software libre. Los principios didácticos planteados tienen como base el sustento teórico y empírico de los acápites anteriores.

7.3.1.1. Herramientas tecnológicas

Se utilizaron las siguientes tecnologías libres para el desarrollo del *e-textbook*.

- Python 3.7 como lenguaje de programación (Python Software Foundation, 2020).
- Django 3.0 como marco de trabajo para Python se utilizó (Django Software Foundation, 2019).

- HTML 5 como lenguaje de marcado de hipertexto (Wempen, 2011)
- CCS5 como lenguaje de estilo web (Mao et al., 2017).
- Javascript ECMAScript 6 como el lenguaje estándar de facto para la programación web (Kyriakou et al., 2015; Ryu et al., 2019).

7.3.1.2. Principios didácticos del diseño

Se analizaron los resultados expuestos en la Fase Diagnóstica (Capítulo 6) y los resultados asociados al cuestionario para determinar las características de un material de estudio para generar *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta (epígrafe 7.2), los cuales sirvieron de sustento para determinar los principios didácticos del diseño del *e-textbook* (ver Figura 7.1).

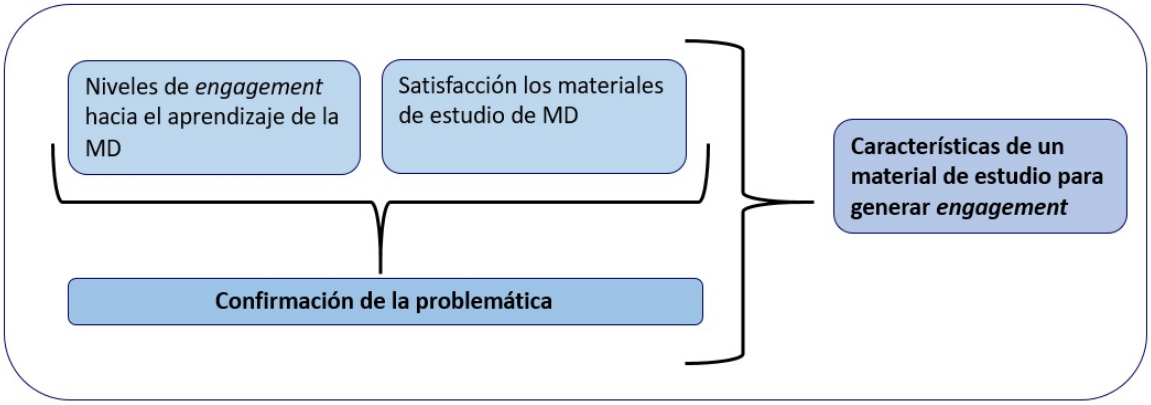


Figura 7.1: Principios didácticos para el diseño del *e-textbook* de Matemática Discreta

A partir de los resultados obtenidos se establecieron los siguientes principios didácticos para el diseño del *e-textbook* los siguientes: web con interactividad y retroalimentaciones, fuentes de conocimiento y actividades que propicien la exploración, relevancia, multimedia y adecuación didáctica para un aprendizaje desarrollador (ver Figura 7.2).

Principio: Web con interactividad y retroalimentaciones

La utilización de tecnologías web para la enseñanza posibilita que los contenidos se actualicen constantemente y que el estudiante interactúe en un entorno amigable donde tiene la capacidad de gestionar: qué, cuándo y cómo aprender. Desde la perspectiva de la web 2.0 lo importante ha dejado de ser la propia estructura tecnológica, para pasar a ser lo que las personas hacen en ella y las interacciones que establecen para alcanzar un mejor aprendizaje (Cabero, 2012).

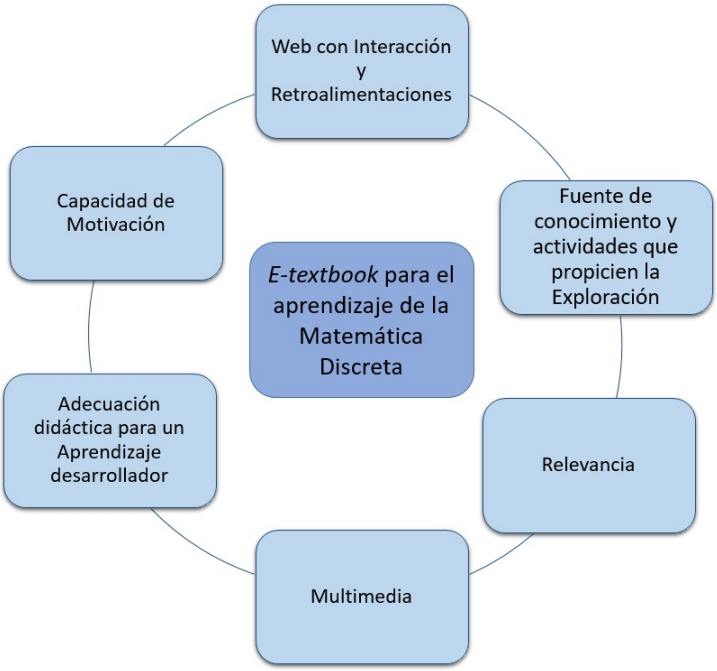


Figura 7.2: Fundamentos empíricos de los principios didácticos para el diseño del *e-textbook*

La interactividad que se logra no solo permite una mejor comunicación entre los actores del proceso de enseñanza-aprendizaje, sino que posibilita una enseñanza personalizada en correspondencia con las características de cada alumno (Warner et al., 2019). La retroalimentación es un factor importante que incide en el aprendizaje. Puede permitir a los estudiantes tener una comprensión clara del proceso de aprendizaje y los resultados del mismo durante un período de tiempo, teniendo en cuenta el conocimiento que han dominado y el que aún les falta dominar.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje algunos cursos necesitan retroalimentación inmediata para que los estudiantes puedan darse cuenta de que están en lo correcto o incorrecto; esta es una forma de ayudarlos a aprender los contenidos posteriores (Liu & Zhang, 2019). Teniendo en cuenta lo planteado en este principio, se propone que el *e-textbook* permita:

- Posibilitar espacios de comunicación e interacción (foros, chat, etc.).
- Dar retroalimentación al estudiante sobre el resultado de sus actividades de aprendizaje.
- Brindar la posibilidad al estudiante de crear actividades de autoevaluación, mostrando siempre la respuesta adecuada en cada caso.
- Favorecer el desarrollo de itinerarios de aprendizaje individuales.
- Propiciar el desarrollo de actividades en entornos de juego, posibilitando al estudiante mejorar sus conocimientos, habilidad o recompensar acciones concretas.

Principio: Fuente de conocimiento y actividades que propicien la exploración

Tal y como expresa Reyes-de Cózar (2016) posibilitar la exploración es sinónimo de brindar al alumnado un escenario donde pueda poner en práctica la independencia y la autonomía en el aprendizaje. Los alumnos de hoy en día son buscadores de información, es muy común que indaguen sobre nuevos conocimientos que se adapten a sus intereses.

Por tal motivo es útil utilizar estas características para plantearle retos al alumno que le hagan salir de su zona de confort y lo inciten a la búsqueda de soluciones. Partiendo de la caracterización de este principio se propone que el *e-textbook* propicie:

- Facilitar la independencia cognoscitiva del estudiante a través del desarrollo de habilidades curriculares y extracurriculares.
- Brindar recursos y actividades que propicien que el estudiante sea capaz de aprender a aprender.
- Propiciar que el estudiante genere ejercicios o problemas propios.
- Estimular al estudiante para la investigación y búsqueda del conocimiento mediante el uso de otras fuentes de información.
- Plantear retos intelectuales al estudiante, guiándolo en la búsqueda de soluciones.
- Posibilitar que el estudiante profundice en los contenidos de la materia en cuestión más allá de lo establecido en las habilidades y objetivos curriculares.

Principio: Relevancia

Es necesario ofrecer contenidos conectados con temas de interés para el alumno y con escenarios de su vida real, de esta forma se propicia construir un sentido de propósito mientras se desarrolla el aprendizaje. Para lograr *engagament* en el aprendizaje el *e-textbook* debe entrelazar los contenidos con otras materias y poseer recursos que acercen al estudiante a su futura profesión (García-Hernández & González-Ramírez, 2018; Reyes, 2016). Teniendo en cuenta esto, así como los resultados de los instrumentos aplicados, se propone que el *e-textbook* permita:

- Mostrar los contenidos con relevancia social y significatividad para los estudiantes.
- Favorecer la formación integral de los estudiantes.
- Poseer contenidos y actividades que vinculen la Matemática Discreta con otras asignaturas o materias de su carrera.

- Favorecer una participación activa de los estudiantes vinculando el nuevo conocimiento a situaciones reales de proyectos universidad-industria.
- Posibilitar su uso en múltiples situaciones de aprendizaje (horario lectivo, no lectivo, ect).
- Propiciar la conexión y motivación del estudiante hacia el aprendizaje de las matemáticas (diseño visual, uso de recursos y/o actividades variadas, etc.).
- Evidenciar una relación coherente entre los recursos que posee y el contenido que muestra.
- Incluir preguntas de desarrollo y problemas que exijan soluciones complejas, y que permitan avanzar y construir a partir de lo aprendido.

Principio: Multimedia

La generación actual está plagada de recursos audiovisuales, los estudiantes precisan de estos recursos para lograr una mayor inmersión dentro de su aprendizaje (Cabero, 2015). Una educación que propicie adecuados niveles de *engagement* será aquella que consiga estar en sintonía con los discursos narrativos, aspiraciones, hábitos, etc., de los estudiantes que la integran y del momento tecnológico en el que se desarrolla (Reyes, 2016). Teniendo en cuenta lo planteado en este principio, así como los resultados de los instrumentos aplicados, se propone que el *e-textbook* permita:

- Poseer un diseño gráfico atractivo que incentive el aprendizaje del estudiante.
- Contener recursos gráficos y recursos multimedia como videos, aplicaciones móviles, ect.

Principio: Adecuación didáctica para un aprendizaje desarrollador

Es importante que el *e-textbook* propicie un aprendizaje desarrollador del alumno, permitiéndole acceder a fuentes alternativas de conocimientos. La adecuación de los objetivos y contenidos a la especialidad del alumno y una relación adecuada entre la teoría y la práctica propician un mayor *engagement* (García-Hernández & González-Ramírez, 2018). Se propone que el *e-textbook* permita:

- Presentar de forma amena el contenido matemático, mostrando su surgimiento y evolución.
- Estructurar los contenidos teniendo en cuenta su complejidad y la procedencia entre ellos.
- Ajustar sus recursos y actividades a los objetivos y habilidades de la asignatura.
- Aportar bibliografía básica y complementaria.
- Presentar actividades variadas que ofrezcan suficiente práctica a los estudiantes.
- Emplear un diseño didáctico que facilite el estudio y el aprendizaje independiente y permanente.
- Exponer la teoría matemática con un lenguaje científico, pero a su vez asequible al estudiantado.

7.3.2. Estructuración del diseño del *e-textbook* de Matemática Discreta

Al tener en cuenta el *e-textbook* como un objeto de aprendizaje interactivo y experimental (OA-IE) (García-Hernández & González-Ramírez, 2019), y al seguir los principios del diseño del acápite anterior se definen para el diseño cuatro unidades: la unidad teórica, la unidad de experimentación, la unidad de evaluación y la unidad de exploración (ver Figura 7.3).

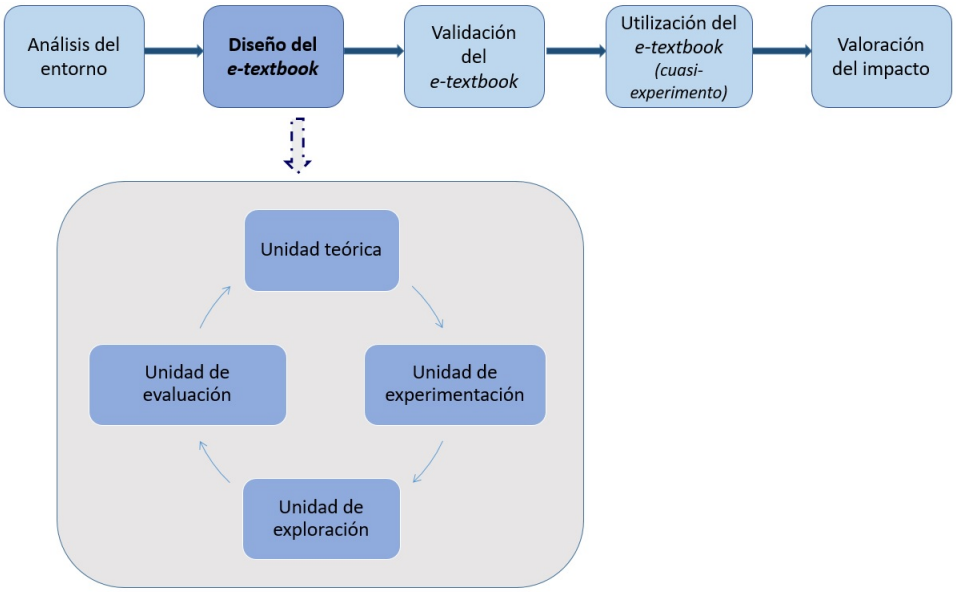


Figura 7.3: Estructuración del diseño del *e-textbook* de Matemática Discreta

La *unidad teórica* está conformada por los elementos teóricos (definiciones, ejemplos resueltos, resúmenes de contenido, etc.) y es la fuente desde donde el usuario del *e-textbook* puede informarse y tomar sus apuntes sobre el contenido tratado. En ella accede al conocimiento desde dos variantes: al libro de texto con los contenidos en .pdf o a los conceptos relacionados con el contenido mediante un mapa conceptual, lo que propicia una búsqueda más certera y abreviada.

La *unidad de experimentación* está orientada a experimentar y reflexionar acerca de los elementos que los estudiantes adquirieron en la teoría y, por tanto, estará dirigida a un estilo de aprendizaje concreto. Abarca cada uno de los elementos que permiten la interacción y experimentación del estudiante con el contenido y está estrechamente relacionada con las otras unidades. Aquí el alumno puede crear sus propios ejemplos (más allá de los predefinidos en la unidad teórica), otorgar la respuesta deseada y observar si es correcta o no, siempre obteniendo una retroalimentación de su actividad.

La *unidad de exploración* no está específicamente definida en un área del *e-textbook*. Viene a ser una unidad "virtual" conformada por un grupo de funcionalidades que posibilitan que el estudiante explore en búsqueda de nuevos conocimientos y habilidades que le permitan aprender Matemática Discreta con adecuados niveles de *engagement*. Se puede destacar el uso de actividades gamificadas, el acceso a recursos multimedia, a tutorías online, a foros, entre otros elementos.

La unidad de *evaluación* permite utilizar diferentes estrategias para comprobar lo que se ha aprendido. En esta unidad se utilizan varios criterios para la evaluación y contiene actividades de enseñanza-aprendizaje, posibilita que los ejercicios que realice un estudiante X puedan ser diferentes a los que realice un estudiante Y, potenciando la variabilidad en los ejercicios evaluativos. Se posibilita tanto la evaluación como la co-evaluación.

Para el diseño gráfico del *e-textbook* se tuvo en cuenta la sobriedad en el diseño. Se trata de evitar elementos innecesarios que opaquen lo importante y hagan más lenta la navegación por el software. Se colocan los elementos semánticos que se deseen resaltar, con textos cortos y precisos (Morales, 2013). En la Figura 7.4 se muestra la introducción que se realiza en el *e-textbook* tanto de los temas de la asignatura como de las unidades del software.

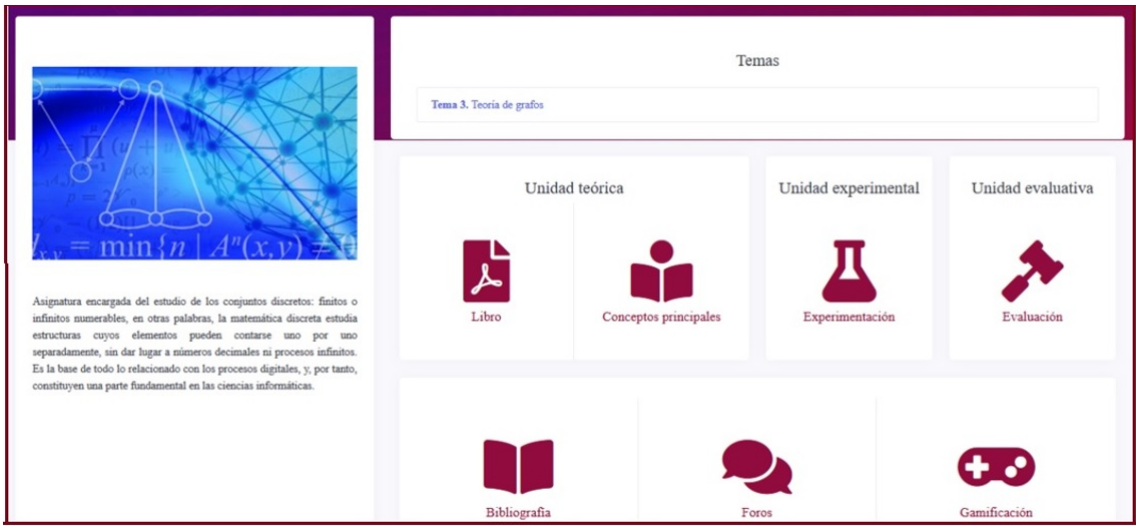
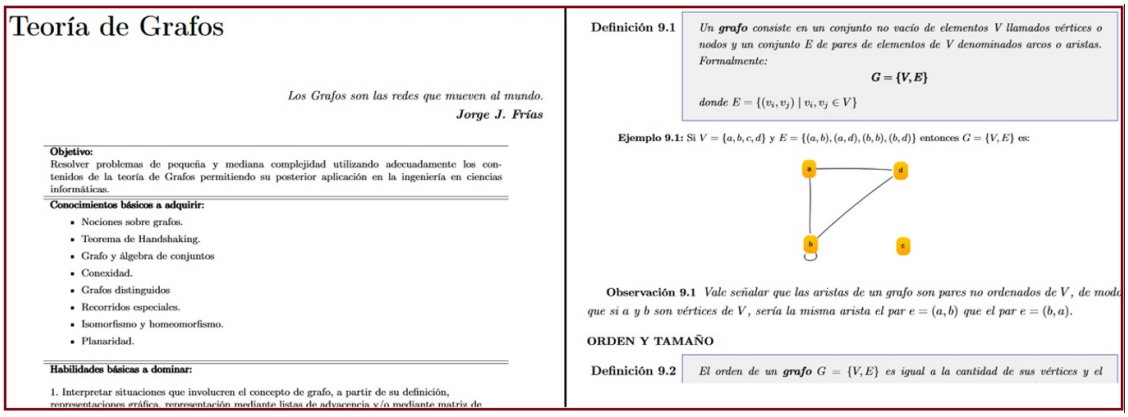


Figura 7.4: Pantalla introductoria del *e-textbook*

Con el objetivo de simplificar la explicación, todos los ejemplos que se mostrarán en este capítulo estarán relacionados con el tema de Teoría de Grafos. Además, este fue el Tema con el que se evaluó los efectos del *e-textbook* en el alumnado.

7.3.2.1. Unidad teórica

A continuación se detalla el funcionamiento de la *unidad teórica*. El estudiante puede acceder al libro en formato .pdf (no interactivo), lo cual constituye parte de la unidad teórica. De esta forma puede estudiarse el contenido en dispositivos móviles o imprimirlo para su tratamiento manual (ver Figura 7.5).


Teoría de Grafos

Los Grafos son las redes que mueven al mundo.
Jorge J. Frías

Objetivo:
Resolver problemas de pequeña y mediana complejidad utilizando adecuadamente los contenidos de la teoría de Grafos permitiendo su posterior aplicación en la ingeniería en ciencias informáticas.

Conocimientos básicos a adquirir:
- Nociones sobre grafos.
- Teorema de Handshaking.
- Grafo y álgebra de conjuntos
- Conexidad.
- Grafos distinguidos
- Recorridos especiales.
- Isomorfismo y homeomorfismo.
- Planaridad.

Habilidades básicas a dominar:
1. Interpretar situaciones que involucren el concepto de grafo, a partir de su definición, representaciones gráfica, representación mediante listas de adyacencia y/o mediante matriz de

Definición 9.1 *Un **grafo** consiste en un conjunto no vacío de elementos V llamados vértices o nodos y un conjunto E de pares de elementos de V denominados arcos o aristas. Formalmente:*

$$G = \{V, E\}$$

donde $E = \{(v_i, v_j) \mid v_i, v_j \in V\}$

Ejemplo 9.1: Si $V = \{a, b, c, d\}$ y $E = \{(a, b), (a, d), (b, b), (b, d)\}$ entonces $G = \{V, E\}$ es:

Observación 9.1 *Vale señalar que las aristas de un grafo son pares no ordenados de V, de modo que si a y b son vértices de V, sería la misma arista el par $e = (a, b)$ que el par $e = (b, a)$.*

ORDEN Y TAMAÑO

Definición 9.2 *El orden de un **grafo** $G = \{V, E\}$ es igual a la cantidad de sus vértices y el*

Figura 7.5: Acceso al *e-textbook* en su formato .pdf (no interactivo)

El *e-textbook* está diseñado para aquellos estudiantes que no poseen altos conocimientos de Matemática Discreta. Su objetivo es ayudarlos a vencer sus materias a través de una exposición teórica clara, con ejemplos y ejercicios resueltos y a través de aplicaciones prácticas.

Precisamente en su formato .pdf (no interactivo) cada capítulo incluye:

- Objetivos y habilidades que se pretender desarrollar.
- Exposición del contenido matemático.
- Ejercicios resueltos del epígrafe y ejercicios a resolver.
- Autoexamen del capítulo.
- Memento del capítulo.

Este libro cuenta con más de 300 ejemplos y ejercicios resueltos; y con más de 1000 ejercicios a resolver. No obstante, como parte de la propia interactividad, el estudiante no está obligado a buscar el contenido en este formato. Tiene la opción de acceder a los conceptos del libro mediante un mapa conceptual donde escoge el contenido deseado para visualizar su teoría (ver Figura 7.6).

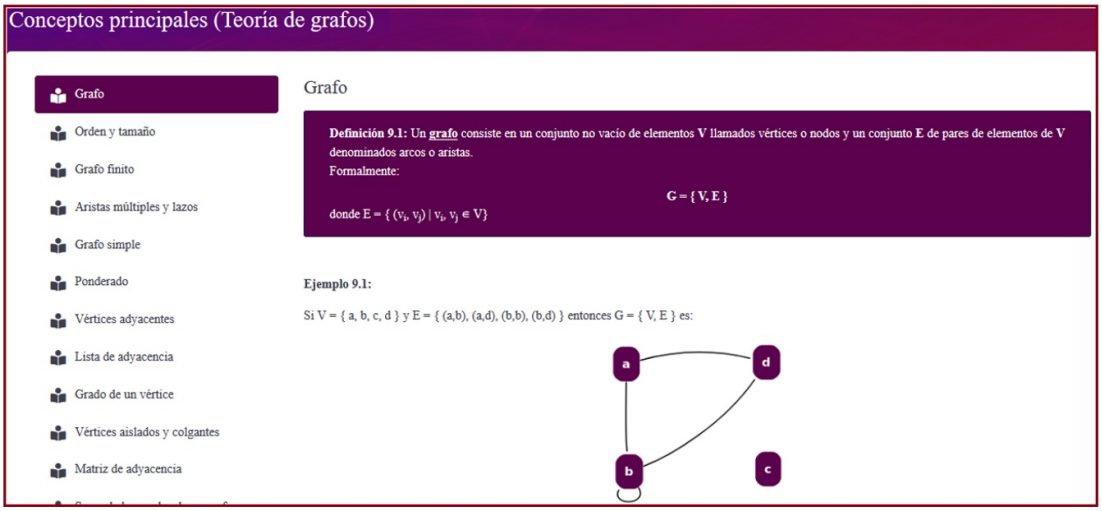


Figura 7.6: *Unidad teórica*: mapa conceptual con el resumen del contenido

7.3.2.2. Unidad de experimentación

En la *unidad de experimentación* el estudiante diseña el Grafo con el que desea experimentar, lo que le posibilita crear sus propios ejemplos, interactuando así con el contenido (ver Figura 7.7). De esta forma no tiene que depender de los ejemplos que se encuentran en el formato .pdf del libro, sino que puede crear ilimitados ejemplos.

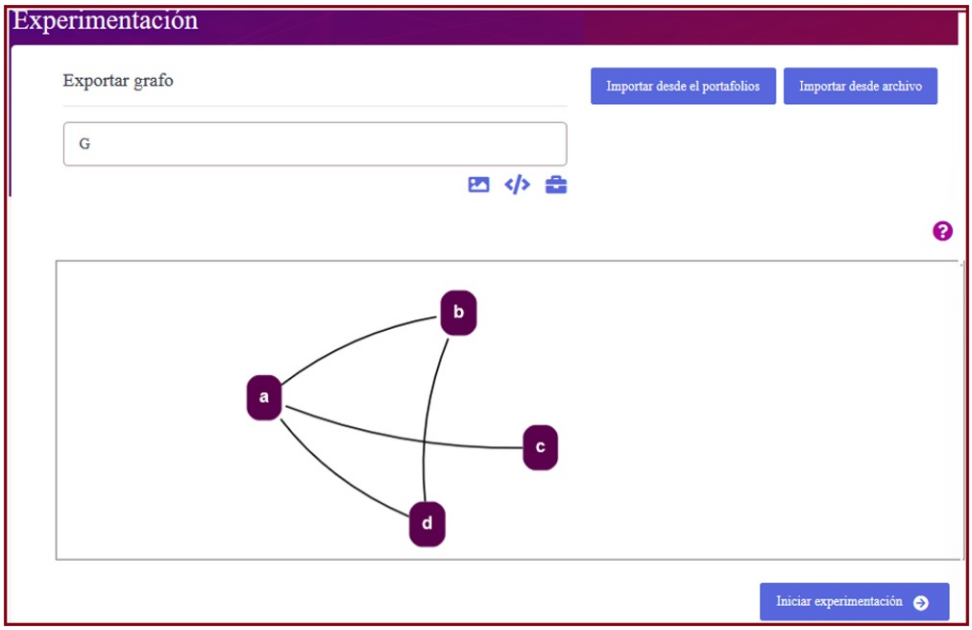


Figura 7.7: *Unidad de experimentación*: el alumno crea sus propios ejemplos

Tiene la opción de guardar el grafo diseñado, para su futura reutilización, de igual manera puede importar grafos que ya haya creado anteriormente. Cualquier duda que se tenga se accede al botón

de ayuda, identificado en el *e-textbook* con el signo de interrogación. El botón de ayuda presente en la mayoría de las pantallas del *e-textbook*, propicia una guía en la utilización del software, lo cual contribuye a la usabilidad (ver Figura 7.8).

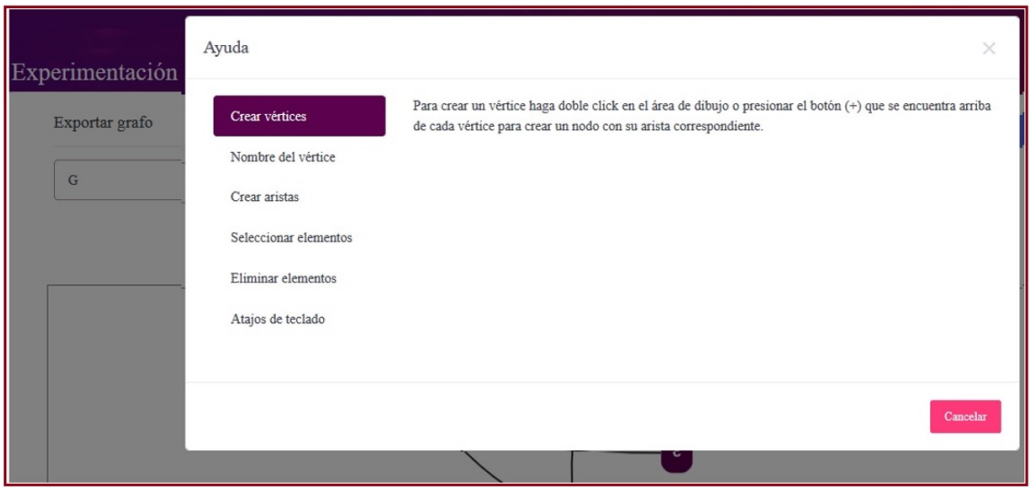


Figura 7.8: *Unidad de experimentación*: ayuda al usuario

Luego que el alumno crea el grafo tiene la posibilidad de experimentar con el contenido, sin que esto afecte su evaluación. Para ello el *e-textbook* tiene todas las preguntas relacionadas con la teoría, el estudiante responde aquellas que considere (ver Figura 7.9).

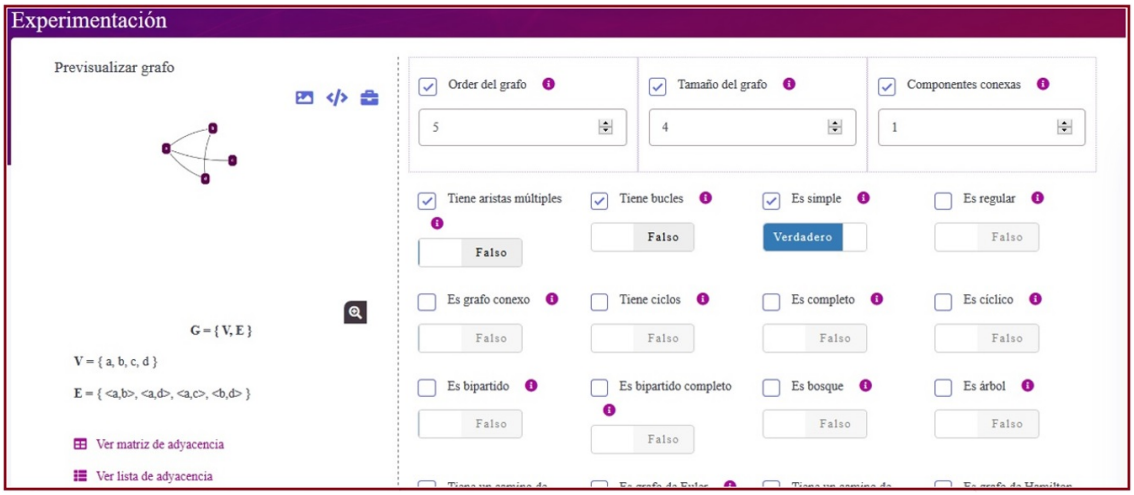


Figura 7.9: *Unidad de experimentación*: experimentación con preguntas del contenido

En esta pantalla el alumno tiene además la posibilidad de:

- Agrandar el tamaño del grafo y modificarlo.
- Ver la matriz de adyacencia y la lista de adyacencia del grafo.
- Guardar el grafo como foto o en su propio portafolio del *e-textbook*.

Luego de verificar sus respuestas, el *e-textbook* le mostrará en verde aquellas correctas y en rojo las incorrectas (ver Figura 7.10). Si el usuario da clic en el símbolo de información que hay encima de cada pregunta accede de forma interactiva, sin salir de esta pantalla, al contenido teórico para su mejor comprensión.

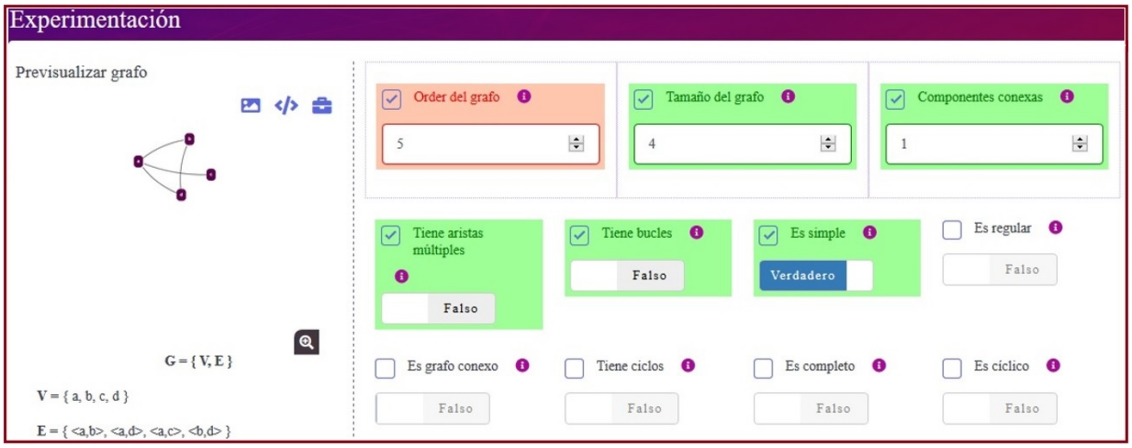


Figura 7.10: *Unidad de experimentación*: se muestran las respuestas correctas e incorrectas

En caso que se haya respondido incorrectamente se accede además a la respuesta correcta con su respectiva justificación teórica (ver Figura 7.11).

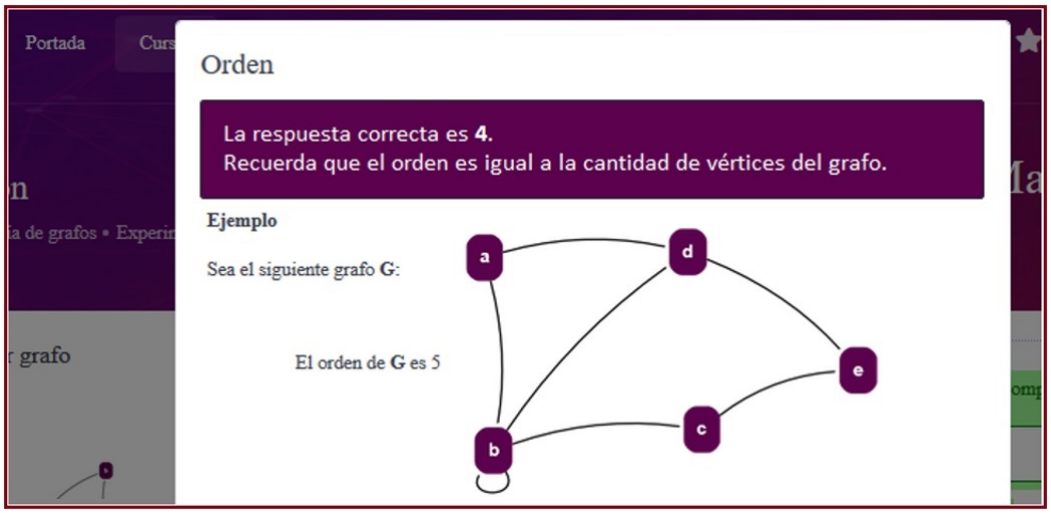


Figura 7.11: *Unidad de experimentación*: retroalimentación sobre respuestas erróneas

7.3.2.3. Unidad de evaluación

En la unidad de evaluación el profesor tiene dos variantes para evaluar a sus alumnos:

1. Seleccionar preguntas ya establecidas en el *e-textbook*. Estas preguntas, diseñadas previamente,

acercan al alumno a problemáticas reales de su futura profesión y están vinculadas con otros temas de la propia asignatura, elementos estos relacionados con el *engagement*.

2. Crear sus propias evaluaciones, de esta forma se individualiza el aprendizaje y se logra la creación ilimitada de preguntas evaluativas.

En la Figura 7.12 se observa una de las preguntas ya establecida por el *e-textbook* y seleccionada por el profesor para la evaluación. El alumno debe adjuntar el archivo con la respuesta. Nótese la vinculación que se establece con problemáticas reales de su futura profesión.

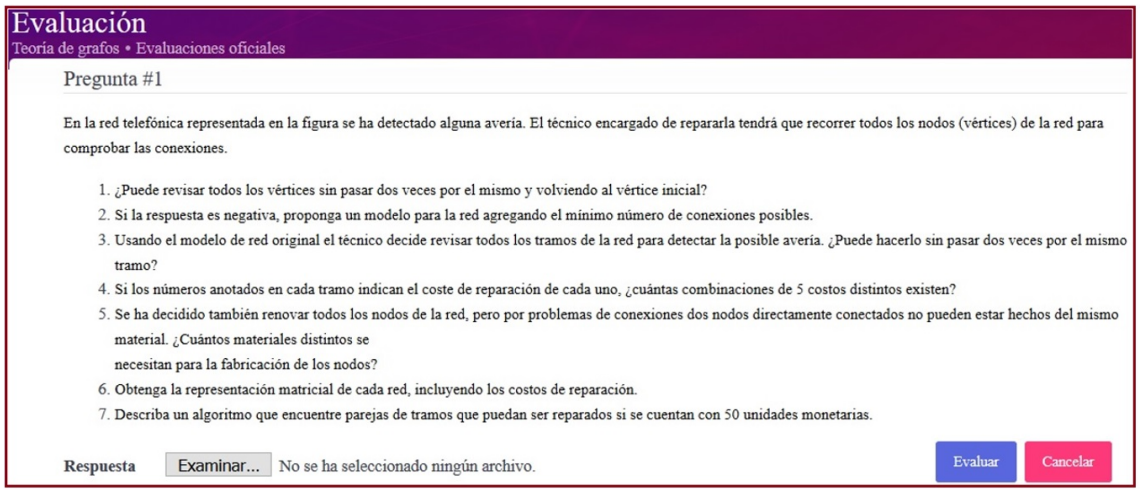


Figura 7.12: *Unidad de evaluación*: preguntas establecidas en el *e-textbook*

El profesor puede crear sus propias evaluaciones. En la Figura 7.13 se observa el listado de las evaluaciones elaboradas por el profesor, mostrando si han sido respondidas o no por el alumno. En esta pantalla se permite la creación de nuevas evaluaciones.

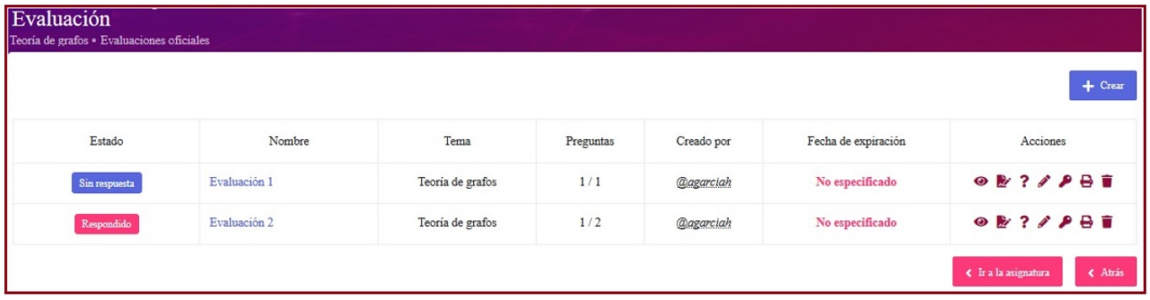


Figura 7.13: *Unidad de evaluación*: evaluaciones creadas por el profesor

Cuando se accede a la creación de una nueva evaluación se accede a una pantalla en la que se escogen el tema y la cantidad de preguntas. Además, se determina si la evaluación tiene o no contraseña y/o fecha de expiración (ver Figura 7.14).

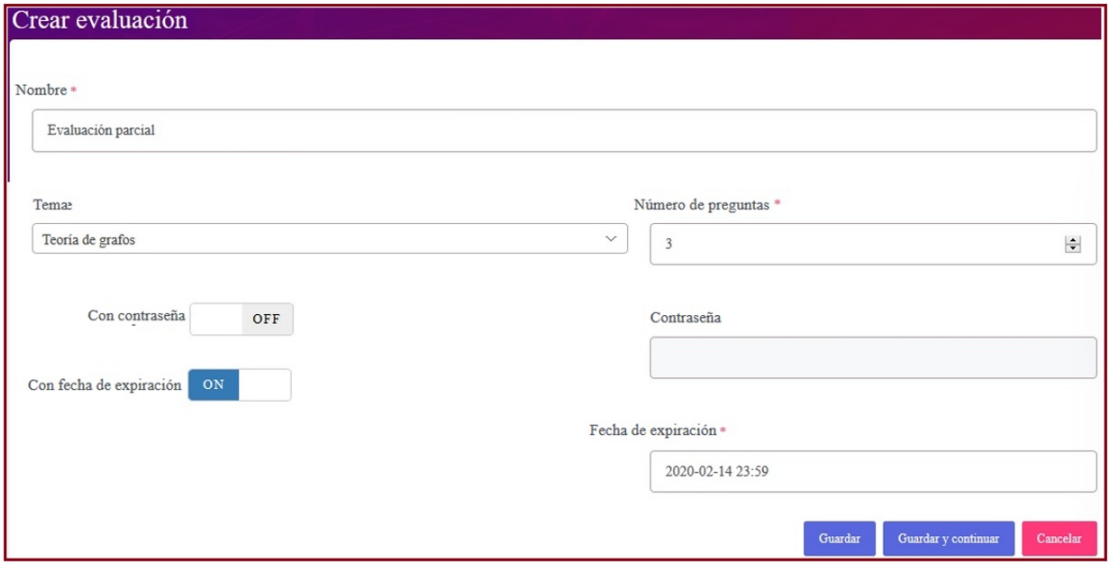


Figura 7.14: *Unidad de evaluación*: creación de una nueva evaluación

En la Figura 7.15 se observa la creación de la nueva evaluación, se señala además el espacio donde se generan las preguntas de la evaluación.

Figura 7.15: *Unidad de evaluación*: agregar preguntas a una evaluación

En la creación de la pregunta el profesor puede seleccionar entre diferentes tipos de respuesta:

- Si o no.
- Verdadero o falso.
- Subir un archivo.
- Selección única o múltiple.
- Textual o numérica.
- Ordenar.

El profesor determina si la pregunta requiere justificación teórica, elemento este que se tendrá en cuenta en la evaluación final. En la Figura 7.16 se muestra cómo en la pregunta de selección múltiple el profesor debe marcar las respuestas correctas, para la futura evaluación.

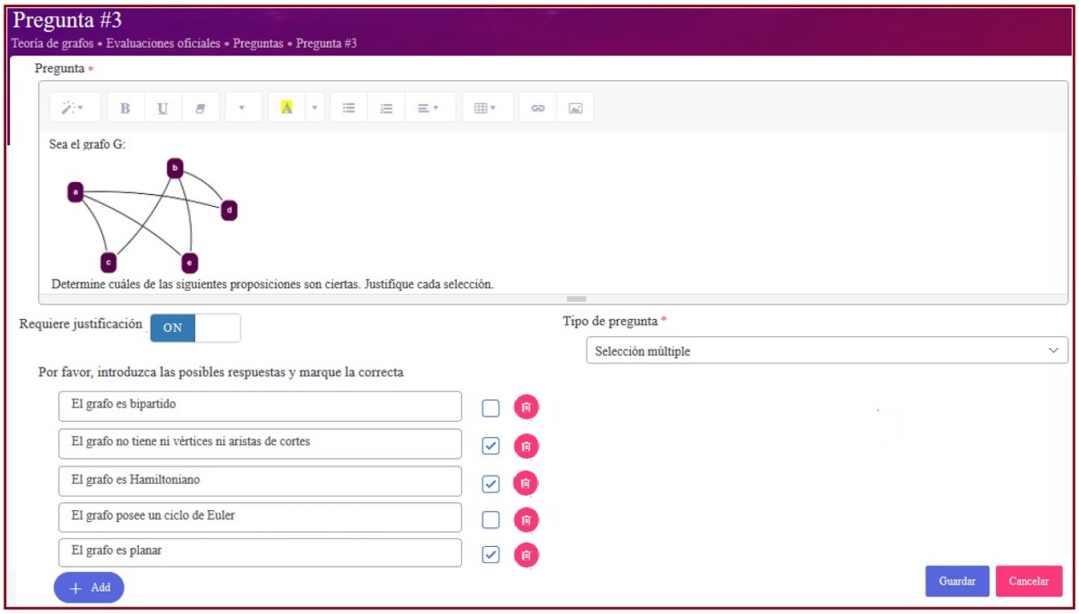


Figura 7.16: *Unidad de evaluación*: creación de una pregunta en una evaluación

Al responder la pregunta, el estudiante tiene acceso a la retroalimentación que le da el sistema (ver Figura 7.17).

Figura 7.17: *Unidad de evaluación*: calificación de una evaluación

Nótese cómo el propio *e-textbook* le otorga una calificación, la cual puede variar luego de que el profesor revise la justificación de la pregunta (si se requiere).Todo lo explicado en esta Unidad

Evaluativa también aplica para la autoevaluación. El estudiante tiene la posibilidad de crear evaluaciones para realizar con sus compañeros de estudio. La única diferencia es que los resultados de estas autoevaluaciones no son visualizados por el profesor.

7.3.2.4. Unidad de exploración

En la unidad de exploración el estudiante explora de manera autónoma nuevos conocimientos, accede a recursos complementarios para su formación integral. En la Figura 7.18 se muestra cómo se accede a nuevos recursos: bibliografía, materiales multimedia y aplicaciones móviles.

Figura 7.18: *Unidad de exploración*: acceso a recursos complementarios

El *e-textbook* posibilita el intercambio directo entre los actores del proceso de enseñanza-aprendizaje mediante foros (ver Figura 7.19) donde el profesor orienta y dirige actividades de aprendizaje.

Figura 7.19: *Unidad de exploración*: foros como ambientes de aprendizaje

De esta forma el material de estudio constituye un nexo importante para la creación de un buen ambiente de aprendizaje en las aulas, variable que está estrechamente relacionada con el Marco de Trabajo para el *Engagement* en las matemáticas.

Mediante el *e-textbook* el profesor orienta tareas extra clases a sus alumnos, ya sea en equipo o de manera individual. Se potencia de esta forma la formación integral y la aplicación de evaluaciones reales que acerquen al estudiante a su objeto de la profesión, en este caso la Ingeniería en Ciencias Informáticas (ver Figura 7.20). Es una manera de crear actividades investigativas, más allá de las establecidas por el curriculum.

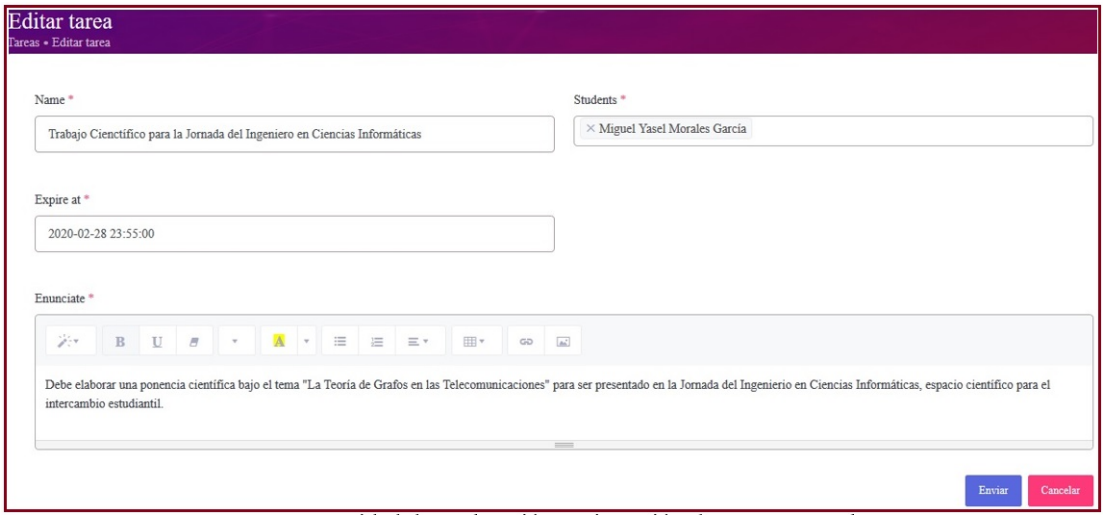


Figura 7.20: *Unidad de exploración*: orientación de tareas extra clases

Cada vez que una tarea o alguna evaluación es asignada a un estudiante, se le envía notificaciones mediante el propio software o mediante correo electrónico (ver Figura 7.21). De esta forma se mantiene una comunicación constante en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

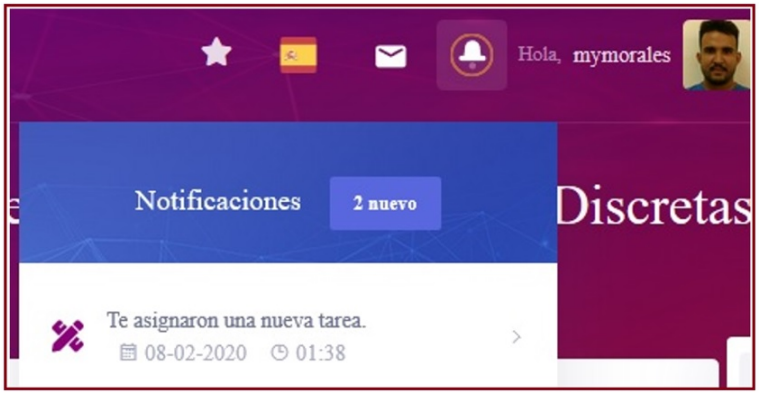


Figura 7.21: El *e-textbook* alerta al estudiante sobre nuevas notificaciones

Algunas de las funcionalidades más novedosas del *e-textbook* son las relacionadas con la gamificación. Por ejemplo, el profesor puede realizar crucigramas para ser utilizados a modo de juego (ver Figura 7.22).

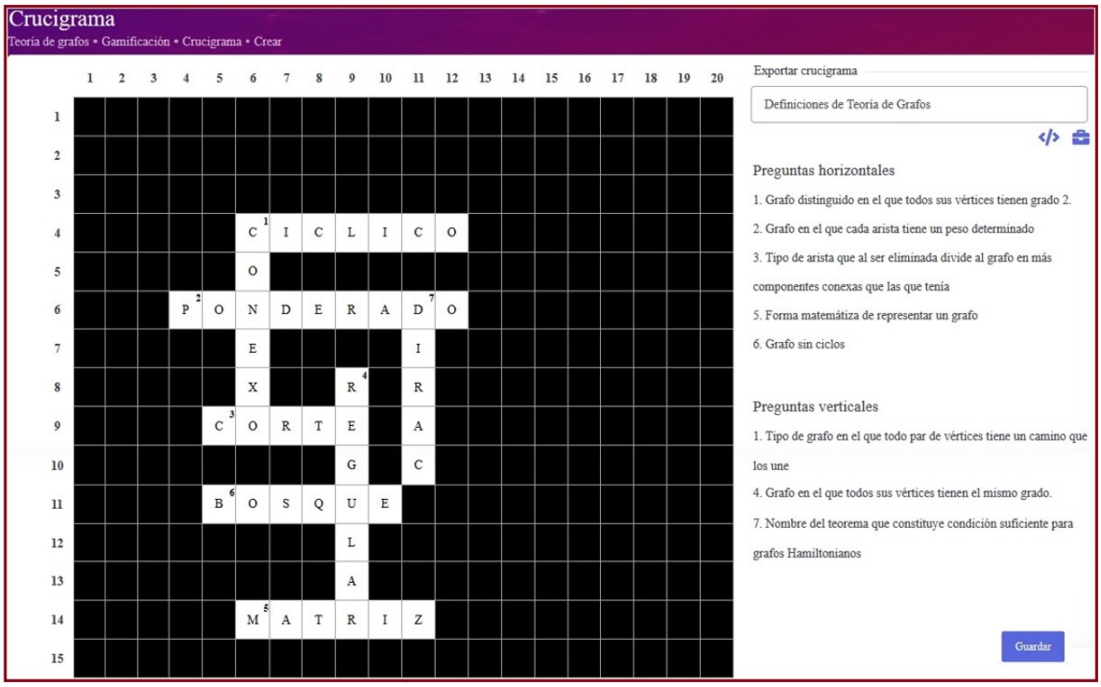


Figura 7.22: *Unidad de exploración*: creación de crucigramas

El crucigrama es visualizado por el estudiante. Para ganar el juego debe dominar el contenido de la asignatura (ver Figura 7.23).

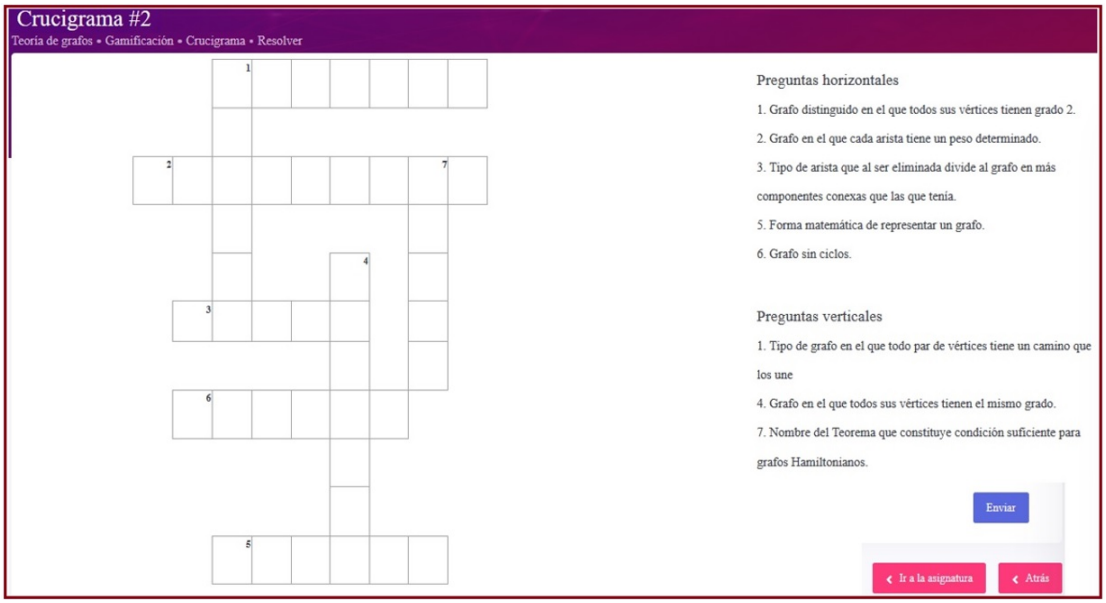


Figura 7.23: *Unidad de exploración*: actividad gamificada con un crucigrama

7.4. Síntesis capitular

Los resultados de la teoría expuesta en esta investigación, de la fase diagnóstica y del Cuestionario 3 permitieron establecer los principios didácticos para el diseño del *e-textbook* de Matemática Discreta: web con interactividad y retroalimentaciones, fuente de conocimiento y actividades que propicien la exploración, relevancia, multimedia y adecuación didáctica para un aprendizaje desarrollador.

El diseño del *e-textbook* se estructuró en cuatro unidades: teórica, experimentación, evaluación y exploración, para ello se partió de reconocer al *e-textbook* como un objeto de aprendizaje interactivo y experimental.

En el transcurso de las unidades el estudiante es capaz de apropiarse del contenido, retroalimentarse de lo aprendido y explorar en la búsqueda de nuevos conocimientos, contribuyendo a los principios didácticos para generar mejores niveles de *engagement* y rendimiento académico y con los referentes teóricos de esta investigación. La tecnología seleccionada permitió la elaboración de un *e-textbook* bajo los preceptos de soberanía tecnológica.

CAPÍTULO 8

Resultados de la Fase Evaluativa

8.1 Presentación

8.2 Validación del *e-textbook* como objeto de aprendizaje

8.2.1 Análisis descriptivo del Cuestionario 4

8.2.1.1 Resultados de la escala *aspectos formativos*

8.2.1.2 Resultados de la escala *aspectos de diseño y presentación*

8.2.1.3 Resultados de la escala *aspectos tecnológicos*

8.2.2 Evaluación global del *e-textbook* como objeto de aprendizaje

8.3 Resultados del cuasi-experimento

8.3.1 Procedimiento

8.3.2 Resultados en relación con el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta

8.3.3 Resultados en relación con la satisfacción como material de estudio de Matemática Discreta

8.3.4 Resultados en relación con el rendimiento en Matemática Discreta

8.4 Síntesis capitular

CAPÍTULO 8

RESULTADOS DE LA FASE EVALUATIVA

8.1. Presentación

En este capítulo se presentan los resultados de la Fase Evaluativa de la investigación. Primeramente, se valida el *e-textbook* como objeto de aprendizaje con la ayuda de profesores expertos en Tecnología Educativa y en la enseñanza de las matemáticas. Para ello se tienen en cuenta los aspectos formativos del objeto de aprendizaje a evaluar, los aspectos de diseño y presentación, además de los tecnológicos.

Seguidamente se pasa a evaluar el impacto del *e-textbook* en el alumnado de Matemática Discreta. Para ello se realiza un cuasi-experimento en el que participan 178 sujetos con el objetivo de medir los niveles de *engagement* de los estudiantes, su satisfacción con el nuevo material de estudio y los efectos en el rendimiento académico.

8.2. Validación del *e-textbook* como objeto de aprendizaje

En este epígrafe se exponen los resultados asociados al quinto objetivo de la investigación: "Evaluar los efectos del *e-textbook* en el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta". Específicamente se pretende validar, como objeto de aprendizaje, el *e-textbook* desarrollado. Esta evaluación permitirá su puesta en práctica en el cuasi-experimento a desarrollar en la tesis.

8.2.1. Análisis descriptivo del Cuestionario 4

Se procedió a realizar un análisis descriptivo de las variables observadas en el cuestionario, lo que nos permite dar respuesta a la pregunta de investigación Pi5.1 ¿cuál es la calidad del *e-textbook* de Matemática Discreta como objeto de aprendizaje?

Este cuestionario diseñado por Toll y Ril (2013), fue aplicado a siete expertos de la Universidad de las Ciencias Informáticas, de la Habana, tal y como se describió en el acápite de población y muestra del Capítulo 4. Los expertos evaluaron cada indicador de Excelente (3 puntos), Bueno (2 puntos), Regular (1 punto) o Malo (no se otorgan puntos). Seguidamente se procedió, con las puntuaciones otorgadas a los ítems, a evaluar cada una de las escalas de manera independiente y luego analizar la suma de ellas para definir la evaluación final, teniendo en cuenta los 29 ítems de la guía de evaluación.

Toll y Gil (2013) establecen que para obtener la máxima evaluación de "Muy Adecuado" el objeto de aprendizaje debe obtener una evaluación mínima de 78 puntos de un total de 87 posibles. Para ser evaluado de "Adecuado" debe obtener una puntuación entre 52 y 77 puntos. Si se obtiene una calificación menor que 52 la evaluación sería "No Adecuado". A continuación se exponen los resultados de cada escala.

8.2.1.1. Resultados de la escala Aspectos formativos

Cada ítem sigue una distribución normal, los valores de significatividad de la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov arrojaron valores mayores que 0.05 (en este caso $.078 < p > .127$). Todos los ítems fueron evaluados por la mayoría de los profesores de 3 (Excelente). Solo "Presentación y explicación del tema a tratar", "Organización del trabajo individual y/o colaborativo de los estudiantes", "Verificación de las fuentes de información utilizadas" y "Reusabilidad" fueron evaluados de Regular por un profesor. Según los resultados observados en la Tabla 8.1 el 95.92 % de los profesores ubicaron sus respuestas en las alternativas de Excelente y Bueno.

Por la importancia que tiene la puntuación otorgada en la sumatoria final, los resultados de las escalas de este cuestionario los exponemos a través de la distribución de frecuencias.

Tabla 8.1: Distribución de frecuencias de la escala *Aspectos formativos* del Cuestionario 4

Ítems	Excelente		Bueno		Regular		Malo	
	F	%	F	%	F	%	F	%
Presentación y explicación del tema a tratar	5	71.42	1	14.29	1	14.29	0	0
Estructuración lógica de los contenidos	5	71.42	2	28.58	0	0	0	0
Exhortación del desarrollo de habilidades y competencias al estudiante	6	85.71	1	14.29	0	0	0	0
Reflexión sobre lo aprendido	7	100	0	0	0	0	0	0
Autoevaluación sobre el contenido mostrado en el *e-textbook*	6	85.71	1	14.29	0	0	0	0
Calidad de los contenidos	6	85.71	1	14.29	0	0	0	0
Adecuación de los objetivos de aprendizaje	6	85.71	1	14.29	0	0	0	0
Retroalimentación que proporciona el contenido mostrado	7	100	0	0	0	0	0	0
Motivación	7	100	0	0	0	0	0	0
Organización del trabajo individual y/o colaborativo de los estudiantes	4	57.14	2	28.58	1	14.29	0	0
Nivel de presentación de recursos audiovisuales	4	57.14	3	42.86	0	0	0	0
Participación activa durante el aprendizaje mediante actividades interactivas	5	71.42	2	28.58	0	0	0	0
Verificación de las fuentes de información utilizadas	4	57.14	2	28.58	1	14.29	0	0
Reusabilidad	4	57.14	2	28.58	1	14.29	0	0

8.2.1.2. Resultados de la escala Aspectos de diseño y presentación

Los ítems fueron evaluados por la mayoría de los profesores de Excelente. Solo el ítem "Diversidad en la representación del contenido mostrado" fue evaluado de Regular por dos profesores. Como se puede ver en la Tabla 8.2 el 79.36 % de los profesores ubicaron sus respuestas en la alternativa de Excelente y el 17.46 % en la de Bien. No existieron evaluaciones de Mal en ninguno de los ítems de esta escala.

Todos los ítems siguen una distribución normal, los valores de significatividad de la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov arrojaron valores mayores que 0.05 (en este caso $.093 < p > .148$). Después de observar los resultados se puede afirmar que el *e-textbook* de Matemática Discreta posee buen diseño y presentación.

Tabla 8.2: Distribución de frecuencias de la escala *Aspectos de diseño y presentación* del Cuestionario 4

Ítems	Excelente		Bueno		Regular		Malo	
	F	%	F	%	F	%	F	%
Correspondencia entre los recursos audiovisuales y el contenido mostrado	4	57.14	3	42.86	0	0	0	0
Legibilidad del texto	7	100	0	0	0	0	0	0
Rapidez para cargar recursos audiovisuales	5	71.42	2	28.58	0	0	0	0
Proporción del texto respecto a la distribución de los contenidos dentro del OA	6	85.71	1	14.29	0	0	0	0
El uso de colores para los contenidos	7	100	0	0	0	0	0	0
Diversidad en la representación del contenido mostrado	4	57.14	1	14.29	2	28.58	0	0
Visibilidad de las imágenes	7	100	0	0	0	0	0	0
Usabilidad	6	85.71	1	14.29	0	0	0	0
Evaluación del nivel de organización de las imágenes y texto	4	57.14	3	42.86	0	0	0	0

8.2.1.3. Resultados de la escala Aspectos tecnológicos

Los ítems fueron evaluados por la mayoría de los profesores de Excelente. Solo el ítem "Accesibilidad" no fue evaluado de Excelente por ningún profesor, cuatro profesores lo evaluaron de Bien y tres de Regular. La Tabla 8.3 muestra como el 83.33 % de los profesores ubicaron sus respuestas en la alternativa de Excelente. Todos los ítems siguen una distribución normal, los valores de significatividad de la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov dieron valores superiores 0.05 (en este caso $.029 < p > .112$).

Tabla 8.3: Distribución de frecuencias de la escala *Aspectos tecnológicos* del Cuestionario 4

Ítems	Excelente		Bueno		Regular		Malo	
	F	%	F	%	F	%	F	%
Accesibilidad	0	0	4	57.14	3	42.86	0	0
Compatibilidad con distintos navegadores	7	100	0	0	0	0	0	0
Calidad de las imágenes y videos	7	100	0	0	0	0	0	0
Integridad de los enlaces de navegación por la estructura didáctica	7	100	0	0	0	0	0	0
Correspondencia con la estructura didáctica	7	100	0	0	0	0	0	0
Calidad de la redacción y ortografía en la exposición del contenido	7	100	0	0	0	0	0	0

8.2.2. Evaluación global del *e-textbook* como objeto de aprendizaje

Al analizar el resultado global de la validación realizada por expertos en Tecnología Educativa y en enseñanza de las matemáticas por cada uno de los ítems de las tres escalas, se puede observar que cinco expertos le otorgan la evaluación final de *Muy Adecuado* (E1, E2, E3, E5 y E7) al obtener puntuaciones por encima de 78 puntos y dos expertos otorgan la evaluación de *Adecuado* (E4 y E6) por otorgar puntuaciones entre 52 y 77 puntos. En la Tabla 8.4 se muestran las puntuaciones de los expertos, tanto por dimensiones como por evaluación global.

Tabla 8.4: Evaluación global y por dimensiones por parte de los expertos

Dimensión	Evaluación por expertos						
	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7
Formativo	38	39	38	34	34	40	41
Diseño y presentación	25	26	26	22	23	26	27
Tecnológico	17	17	17	16	16	16	17
Evaluación global	**80**	**82**	**81**	**72**	**73**	**82**	**85**

De manera general el *e-textbook* tuvo un promedio de evaluación de 79.29 puntos (*Muy Adecuado*), esta evaluación nos permitió su utilización en el cuasi-experimento que a continuación presentamos.

8.3. Resultados del cuasi-experimento

En la realización del cuasi-experimento participaron 178 estudiantes (88 en el grupo experimental y 90 en el grupo de control). Esta cantidad representa el 25.61 % del total de 695 matriculados en la cohorte de primer año del curso académico 2017-2018 de la Universidad de las Ciencias Informáticas (UCI). Se dividen en 68 mujeres (38.20 %) y 110 hombres (61.80 %). La media de edad de los alumnos es de 19.30 con una desviación estándar de 0.89.

Se seleccionaron las cuatro primeras aulas del primero año de la UCI para el grupo experimental y las siguientes cuatro aulas para el grupo de control, la media de las aulas es de 22 estudiantes. Todas las aulas utilizan el mismo currículo y realizan los mismos exámenes de Matemática Discreta, elaborados centralmente por la universidad y aplicados simultáneamente. Los grupos (experimental y control) no son equivalentes, debido a que no se seleccionaron sus miembros bajo los supuestos de la aleatoriedad, lo cual es común es investigaciones relacionadas con las Ciencias de la Educación donde es muy difícil el control total de las variables (Northey et al., 2018; Trenholm et al., 2019).

La diferencia radica en que el grupo de control recibió la docencia con los materiales de estudio tradicionales. El grupo experimental recibió Matemática Discreta con el *e-textbook* como su nuevo material de estudio.

8.3.1. Procedimiento

Seleccionada la muestra se procedió al inicio del segundo semestre del curso 2017-2018 a aplicar el Cuestionario 1 y el Cuestionario 2, en este momento ya ha pasado más de la mitad del curso y los estudiantes tienen elementos válidos para responder ambos cuestionarios. De igual manera se realizó una prueba pedagógica de rendimiento académico pre y post experimento (ver Anexo 6).

Este procedimiento contó con la aprobación de la Universidad de las Ciencias Informáticas y la voluntariedad de todos los estudiantes participantes.

8.3.2. Resultados en relación con el *engagement* de los estudiantes

Estos resultados están asociados a la pregunta de investigación Pi5.2 ¿Cuáles son los efectos del *e-textbook* en el *engagement* de los estudiantes? Para ello se planteó la siguiente hipótesis:

H_0: *No se observan cambios entre la puntuación media obtenida en la evaluación pre y post-test con el Cuestionario para medir engagement en el aprendizaje de la MD (Cuestionario 1) en el grupo que realiza el experimento, a un nivel de significación del 0,05.*

A continuación, se muestran en la Tabla 8.5 los resultados obtenidos al analizar la puntuación media de los factores del Cuestionario 1. Se observa en los ocho factores la puntuación media inicial y final tanto en el grupo de control como grupo experimental. Cada puntuación media de los factores sigue una distribución normal, esto se debe a que los valores de significatividad de la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov son todos mayores que 0.05 (en este caso $.134 < p > .271$). Se puede observar cómo en todos los casos el grupo experimental aumenta en al menos un punto la media de cada factor. El aumento (cuando sucede) en el grupo de control es insignificante. Se realizaron las pruebas correspondientes para estudiar si la diferencia que presenta el grupo experimental se puede considerar estadísticamente significativa. Se ha aplicado la prueba de comparación de medias para muestras relacionadas.

Tabla 8.5: Media de los factores del Cuestionario 1 en el cuasi-experimento

Factores		Media	N	DE
Esfuerzo	GC_Pre	2.18	90	1.27
	GC_Post	2.23	90	1.12
	GE_Pre	2.08	88	1.45
	GE_Post	3.12	88	0.78
Retroalimentación	GC_Pre	2.72	90	1.23
	GC_Post	2.58	90	1.65
	GE_Pre	2.64	88	1.52
	GE_Post	4.15	88	0.47
Ambiente de aprendizaje	GC_Pre	3.02	90	0.97
	GC_Post	3.17	90	1.12
	GE_Pre	2.99	88	1.01
	GE_Post	4.15	88	0.21
Actividad en el aula	GC_Pre	2.21	90	1.12
	GC_Post	2.87	90	1.87
	GE_Pre	2.52	88	1.06
	GE_Post	3.99	88	0.71
Nivel de autonomía	GC_Pre	3.54	90	0.89
	GC_Post	3.62	90	1.13
	GE_Pre	3.21	88	1.17
	GE_Post	4.28	88	0.54
Materiales de estudio	GC_Pre	1.93	90	1.06
	GC_Post	1.85	90	1.07
	GE_Pre	1.78	88	0.78
	GE_Post	4.57	88	0.21
Estado emocional	GC_Pre	2.18	90	1.45
	GC_Post	2.23	90	1.32
	GE_Pre	2.09	88	1.09
	GE_Post	3.99	88	0.84
Engagement	GC_Pre	1.78	90	0.78
	GC_Post	2.01	90	1.00
	GE_Pre	2.12	88	0.93
	GE_Post	1.19	88	0.39

Nota: GC_Pre: Grupo de control en el pre-test, GC_Post: Grupo de control en el post-test
GE_Pre:Grupo experimental en el pre-test, GE_Post: Grupo experimental en el post-test

La Tabla 8.6 indica el resultado del análisis de comparación entre medias, donde se muestran la diferencia de medias y los resultados obtenidos de la aplicación de la prueba t de *Student* y la probabilidad asociada al valor t. Se utiliza esta prueba debido a la normalidad de los datos, previamente demostrada.

Tabla 8.6: Diferencias de los factores del Cuestionario 1 en el cuasi-experimento

Factores		Media	t	Sig
Esfuerzo	GC_Pre GC_Post	0.05	-0.825	.128
	GE_Pre GE_Post	1.04	-3.274	.000
Retroalimentación	GC_Pre GC_Post	-0.14	-0.267	.215
	GE_Pre GE_Post	1.51	-3.487	.000
Ambiente de aprendizaje	GC_Pre GC_Post	0.15	-0.213	.113
	GE_Pre GE_Post	1.16	-3.098	.000
Actividad en el aula	GC_Pre GC_Post	0.66	-1.010	.102
	GE_Pre GE_Post	1.47	-4.012	.000
Nivel de autonomía	GC_Pre GC_Post	0.08	-0.781	.312
	GE_Pre GE_Post	1.07	-2.158	.000
Materiales de estudio	GC_Pre GC_Post	0.08	-0.97	.198
	GE_Pre GE_Post	2.79	-4.742	.000
Estado emocional	GC_Pre GC_Post	0.58	-0.74	.214
	GE_Pre GE_Post	1.90	-3.999	.000
Engagement	GC_Pre GC_Post	0.23	-0.87	.129
	GE_Pre GE_Post	2.07	-4.751	.000

Se observa cómo el grupo experimental aumentó sus niveles de *engagement* hacia el aprendizaje de la MD luego de utilizar el *e-textbook*, siendo en cada caso su diferencia significativa, a un nivel de confianza de 95 % ($\alpha = .05$). En el grupo de control ninguna diferencia fue significativa. Por tal motivo se rechaza la hipótesis H_0 y se acepta el hecho de que sí existen diferencias significativas entre la puntuación media obtenida en la evaluación pre y post-test con el Cuestionario 1.

8.3.3. Resultados en relación con la satisfacción con el nuevo material de estudio de Matemática Discreta

Los resultados que a continuación se presentan están asociados a la pregunta de investigación Pi5.2 ¿Cuáles son los efectos del *e-textbook* de Matemática Discreta en la satisfacción de los estudiantes con sus materiales de estudio? Para ello se planteó la siguiente hipótesis:

H_0: *No se observan cambios entre la puntuación media obtenida en la evaluación pre y post-test con el Cuestionario para medir la satisfacción del estudiante con los materiales de estudio de Matemática Discreta (Cuestionario 2) en el grupo que realiza el experimento, a un nivel de significación del 0,05.*

A continuación, se muestran los resultados obtenidos en el estudio de los factores del Cuestionario 2 (Tabla 8.7). Se observa en los tres factores la puntuación inicial y final tanto del grupo de control como del grupo experimental.

Tabla 8.7: Media de los factores del Cuestionario 2 en el cuasi-experimento

Factores		Media	N	DE
Adecuación didáctica	GC_Pre	2.15	90	1.32
	GC_Post	2.38	90	1.15
	GE_Pre	2.06	88	1.23
	GE_Post	3.92	88	0.59
Relevancia	GC_Pre	2.23	90	1.16
	GC_Post	2.93	90	1.42
	GE_Pre	2.73	88	1.45
	GE_Post	4.09	88	0.51
Implicación	GC_Pre	2.99	90	0.99
	GC_Post	2.96	90	1.19
	GE_Pre	2.17	88	1.07
	GE_Post	4.21	88	0.34
Interacción	GC_Pre	2.71	90	1.06
	GC_Post	2.79	90	1.13
	GE_Pre	2.23	88	1.03
	GE_Post	4.19	88	0.27
Multimedia	GC_Pre	2.93	90	0.97
	GC_Post	2.99	90	1.13
	GE_Pre	2.12	88	1.01
	GE_Post	4.17	88	0.41

Todas las puntuaciones de los factores siguen una distribución normal, debido a que los valores de significatividad de la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov son todos mayores que 0.05 (en este caso $.099 < p > .248$). Se puede notar además cómo en todos los casos el grupo experimental aumenta en al menos un punto la media de los tres factores. El aumento en el grupo de control es insignificante. Al igual que en el acápite anterior se aplicó la prueba de comparación de medias para muestras relacionadas.

La Tabla 8.8 indica el resultado del análisis, donde se muestran la diferencia de medias y los resultados obtenidos de la aplicación de la prueba t de *Student* (realizada debido a la normalidad de los datos) y la probabilidad asociada al valor t.

Tabla 8.8: Diferencias de los factores del Cuestionario 2 en el cuasi-experimento

Factores		Media	t	Sig
Adecuación didáctica	GC_Pre GC_Post	0.23	-0.167	.239
	GE_Pre GE_Post	1.86	-3.571	.000
Relevancia	GC_Pre GC_Post	0.34	-0.318	.128
	GE_Pre GE_Post	1.86	-3.951	.000
Implicación	GC_Pre GC_Post	-0.03	-0.097	.453
	GE_Pre GE_Post	2.04	-4.657	.000
Interacción	GC_Pre GC_Post	0.08	-0.101	.249
	GE_Pre GE_Post	1.96	-4.077	.000
Multimedia	GC_Pre GC_Post	0.06	-0.094	.420
	GE_Pre GE_Post	2.05	-4.571	.000

Se observa cómo el grupo experimental incrementó sus niveles de satisfacción con los materiales de estudio de Matemática Discreta luego de utilizar el *e-textbook*, siendo en cada caso su diferencia significativa, a un nivel de confianza de 95 % ($\alpha = .05$). En el grupo de control ninguna diferencia fue significativa.

Por tal motivo se rechaza la hipótesis H_0 y se acepta el hecho de que sí existen diferencias significativas entre la puntuación media obtenida en la evaluación pre y post-test con el Cuestionario para medir la satisfacción del alumnado con sus materiales de estudio (Cuestionario 1) en el grupo que realiza el experimento.

8.3.4. Resultados en relación con el rendimiento académico en Matemática Discreta

Se responde la pregunta de investigación Pi5.3 ¿Cuáles son los efectos del *e-textbook* de Matemática Discreta en el rendimiento académico de los estudiantes? Para ello se planteó la hipótesis:

H_0: *No se observan cambios entre la puntuación media obtenida en la evaluación pre y post-test con el rendimiento académico en Matemática Discreta en el grupo que realiza el experimento, a un nivel de significación del 0,05.*

Para ello se aplicó la Prueba pedagógica B donde se evaluó el tema de Teoría de Grafos. Se muestran en la Tabla 8.9 la puntuación inicial y final tanto del grupo de control como del grupo experimental en el rendimiento académico. Los datos siguen una distribución normal, el valor de significatividad de la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov es mayor que 0.05 (en este caso .102).

Tabla 8.9: Media del rendimiento académico en el cuasi-experimento

Variable		Media	N	DE
Rendimiento académico	GC_Pre	2.78	90	0.57
	GC_Post	2.89	90	0.62
	GE_Pre	2.81	88	0.67
	GE_Post	3.97	88	1.24

Se puede observar cómo el grupo experimental aumenta en más de un punto la media de los tres factores. El aumento que se refleja en el grupo de control es insignificante. Al igual que en el acápite anterior se aplicó la prueba de comparación de medias para muestras relacionadas (ver Tabla 8.10).

Tabla 8.10: Diferencias del rendimiento académico en el cuasi-experimento

Variable		Media	t	Sig
Rendimiento académico	GC_Pre GC_Post	0.11	-0.327	.341
	GE_Pre GE_Post	1.16	-3.954	.000

Nótese cómo el grupo experimental elevó sus niveles de rendimiento académico en Matemática Discreta luego de utilizar el *e-textbook*, siendo su diferencia significativa, a un nivel de confianza de 95 % ($\alpha = .05$). En el grupo de control la diferencia no fue significativa. Por tal motivo se rechaza la hipótesis H_0 y se acepta el hecho de que sí existen diferencias significativas entre la puntuación media obtenida en la evaluación pre y post-test con el rendimiento académico en Matemática Discreta en el grupo que realiza el cuasi-experimento.

8.4. Síntesis capitular

El *e-textbook* fue evaluado por 7 expertos en Tecnología Educativa y enseñanza de las matemáticas. Cuatro de ellos lo catalogan como muy adecuado y los tres restantes como adecuado. Este resultado valida su aplicación mediante un cuasi-experimento.

Se realizó el cuasi-experimento mediante un grupo experimental ($n = 88$) y un grupo de control ($n = 90$). Los resultados mostraron que la utilización del *e-textbook* aumenta los niveles de *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta y de satisfacción del alumnado con sus materiales de estudio. De igual forma se obtuvo como resultado que utilizar el *e-textbook* implica obtener un mayor rendimiento académico en Matemática Discreta.

En resumen, es positivo el impacto del *e-textbook* como material de estudio de Matemática Discreta (Figura 8.1). Se logró a partir del propio diseño del *e-textbook* una mayor implicación compromiso y motivación de aquellos alumnos del grupo experimental, evidenciado en su satisfacción con el nuevo material de estudio y en un mayor rendimiento en Matemática Discreta.

Figura 8.1: Resumen gráfico de los resultados del cuasi-experimento

CAPÍTULO 9

Conclusiones y discusión de los resultados

9.1 Presentación

9.2 Consideraciones finales de la Fase Diagnóstica

9.2.1 Objetivo 1: Identificar las variables asociadas al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta

9.2.2 Objetivo 2: Conocer la satisfacción de los estudiantes con los materiales de estudio de Matemática Discreta

9.3 Consideraciones finales de la Fase de Diseño

9.3.1 Objetivo 3: Identificar las características que debe poseer un material de estudio para contribuir al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta

9.3.2 Objetivo 2: Diseñar un *e-textbook* de Matemática Discreta que contribuya al *engagement* del alumnado con su aprendizaje

9.4 Consideraciones finales de la Fase Evaluativa

9.4.1 Objetivo 5: Evaluar los efectos del *e-textbook* en el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta

9.5 Implicaciones de la investigación

9.6 Limitaciones y prospectivas

9.6.1 Limitaciones

9.6.2 Prospectivas

9.7 Síntesis capitular

CAPÍTULO 9

CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

9.1. Presentación

En este capítulo se discute y se concluye sobre los resultados de la tesis. Se comienza realizando las consideraciones para la Fase Diagnóstica, la cual inició el proceso empírico de la investigación. Se continúa con la Fases de Diseño, que especifica el proceso del cual surge el *e-textbok* de Matemática Discreta. Se finaliza con la Fase de Evaluación, donde se demuestra el impacto del *e-textbook*.

Se le da cumplimiento al objetivo general de esta investigación y se concluye que el diseño del *e-textbook* contribuye al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta. El capítulo culmina mostrando las principales limitaciones de la investigación, además de señalar las implicaciones y prospectivas.

9.2. Consideraciones finales de la Fase Diagnóstica

9.2.1. Objetivo 1: Identificar las variables asociadas al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta

Para cumplir con este objetivo adaptamos un instrumento a partir de la "Escala Multifactorial para el Diagnóstico del *Engagement*", elaborada por Reyes-de Cózar (2016). Seleccionamos aquellas dimensiones e ítems que se ajustaban al objetivo de medir el *engagement* no solo de forma global, sino en el aprendizaje de una materia específica, como es el caso de la Matemática Discreta.

Una conclusión que planteamos luego de realizar el análisis factorial exploratorio, es que la validación del cuestionario elaborado arrojó resultados satisfactorios, mostrando la existencia global de nueve factores con un total de 33 ítems (ver Tabla 9.1).

Tabla 9.1: Dimensiones, factores y total de ítems tras la validación del Cuestionario 1 (Niveles de *engagement* de los estudiantes en el aprendizaje de la Matemática Discreta)

Dimensiones	Factores por Dimensiones	Ítems por factores
Contextos de aprendizaje	Esfuerzo	3
	Retroalimentación	3
	Ambiente de aprendizaje	3
	Utilización de las TIC	1
Estrategias de gestión	Actividad en el aula	4
	Nivel de autonomía	4
Materiales de estudio	Materiales de estudio	4
Estado emocional	Estado emocional	8
Engagement, satisfacción y bienestar subjetivo	*Engagement*	3

Vale destacar que los resultados obtenidos nos permiten establecer como principal hallazgo que las variables *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta (EMD) y rendimiento académico en Matemática Discreta (RMD) poseen valores bajos y están fuertemente correlacionadas entre sí. Además, se asocian con las variables predictoras tanto a nivel de estudiante como de aula.

Lo anterior demuestra empíricamente lo contrastado en la teoría. Tanto el *engagement* como el rendimiento académico en Matemática Discreta son variables que poseen un valor bajo y una fuerte correlación entre ellas (Amaya et al., 2017; Breen et al., 2015; James, 2016; Kong et al., 2003). Por tal motivo creemos en la necesidad de potenciar el *engagement* en el aprendizaje de la Matemática Discreta para contribuir a su rendimiento académico y viceversa, tal y como lo expresa Goldin (2018), quien realza el valor de las variables motivacionales y su relación con el aprendizaje de esta materia.

Si discutimos concretamente cómo explican, las características propias de los estudiantes, las diferencias entre el *engagement* y el rendimiento académico en Matemática Discreta, resulta interesante ver como el sexo no se asocia de manera significativa con ninguna de las variables dependientes; conclusión que viene avalada por los estudios de Lazarides y Rubach (2017). No obstante, este resultado contradice el obtenido por Lee y Chen (2015) en su investigación. Tambien discrepamos, en cuanto a este resultado, con varias investigaciones que demuestran que las mujeres

de las disciplinas STEM presentan menor *engagement* y rendimiento académico (Cohen & Kelly, 2019; Gil-Doménech & Berbegal-Mirabent, 2019).

La variable nivel de autonomía de los estudiantes, resultó ser la más significativa para el rendimiento académico, coincidiendo con Sunawan et al. (2017). No obstante, esta variable no se asoció directamente con el *engagement* lo que contradice varias investigaciones realizadas (Carmichael et al., 2017; Kong et al., 2003). El nivel de bienestar con los estudios ejerce influencia sobre el *engagement* (Durksen et al., 2017; Raidah & Mohd, 2017), pero no sobre el rendimiento académico. Esto demuestra que en el contexto estudiado, no solo es necesario alcanzar ciertos niveles de bienestar para superar la asignatura, también que coexistan otros factores.

Los alumnos que muestran mayor eficacia en sus estudios y que utilizan las tecnologías para aprender Matemática Discreta muestran, en consonancia con otras investigaciones, mayores niveles de *engagement* y de rendimiento académico (Aizpurua et al., 2018; Bond & Bedenlier, 2019; Hodgson et al., 2017; Lin et al., 2018). Estos resultados ponen en relevancia el Marco de Trabajo para el *Engagement* con Matemáticas (FEM), de Attard (2014), donde el uso cotidiano de las tecnologías es un factor necesario en el aprendizaje matemático.

Una de las variables de mayor significatividad, tanto para el *engagement* como para el rendimiento académico en Matemática Discreta, es la satisfacción con los materiales de estudio (Septia & Edriati, 2019; Shirai et al., 2018). Esto evidencia que la calidad y el grado de adecuación de los materiales de estudio a las necesidades de los estudiantes se relacionan de manera muy directa con los resultados que se obtengan en el aprendizaje de la Matemática Discreta.

Queremos concluir las consideraciones sobre este objetivo discutiendo la siguiente pregunta: ¿Qué características del proceso de enseñanza-aprendizaje a nivel de aula explican las diferencias entre el *engagement* y el rendimiento académico en Matemática Discreta? Consideramos que tanto el ambiente creado por el profesor en el aula, el nivel de actividades y la retroalimentación con el aprendizaje del estudiante mostraron altos niveles de significatividad, inclusive más que las variables a nivel de estudiante, coincidiendo con diversos invertigadores (Durksen et al., 2017; Goldin, 2018; Hodgson et al., 2017). Estos aspectos sugieren que las explicaciones de los profesores en el aula, el sentido que le dan a la materia y la vinculación con problemas de su profesión, entre otros aspectos, propician mayores niveles de *engagement* y de rendimiento académico.

9.2.2. Objetivo 2: Conocer la satisfacción de los estudiantes con los materiales de estudio de Matemática Discreta

Durante muchos años, el fracaso académico en matemáticas ha preocupado a las instituciones y a la comunidad científica internacional. Varias investigaciones muestran que la calidad de los materiales de estudio y la satisfacción de los estudiantes con ellos son factores que contribuyen al rendimiento académico en matemáticas (Krauss & Ally, 2005; Sombra et al., 2019). Sin embargo, no encontramos estudios que vinculen la influencia de ambas variables en el aprendizaje matemático, de ahí la importancia de desarrollar un instrumento para evaluar la satisfacción del alumno con los materiales matemáticos.

Al final del proceso de validación del cuestionario propuesto, los resultados muestran que es un instrumento válido y fiable para obtener información sobre la satisfacción de los estudiantes con sus materiales de estudio de Matemática Discreta. Una conclusión que se deriva del desarrollo metodológico propuesto, así como de los procesos de validación utilizados de acuerdo con la tendencia actual de aplicar un proceso único e integrador basado en evidencias de contenido y construcción (Martínez & González, 2018; Modarresi et al., 2018).

En el caso de la validación de contenido, con el acuerdo de los jueces y sus contribuciones, es posible delimitar y refinar la matriz de especificación del cuestionario que partió de 58 ítems. La purificación realizada en este proceso inicial permitió obtener un cuestionario compuesto por 28 ítems agrupados en tres dimensiones y cinco factores (ver Tabla 9.2).

Tabla 9.2: Dimensiones, factores y total de ítems tras la validación del Cuestionario 2 (Satisfacción del estudiante con los materiales de estudio de Matemática Discreta)

Dimensiones	Factores por Dimensiones	Ítems por factores
Adecuación didáctica	Adecuación didáctica	7
Capacidad de motivación	Relevancia	8
	Implicación	4
Calidad tecnológica	Interacción	5
	Multimedia	4

Estos factores ponen en evidencia las características y fundamentos teóricos de las dimensiones propuestas, lo que pone en valor el cuestionario obtenido en relación con el marco teórico de referencia: *adecuación didáctica* (Gustiani et al., 2017; Hadar, 2017; Lazarides & Rubach, 2017;

Leis et al., 2015; Polikoff, 2015), *relevancia* (Attard, 2012; Bundsgaard & Hansen, 2011; Zwart et al., 2017), *implicación* (Hansen & Gissel, 2017; Hodgson et al., 2017; Maclaren, 2017), *interacción* (Chen et al., 2015; Amaya et al., 2017) y *calidad tecnológica* (Baek & Monaghan, 2013; Krauss & Ally, 2005).

Una vez validado el cuestionario, analizamos cuál es el nivel de satisfacción que tiene el alumnado con sus materiales de estudio de Matemática Discreta. En general los resultados muestran un bajo nivel de satisfacción, ninguno de los ítems del cuestionario llegó al valor cuatro de la escala (de un máximo de cinco) y solo cinco ítems obtuvieron una media por encima de tres. Estos resultados refuerzan lo planteado por diversos investigadores que abogan por la creación de recursos tecnológicos que propicien la satisfacción del alumnado con los materiales de estudio de Matemática Discreta (Amaya et al., 2017).

Los resultados en cuanto a la dimensión *adecuación didáctica* son malos. Los materiales de estudio de Matemática Discreta, a criterio de los estudiantes, no poseen una conexión entre la teoría y la práctica, lo cual según Gustiani et al. (2017) es necesario para obtener buenos niveles de satisfacción. No presentan el contenido a través de algoritmos comprensibles ni guían al estudiante hacia su aprendizaje tal y como recomiendan diversos investigadores (Hadar, 2017; Lazarides & Rubach, 2017).

En relación con la *capacidad de motivación* de los materiales de estudio, concluimos que los insuficientes resultados vienen relacionados con el nivel de bienestar que sienten los estudiantes cuando utilizan sus materiales. Tal y como aseguran Gil-Doméncech y Berbegal-Mirabent (2019) si el estudiante no siente bienestar con su estudio, no tendrá buenos resultados en su aprendizaje. En este sentido vale señalar que los materiales existentes no poseen ni actividades ni recursos que potencien la gamificación. En la actualidad, según lo que refleja el análisis teórico realizado, la variable materiales de estudio es una de las que más contribuye a la satisfacción del alumnado con su aprendizaje (Foster & Shah, 2015; Jagušt et al., 2018; Su, 2017; Yu-Ming, 2017). Consideramos que esto viene dado por las características de los alumnos que tenemos hoy en nuestras aulas, los cuales requieren de entornos de aprendizaje motivadores.

En nuestro análisis se refleja además una baja satisfacción en cuanto a la *calidad tecnológica*. Consideramos que este resultado viene dado, entre otros aspectos, por la incapacidad de los

materiales existentes de posibilitar una evaluación automatizada y una adecuada retroalimentación. En el marco teórico quedó evidenciado la necesidad que tiene el estudiante de ser evaluado de forma real, con ejercicios individualizados y con una constante retroalimentación de sus resultados de aprendizaje (Attard, 2014; Waiyakoon et al., 2015).

Un aspecto a resaltar es la escasa interacción y capacidad de retroalimentación que poseen los materiales evaluados, aspecto que propicia la baja satisfacción de los estudiantes. Esta limitante no está acorde con las investigaciones analizadas, las cuáles establecen que un material de estudio debe poseer interacción, tanto la interacción estudiante-profesor, estudiante-estudiante, como estudiante-contenido (González-Ramírez & Reyes, 2015; James, 2016; Waiyakoon et al., 2015).

Procedemos a considerar la relación que existe entre el *engagement* y el rendimiento académico en Matemática Discreta con la satisfacción que tiene el alumnado con sus materiales de estudio. Desde el punto de vista de la *adecuación didáctica* de los materiales de estudio, se observa como a la hora de propiciar un *engagement* positivo, existen características deseables; frente a otras que, si bien son consideradas necesarias para un aprendizaje efectivo, no contribuyen a generar alumnos conectados con sus estudios de Matemática Discreta.

Así características como “Poseen resúmenes conceptuales por bloques de contenido”, “Poseen una variedad de ejercicios suficientes para mi estudio”, “Describen algoritmos paso a paso para la comprensión de los contenidos matemáticos” y “Ejemplifican suficientemente las definiciones, teoremas y postulados matemáticos”, confirman de manera empírica su relación directa con el *engagement* y con el rendimiento académico, tal y como concluyen diversas investigaciones (Kay & Knaack, 2009; Sunawan et al., 2017).

El ítem “Poseen un nivel de dificultad de los contenidos teóricos acorde con los estudios que realizo” no fomenta los niveles de *engagement* ni de rendimiento académico en Matemática Discreta, lo que contradice las conclusiones de Goldin (2018). La varibale dependiente *engagement* no se correlaciona con “Se adecuan a los objetivos y contenidos de la materia en cuestión” y en el caso del rendimiento académico con “Presentan de forma amena el contenido matemático, mostrando su origen y evolución”. Estos resultados evidencian que no existe una relación directa entre aprender Matemática Discreta y estar implicado en los estudios, lo que nos hace discrepar con las conclusiones establecidas por otros investigadores (Gil-Doménech & Berbegal-Mirabent, 2019).

Si analizamos los ítems de la dimensión *capacidad de motivación* de los materiales de estudio de Matemática Discreta, todas las variables se correlacionan positivamente con el *engagement* y el rendimiento académico. Esto refuerza empíricamente lo mostrado en la teoría sobre la relevancia de las variables motivacionales (Attard, 2012; Doruk & Kaplan, 2015; Durksen et al., 2017). Solo el ítem "Presentan de forma amena el contenido matemático, mostrando su origen y evolución", no se correlaciona con el rendimiento académico, resultado que demuestra, en el contexto de la investigación, que no es necesaria esta motivación para aprobar Matemática Discreta.

En el caso de la dimensión *calidad general de los materiales matemáticos*, obtuvimos que los ítems "Permiten hacerle preguntas al autor y recibir sus respuestas", "Permiten evaluarme de forma automática", "Poseen recursos audiovisuales" y "Me permiten la interacción con mi profesor y mis compañeros" se correlacionan directamente tanto con el *engagement* como con el rendimiento académico. Estos resultados muestran la constatación empírica sobre los supuestos teóricos que reflejan que tanto la interacción como la retroalimentación inciden directamente en ambas variables (Amaya et al., 2017; Hodgson et al., 2017; Reyes, 2016).

No obstante, los ítems "Los contenidos se actualizan cada cierto tiempo", "Son accesibles en formato móvil", "Poseen un diseño gráfico atractivo que incentiva mi aprendizaje" y "Apoyan las ideas o conceptos desarrollados en el texto a través de ilustraciones o gráficos" no establecen relación directa con ninguna de las dos variables.

Esto nos permite concluir que, en el contexto estudiado, ni características de accesibilidad ni de diseño gráfico inciden en el *engagement* ni en el rendimiento académico. Esta conclusión contradice diversas corrientes teóricas (Krauss & Ally, 2005; Pettigrew & Shearman, 2014). El ítem "Se adapta a mi ritmo de aprendizaje", no se correlaciona con el *engagement*, no obstante, si lo hace con el rendimiento académico. Consideramos que en el contexto estudiado, los estudiantes no se sienten comprometidos a seguir un ritmo de aprendizaje específico, sin saber (dada su inexperiencia académica) que este factor influye directamente en su rendimiento académico.

En síntesis podemos concluir que los materiales de estudio existentes no motivan su uso a los estudiantes, lo cual explica los bajos niveles de *engagement* que existen hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta (García-Hernández & González-Ramírez, 2018).

9.3. Consideraciones finales de la Fase de Diseño

9.3.1. Objetivo 3: Identificar las características que debe poseer un material de estudio para contribuir al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta

Los referentes teóricos de esta investigación evidencian que los materiales de estudio son un factor determinante para generar *engagement* y contribuir al rendimiento académico en matemáticas (Gil-Doménech & Berbegal-Mirabent, 2019; Sombra et al., 2019). Además de que la satisfacción del alumnado con sus materiales de estudio incide directamente en su aprendizaje (Bradford, 2011; Hansen & Gissel, 2017; Matzakos & Kalogiannakis, 2017). No obstante, en la búsqueda realizada, no evidenciamos la existencia de un instrumento que evalúe la satisfacción de los estudiantes con sus materiales de estudio de Matemática Discreta, de ahí la necesidad que tuvimos de crear nuestro propio instrumento de recogida de datos.

Al finalizar el proceso de validación del cuestionario propuesto (Cuestionario 3), los resultados demuestran que se trata de un instrumento válido y fiable para obtener información sobre la relación entre un material de estudio y el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta. Una conclusión que se deriva a partir de la propia metodología seguida para su elaboración y validación (Martínez & González, 2018; Modarresi et al., 2018).

La validación realizada arrojó resultados satisfactorios. El Análisis Factorial Exploratorio mostró la existencia global de siete factores y 31 ítems (Tabla 9.3 y Anexo 3).

Tabla 9.3: Dimensiones, factores y total de ítems tras la validación del Cuestionario 3 (Características que debe poseer un material de estudio para contribuir al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta)

Dimensiones	Factores por Dimensiones	Ítems por factores
Capacidad de interacción	Capacidad de interacción	5
Exploración del contenido matemático	Aprender a aprender	4
	Aprendizaje desarrollador	2
Relevancia	Relevancia social	4
	Relevancia tecno-pedagógica	7
Instrucción	Presentación del contenido	3
	Actividades y recursos	6

Estos factores están asociados con las características y fundamentos teóricos de las dimensiones propuestas por lo que ponen en valor el marco teórico de la investigación: *capacidad de interacción*

(Baek & Monaghan, 2013; Chen et al., 2015; Reyes, 2016), *exploración del contenido matemático* (Wronowski et al., 2020; González-Ramírez & Reyes, 2015; Reyes, 2016), relevancia (Goldin, 2018; Reyes, 2016; Sombra et al., 2019) e *instrucción* (Kong et al., 2003; Sträßer, 2017).

Luego de aplicar el instrumento los 31 ítems obtuvieron una media por encima de 3.5 (el máximo es cinco), específicamente la media total fue de $\bar{x} = 4.08$. De tal forma que todos los ítems son susceptibles a ser considerados en el diseño de un material de estudio de Matemática Discreta si se desea generar *engagement* en el aprendizaje. Tomando en consideración estos resultados vemos cómo refuerzan, de forma empírica, los presupuestos teóricos discutidos anteriormente.

Sin embargo, deseamos destacar los altos valores de media obtenidos por algunos ítems. Entre ellos destaca "Dar retroalimentación al estudiante sobre el resultado de sus actividades de aprendizaje" ($\bar{x} = 4.50$), estos resultados enfatizan la necesidad de que el estudiante esté informado sobre sus resultados en las actividades de aprendizaje, para de esa forma conocer sus errores y corregirlos (Kyriakou et al., 2015; Liu & Zhang, 2019; Malaspina & Malaspina, 2020).

Otro de los ítems de mayor media es "Plantear retos intelectuales al estudiante, guiándolo en la búsqueda de soluciones" ($\bar{x} = 4.47$). Precisamente, la existencia de retos en el aprendizaje es considerada por algunos autores como una variable predictiva del *engagement* (González-Ramírez & Reyes, 2015; Reyes, 2016). "Evidenciar la vinculación del contenido matemático con el mundo real" ($\bar{x} = 4.44$) es también indispensable en este estudio a partir de los resultados obtenidos tal y como queda referenciado en el marco teórico (Goldin, 2018; Meyer, 2014; Reyes, 2016)(Goldin, 2018; Meyer, 2014; Reyes, 2016). Consideramos que cuando el estudiante observa la relevancia del contenido para su futura profesión se implica más en su aprendizaje.

Existen dos ítems que, aunque tuvieron un resultado por encima de los 3.5, se encuentran por debajo de la media. Queremos discutir estos resultados más alejados de la media en sentido negativo, destacando en este punto el ítem "Propiciar el desarrollo de actividades en entornos de juego, posibilitando al estudiante mejorar sus conocimientos y habilidades" ($\bar{x} = 3.52$). Aunque no es un resultado desalentador, creemos que no está al nivel de lo esperado si tenemos en cuenta que el marco teórico determina claramente los altos niveles de relación que existen entre la gamificación y la satisfacción del estudiante con su aprendizaje matemático (Foster & Shah, 2015; Su, 2017; Yu-Ming, 2017).

En cuanto a si un material de estudio de Matemática Discreta debe o no "Brindar la posibilidad al estudiante de crear actividades de autoevaluación, mostrando siempre la respuesta adecuada en cada caso" ($\bar{x} = 3.55$), creemos que este resultado no es lo suficientemente fuerte como los propuestos por otros investigadores (Lee & Ho-Kyoung, 2017; Leidinger & Perels, 2012). En el contexto estudiado los alumnos no tienen una adecuada percepción sobre la importancia de la autoevaluación en el aprendizaje de la Matemática Discreta, factor que consideramos ha influido en su aprendizaje.

Siendo consecuentes con los resultados obtenidos, tanto desde el punto de vista teórico como empírico, todos los ítems se tomaron en consideración para la elaboración del *e-textbook* de Matemática Discreta.

9.3.2. Objetivo 4: Diseñar un *e-textbook* de Matemática Discreta que contribuya al *engagement* del alumnado con su aprendizaje

Comenzamos las consideraciones sobre este objetivo expresando que todas las tecnologías utilizadas para la elaboración del *e-textbook* son libres, de acuerdo al principio de soberanía tecnológica seguido por varios investigadores (Husna & Cesaria, 2018). Los principios didácticos para el diseño del *e-textbook* son: web con interactividad y retroalimentaciones, fuentes de conocimiento y actividades que propicien la exploración, relevancia, multimedia y adecuación didáctica para un aprendizaje desarrollador.

La web, con interactividad y retroalimentaciones, es un elemento sugerido fuertemente por los estudios teóricos (Baek & Monaghan, 2013; Cabero, 2015; González-Ramírez & Reyes, 2015; Reyes, 2016). Además, en los resultados empíricos de la *Fase Diagnóstica* fueron elementos abordados como necesarios para generar *engagement* en el aprendizaje de las matemáticas. La web es sin duda un recurso tecnológico capaz de potenciar la mediación tecnológica (De-Pablos, 2018). Utilizar la web para el aprendizaje de las matemáticas contribuye al *engagement* y al rendimiento académico (Gil-Doménech & Berbegal-Mirabent, 2019; Husna & Cesaria, 2018; Yang et al., 2019).

Al tener en cuenta fuentes de conocimiento que propicien la exploración y la relevancia, se siguen las sugerencias de Reyes-de Cozar (2016) cuando concluye que los universitarios reclaman contextos ricos en retos intelectuales, que les posibiliten potenciar sus capacidades de exploración a través de la interacción y trabajando con contenidos relevantes y significativos. Precisamente esta relevancia

del contenido es de las variables que mayor relación tiene con el *engagement* según nuestro estudio empírico.

La capacidad de generar un ambiente de aprendizaje donde se posibilite la utilización de recursos multimedia, es imprescindible para generar *engagement* y rendimiento académico en matemáticas, teniendo en cuenta los resultados que obtuvimos en nuestro estudio estadístico. Lo que refuerza lo expresado en la teoría, los estudiantes de nuestras aulas requieren de este principio para potenciar sus niveles de *engagement* y de aprendizaje (Dobler, 2015; James, 2016; Sombra et al., 2019).

La adecuación didáctica del *e-textbook* a desarrollar es imprescindible si se desea potenciar tanto el *engagement* como el rendimiento académico (Gu et al., 2015). El recurso educativo debe tener un diseño didáctico que facilite el estudio y el aprendizaje independientemente del tiempo y el espacio, además de propiciar una práctica constante al estudiante (Hodgson et al., 2017; Novak et al., 2016; Yang et al., 2019). Como se ha discutido anteriormente, si tenemos en cuenta estos principios didácticos ponemos en valor el marco teórico de esta investigación.

Nos queda considerar como ha sido estructurado el diseño del *e-textbook* para que contribuya al *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta. En este sentido proponemos (García-Hernández & González-Ramírez, 2019), para el diseño de objetos de aprendizaje interactivos y experimentales (OA-IE), tres unidades: la *unidad teórica*, la *unidad de experimentación* y la *unidad de evaluación*. Bajo este diseño instruccional estructuramos el *e-textbook* agregándole la *unidad de exploración*, para de esta forma potenciar el *engagement* y el rendimiento académico (García-Valcárcel & Tejedor, 2017; Kong et al., 2003; Reyes, 2016). Decidimos considerar estos criterios sobre la estructuración de OA-IE por las capacidades de estos recursos de potenciar la interacción, la retroalimentación y la evaluación automatizada.

Además, se tomaron como referentes diversas investigaciones que ponen en valor práctico el marco teórico de esta investigación. Colás-Bravo, Reyez-de Cózar y Conde-Jiménez (2018) establecen que el uso adecuado de las TIC, en ambientes interactivos y con características multimedia, genera *engagement* en el aprendizaje, de ahí la importancia de propiciar espacios para recursos multimedia en el *e-textbook*, donde no solo se tenga acceso a videos sino a aplicaciones móviles que propicien la motivación hacia el aprendizaje. Consideramos necesario destacar que el diseño del *e-textbook* pone en relevancia los criterios de García-Valcárcel y Tejedor (2018) sobre el trabajo colaborativo con

las TIC. Las tecnologías son recursos indispensables para mediar en las estrategias de aprendizaje de los estudiantes (García-Valcárcel & Tejedor, 2017).

El *e-textbook* permitió la realización de actividades gamificadas propiciando, de acuerdo con García y Cano (2018), una mayor satisfacción del alumnado. Por su parte De-Pablos, Colás-Bravo y González-Ramírez (2011) coinciden en que los entornos virtuales de aprendizaje son recursos que potencian el rendimiento académico y la satisfacción de los estudiantes. Vale señalar que en el diseño del *e-textbook* tuvimos en cuenta las características arrojadas por el estudio empírico. Estas características se corresponden con todos los ítems del cuestionario del Anexo 3.

9.4. Consideraciones finales de la Fase Evaluativa

9.4.1. Objetivo 5: Evaluar los efectos del *e-textbook* en el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta

Para proceder a utilizar el *e-textbook* elaborado se pasó a evaluar su calidad como objeto de aprendizaje. Todos los expertos calificaron al *e-textbook* como *Adecuado* o *Muy Adecuado*, por lo que cumple con las medidas de calidad como objeto de aprendizaje (Toll & Ril, 2013). Por tanto, es un software que puede ser utilizado, según el estudio empírico, en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Podemos concluir, luego de realizar el cuasi-experimento, que sí existen diferencias significativas entre la puntuación media obtenida en la evaluación pre y post-test en el Cuestionario para medir los niveles de *engagement* del alumnado con su aprendizaje de Matemática Discreta. Los estudiantes del grupo experimental realizaron un mayor *Esfuerzo* por superar la asignatura, coincidiendo con Reyes-de Cózar (2016). Los alumnos consideraron que la utilización del *e-textbook* propició una mejor comunicación con sus compañeros y profesores; además les motivó a vencer la asignatura.

Percibieron además una mayor *Retroalimentación* por parte de sus profesores tanto en sus dudas constantes como en la revisión de las evaluaciones. Esto coincide con los referentes teóricos sobre el tema y nos hace evidenciar empíricamente la importancia de la retroalimentación para el *engagement* de los estudiantes (Kyaruzi et al., 2019), potenciando la utilización de las posibilidades que ofrecen las TIC para contribuir al aprendizaje de los estudiantes (Amaya et al., 2017; De-Pablos,

2014). Vale destacar que, teniendo en cuenta la visión multinivel del *engagement* que defendemos desde los referentes teóricos, a nivel de aula se generó un mejor ambiente de aprendizaje (Pokorny, 2013). Las actividades en el aula se caracterizaron por una mejor gestión del profesor, propiciando una mediación tecnológica certera que elevó los niveles de *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta (De-Pablos, 2018).

El haber diseñado el *e-textbook* siguiendo los referentes teóricos estudiados, nos permitió obtener como resultado altos valores en las variables asociadas al estado emocional del estudiante. Tal y como establecen diversos investigadores (Klassen et al., 2013; Lee et al., 2019), variables motivacionales como el optimismo, el bienestar y la motivación son altas predictoras del *engagement*.

Con estos resultados podemos concluir que los estudiantes del grupo experimental encuentran mayor satisfacción con la adecuación didáctica de sus materiales de estudio de Matemática Discreta, específicamente la forma en que se expone el contenido matemático, la variabilidad de ejercicios a desarrollar, así como el nivel de dificultad, entre otros aspectos; lo que concuerda con nuestros referentes teóricos (Gil-Doménech & Berbegal-Mirabent, 2019; Matzakos & Kalogiannakis, 2017).

En cuanto a la capacidad de motivación, se logró que los estudiantes del grupo experimental percibieran la utilidad del aprendizaje que ofrece el *e-textbook*, su aplicación y la estimulación hacia el descubrimiento de nuevos conocimientos (Gueudet et al., 2018). Se propiciaron mejores niveles de bienestar e implicación con el aprendizaje (Buedo-Guirado et al., 2020; Colás-Bravo et al., 2018). Queda evidenciado, tal y como sugiere Reyes-de Cózar (2016), que al estudiante hay que plantearle retos y llevarlo a descubrir el conocimiento estimulando su compromiso con el aprendizaje.

Si consideramos la dimensión de la calidad tecnológica, se percibieron mayores niveles de interacción y de calidad tecnológica según el criterio de los estudiantes, lo cual contrasta de forma empírica con la teoría (Sombra et al., 2019; Warner et al., 2019). Al diseñar el *e-textbook* como un objeto de aprendizaje interactivo y experimental, como asumimos desde la teoría, permitimos altos niveles de interacción y retroalimentación (García-Hernández & González-Ramírez, 2019) lo que influyó en los elevados niveles de satisfacción del alumnado.

En resumen, sí existen diferencias significativas entre la puntuación media obtenida en la evaluación pre y post-test en el cuestionario para medir la satisfacción del alumnado con sus materiales de

estudio (Cuestionario 2) en el grupo que realiza el experimento. Lo que demuestra que el *e-textbook* es un recurso importante para generar un aprendizaje con elevados niveles de satisfacción (Ghaem et al., 2018; Gueudet et al., 2016; Mohammed & Ebied, 2015; Sun et al., 2012; West, 2019).

Podemos destacar, luego del procesamiento empírico, que existen diferencias significativas entre la puntuación media obtenida en la evaluación pre y post-test con el rendimiento académico en Matemática Discreta en el grupo que realiza el experimento. Este resultado confirma que la utilización de las tecnologías es un factor determinante en el rendimiento académico (Amaya et al., 2017; García-Hernández & González-Ramírez, 2020; Gueudet et al., 2018), específicamente cuando se utilizan materiales como el *e-textbook*, donde se propician altos niveles de interacción, experimentación y retroalimentación (Dobler, 2015; García-Hernández & González-Ramírez, 2019; Jao et al., 2005). Esto refuerza la teoría planteada por el Marco de Trabajo para el *Engagement* en las Matemáticas (Attard, 2014).

Se refuerza empíricamente la fuerte correlación que existe entre el rendimiento académico y el *engagement* hacia el aprendizaje de las matemáticas (García-Hernández & González-Ramírez, 2020; Lin et al., 2018; Putwain et al., 2018; Rylands & Shearman, 2018; Trenholm et al., 2019). Todo lo anterior pone en valor el marco teórico de esta investigación, contrastando de forma empírica los efectos positivos del diseño del *e-textbook* en el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta.

9.5. Implicaciones de la investigación

Confirmamos la importancia de la Matemática Discreta para los profesionales de la computación. No obstante, es insuficiente la utilización de las TIC en su proceso de enseñanza-aprendizaje, lo que aleja a los estudiantes de estas carreras del objeto de su profesión. Durante esta investigación mostramos la relevancia de realizar los estudios empíricos sobre rendimiento académico y *engagement* en Matemática Discreta.

Esta investigación ha propuesto dos cuestionarios que consideramos interesantes para la comunidad científica internacional:

- Cuestionario para conocer la satisfacción del alumnado con sus materiales de estudio de matemáticas.

- Cuestionario para determinar las características de un material de estudio para generar *engagement* en el aprendizaje de las matemáticas.

Esta investigación, además de los cuestionarios antes mencionados, posee tres aportes prácticos fundamentales:

- *E-textbook* para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática Discreta.
- Estructura de diseño del *e-textbook*, generalizable a otras materias y contextos.
- Libro de texto de Matemática Discreta en formato digital (.pdf) realizado íntegramente por el autor y el cual será presentado a editoriales académicas.

Estos aportes pueden ser utilizados en otras instituciones de Educación Superior y en otras investigaciones.

9.6. Limitaciones y prospectivas

9.6.1. Limitaciones

Queremos expresar, desde la prudencia y la humildad, que una adecuada discusión de esta investigación tiene que contar necesariamente con las limitaciones propias de un trabajo de este tipo, resultado directo de la interacción de una serie de factores concretos. En cuanto al diseño de los instrumentos, creemos que cumplen el objetivo para el que fueron diseñados, pero que son susceptibles de mejora en futuras versiones de los mismos. Las dimensiones pueden ser reconsideradas. Sería conveniente una futura depuración de los ítems de acuerdo a los resultados obtenidos en el análisis factorial; esto nos permitiría hallar factores más potentes, así como introducir nuevos elementos a partir del análisis realizado.

En cuanto al tamaño y característica de la muestra, consideramos que con el objetivo de poder realizar una transferencia de los hallazgos de esta investigación sería necesario aumentar el tamaño de la muestra y recoger información de diferentes universidades. Esto posibilitará aumentar el rigor y la transferibilidad de los resultados, además de permitir realizar análisis comparativos de alto interés científico.

Aunque se cumplió con el objetivo de evaluar los efectos del diseño del *e-textbook* en el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta, sería prudente realizar esta evaluación en más de un

tema de la asignatura y de ser posible en un curso completo. Esto permitirá aumentar la fortaleza empírica de los resultados obtenidos.

Hemos constatado la efectividad de utilizar recursos TIC de forma semipresencial, lo que posibilita la implicación del alumnado con su aprendizaje, potencia el trabajo autónomo y el desarrollo de estrategias de aprendizaje. No obstante, es insuficiente la competencia digital del profesorado para asumir la docencia con recursos tecnológicos avanzados; por tanto, un factor a tener en cuenta es la formación del profesorado.

Sería interesante ampliar la investigación con análisis cualitativos, esto reforzaría de forma empírica los resultados obtenidos.

9.6.2. Prospectivas

Son varias las líneas de investigación que este trabajo nos abre; en primer lugar, la necesidad de evaluar el *engagement* del profesorado de matemáticas, teniendo en cuenta que las acciones que realiza el profesor en el aula inciden directamente en el rendimiento académico de los estudiantes.

Resultó interesante en esta tesis observar la influencia de la gamificación en el *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta. Este estudio abre las puertas a una línea de investigación centrada en el diseño de actividades gamificadas para contribuir al aprendizaje de las matemáticas.

La representación insuficiente de niñas y mujeres en la ciencias, tecnologías, ingenierías y matemáticas (STEM) es un fenómeno mundial. Por lo que una línea de investigación que ampliaría este estudio sería la referente el impacto de la Tecnología Educativa en función del sexo de los estudiantes, y ver si su uso contribuye a disminuir la brecha de género en disciplinas STEM como las matemáticas y la informática.

9.7. Síntesis capitular

Quedó evidenciado en este capítulo que existe una fuerte correlación entre el *engagement* (EMD) y el rendimiento académico (RMD) en MD, resultado que posee evidencias teóricas y que ha sido contrastado de forma empírica. Tanto en el EMD como en el RMD influyen no solo variables del

estudiante, sino también variables a nivel de aula, que tienen relación con el accionar del profesorado. Entre estas variables destacan los materiales de estudio y la utilización de las tecnologías.

No obstante, existen bajos niveles de satisfacción con los materiales de estudio de MD. Dicha satisfacción tiene una relación directa con el EMD y con el RMD. Se discutió como un material de estudio, para generar *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta, debe tener en cuenta dimensiones como la capacidad de interacción y de exploración del contenido matemático, la relevancia del contenido y su capacidad de instrucción.

El *e-textbook* de MD se diseñó a partir de las características obtenidas en el estudio empírico y teniendo en cuenta cuatro unidades: unidad teórica, unidad de experimentación, unidad de evaluación y unidad de exploración. Fue elaborado con tecnologías de acceso abierto. Su utilización contribuye de manera significativa al *engagement* hacia el aprendizaje de la MD, a la satisfacción del alumnado con sus materiales de estudio y al rendimiento académico, dando por cumplido el objetivo general de esta investigación. Las limitaciones, implicaciones y prospectivas presentadas permiten mejorar la investigación y continuar su aplicación en otros contextos con el fin de transferir de forma adecuada los resultados obtenidos.

Difusión científica de la Tesis

Artículos científicos

Capítulos de libros

Aportaciones a congresos nacionales e internacionales

Premios

DIFUSIÓN CIENTÍFICA DE LA TESIS

Artículos científicos

- González-Ramírez, T., & García-Hernández, A. (2020). Estudio de los factores de estudiantes y aulas que intervienen en el "engagement" y rendimiento académico en Matemática Discreta. *Revista Complutense de Educación*, 31(2), 195-206. https://doi.org/10.5209/rced. 62011
- García-Hernández, Alién, & González-Ramírez, T. (2020). El rendimiento académico en Matemática Discreta: un estudio predictivo. *Atenas*, 1(49), 118-134.

Capítulos de libro

- García-Hernández, Alién, & González-Ramírez, T. (2019). Aprender matemáticas desde una perspectiva tecnopedagógica: objetos de aprendizaje interactivos y experimentales. En *Ciencia e innovación tecnológica* (pp. 21-30). EDACUN.

Aportaciones a congresos nacionales e internacionales

- García-Hernandéz, A., & Gonzalez-Ramirez, T. (2019). Variables predictivas del rendimiento académico en Matemática Discreta. *Reunión Latinoamericana de Matemática Educatica RELME*, La Habana, Cuba.
- García-Hernández, A., & González-Ramírez, T. (2018). Construction and validation of a questionnaire to assess student satisfaction with mathematics learning materials. *International Conference Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality 2018*. Salamanca, España. https://doi.org/10.1145/3284179.3284204

- García-Hernández, A., González-Ramírez, T. & González, R.A. (2018). Estado actual de la investigación sobre el aprendizaje de la Matemática Discreta. *Reunión Latinoamericana de Matemática Educatica RELME*, Medellín, Colombia.
- Amaya, D., García-Hernández, A., & Cañas, A. (2017). Perception on the contribution of Interactive and Experimental Learning Objects to the management of learning in Discrete Mathematics. *10th International Conference of Education, Research and Innovation*, 8926-8933.
- García-Hernandéz, A., & Gonzalez-Ramirez, T. (2017). Design and assessment of the impact of an e-textbook in the engagement towards the learning of Discrete Mathematcs. *International Conference Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality 2017*. Cádiz, España. https://doi.org/10.1145/3144826.3145443
- García-Hernandéz, A., & Gonzalez-Ramirez, T. (2017). La interactividad en la autonomía de la Matemática: Un estudio de caso en el Centro de Innovación y Calidad de la Educación. *Congreso Internacional Pedagogía 2017*, La Habana, Cuba.

Premios

- Premio del Rector de la Universidad de las Ciencias Informáticas al “Resultado científico de mayor aporte a la Educación” en el año 2019.

Referencias bibliográficas

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abadi, M. K., Cahya, E., & Jupri, A. (2017). The Development of Interactive Mathematics Learning Material Based on Local Wisdom [El desarrollo de material interactivo de aprendizaje de matemáticas basado en la sabiduría local]. *Journal of Physics: Conf. Series*, *895*, 1–6. https://doi.org/10.1088/1742-6596/895/1/012086

Abdul Gafoor, K., & Sarabi, M. (2015). Relating Difficulty in School Mathematics to Nature of Mathematics : Perception of High School Students from Kerala [Relacionando la dificultad en las matemáticas escolares con la naturaleza de las matemáticas: percepción de los estudiantes de secundaria de Kerala]. *National Conference on Mathematics Teaching-Approaches and Challenges.* Mysuru, India.. https://bit.ly/3hNHczS

Abu-Hilal, M. M., & Al-Abed, A. S. (2019). Relations among Engagement, Self-Efficacy, and Anxiety in Mathematics among Omani Students [Relaciones entre *engagement*, autoeficacia y ansiedad en matemáticas entre estudiantes omaníes]. *Electronic Journal of Research in Education Psychology*, *17*(48), 241–266. https://doi.org/10.25115/ejrep.v17i48.2182

ACM. (2020). *About the ACM Organization [Sobre la organización ACM].* https://bit.ly/2NjsT9q

ACM, IEEE, & AIS. (2005). *Computing Curricular 2005: The Overview Report [Currículo Computacional 2005: Informe general].* USA. https://bit.ly/2VmjeUf

Adams- Becker, S., Cummins, M., Davis, A., Freeman, A., Hall Giesinger, C., & Ananthanarayanan, V. (2017). *NMC Horizon Report:2017 Higher Education Edition [Informe Horizon NMC: Edición de Educación Superior 2017].* Austin: The New Media Consortium. bit.ly/37JCsYB.

Aizpurua, A., Lizaso, I., & Iturbe, I. (2018). Estrategias de aprendizaje y habilidades de razonamiento de estudiantes universitarios. *Revista de Psicodidáctica*, *23*(2), 1–7. https://doi.org/10.1016/j.psicod.2018.01.001

Akyuz, D., & Stephan, M. (2020). Co-teaching practices that build autonomy for students with learning disabilities in mathematics [Prácticas de co-enseñanza que fortalecen la autonomía de los estudiantes con dificultades de aprendizaje en matemáticas]. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1795286

Aldrich, F., Rogers, Y., & Scaife, M. (1998). Getting to grips with "interactivity": Helping teachers assess the educational value of CD-ROMs [Familiarizarse con la ïnteractividad": ayudar a los maestros a evaluar el valor educativo de los CD-ROM]. *British Journal of Educational Technology*, *29*(4), 321–332. https://bit.ly/2CthCkJ

Amaya, D., García-Hernández, A., & Cañas, A. (2017). Perception on the contribution of Interactive and Experimental Learning Objects to the management of learning in Discrete Mathematics [Percepción sobre la contribución de los Objetos de Aprendizaje Interactivos y Experimentales a la gestión del aprendizaje]. *10th International Conference of Education, Research and Innovation* (pp. 8926–8933). Seville, Spain.. https://doi.org/10.21125/iceri.2017.2487

Arancibia, M. L., Cabero, J., & Valdivia, I. (2019). Estudio comparativo entre docentes y estudiantes sobre aceptación y uso de tecnologías con fines educativos en el contexto chileno. *Apertura*, *11*(1), 104–119. https://doi.org/10.32870/Ap.v11n1.1440Estudio

Arrieta, M. (1998). Medios materiales en la enseñanza de la matemática. *Revista de Psicodidáctica*, *5*, 107–114. https://bit.ly/2Nh7JJc

Attard, C. (2012). Engagement with mathematics: What does it mean and what does it look like? [*Engagement* con las matemáticas: ¿Qué significa y cómo se ve?]. *Australian Primary Mathematics Classroom*, *17*(1), 9–13. https://bit.ly/2Z2QLDE

Attard, C. (2014). "I don't like it, I don't love it, but I do it and I don't mind": Introducing a framework for engagement with mathematics ["No me gusta, no la quiero, pero lo hago y no me importa": Introducción de un marco de trabajo para el *engagement* con las matemáticas] . *Curric. Perspect.*, *34*, 1–14. https://bit.ly/3kE46M4

Attard, C., & Holmes, K. (2020). "It gives you that sense of hope": An exploration of technology use to mediate student engagement with mathematics ["Te da esa senación de esperanza": Una exploración del uso de la tecnología para mediar el *engagement* de los estudiantes con las matemáticas]. *Heliyon*, *6*. https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2019.e02945

Attard, C., Ingram, N., Forgasz, H., Leder, G., & Grootenboer, P. (2016). Mathematics Education and the Affective Domain [La educación matemática y el dominio afectivo]. K. Makar, S. Dole, J. Visnovska, M. Goos, A. Bennison, & K. Fry (Eds.), *Research in Mathematics Education in Australasia 2012-2015* (pp. 73–96). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-10-1419-2

Baek, E. O., & Monaghan, J. (2013). Journey to textbook affordability : An investigation of students use of eTextbooks at multiple campuses [Viaje a la asequibilidad de los libros de texto: una investigación del uso de libros de texto electrónicos por parte de los estudiantes en varios campus]. *International Review of Research in Open an Distance Learning*, *4*(3), 1–26. https://bit.ly/2YlzV45

Baker-Eveleth, L., & Stone, R. W. (2016). Usability, expectation, confirmation, and continuance intentions to use electronic textbooks [Facilidad de uso, expectativa, confirmación e intenciones de continuidad para usar libros de texto electrónicos]. *Behaviour & Information Technology*, *34*(10), 992–1004. https://doi.org/10.1080/0144929X.2015.1039061

Barrios, M. A. (2014). *Factores Asociados al Engagement Académico en Entornos Virtuales de Formación* (Tesis de Maestría no publicada). Universidad de Sevilla.

Bartlett, M. S. (1950). Test of significance in factor analysis[Prueba de significación en en análisis factorial]. *Br J Psychol*, *3*, 77–85. https://doi.org/10.1111/j.2044-8317.1950.tb00285.x

Bassi, F. (2019). Students'satisfaction in higher education: the role of practices, needs and beliefs of teachers [Satisfacción de los estudiantes en la educación superior: el papel de las prácticas, necesidades y creencias de los docentes]. *Quality Assurance in Education*, *27*(1), 56–69. https://doi.org/10.1108/QAE-05-2018-0061

Bean, J. P., & Bradley, R. K. (1986). Untangling the Satisfaction-Performance Relationship for College Students [Desenredando la relación satisfacción-desempeño para estudiantes universitarios]. *The Journal of Higher Education*, *57*(4), 393. https://doi.org/10.2307/1980994

Bentler, P. M. (1990). Comparative Fit Indexes in Structural Models [Índice de ajuste comparativo de modelos estructurales]. *Psychological Bulletin*, *107*(2), 238–246. http://dx.doi.org/10.1037/0033-2909.107.2.238

Betteridge, J., Davenport, J. H., Freitag, M., Heijtjes, W., Kynaston, S., Sankaran, G., & Trausttason, G. (2019). Teaching of Computing to Mathematics Students: Programming and Discrete

Mathematics [Enseñanza de la informática a estudiantes de matemáticas: Programación y Matemáticas Discretas]. *3erd Conference on Computing Education Practice.* Durham, England. https://doi.org/10.1145/3294016.3294022

Bicer, A., & Capraro, R. M. (2019). Mathematics achievement in the secondary high school context of STEM and non-STEM schools [Logro matemático en el contexto de la escuela secundaria secundaria de escuelas STEM y no STEM]. *School Science and Mathematics*, *119*(2), 61–71. https://doi.org/10.1111/ssm.12321

Bikar, S., Marziyeh, A., & Pourghaz, A. (2018). Affective Structures among Students and its Relationship with Academic Burnout with Emphasis on Gender [Estrcuturas afectivas entre los estudiantes y sus relaciones con el *burnout* académico con énfasis en el género]. *International Journal of Instruction*, *11*(1), 183-194. https://doi.org/10.12973/iji.2018.11113a

Bird, J. (2006). *Engineering Mathematics [Matemáticas para Ingenierías]* (8th ed.). Taylor & Francis Ltd. https://bit.ly/3fLLh7i

Bjorner, A., & Stanley, R. (2010). *Combinatorial Miscellanea [Miscelánea combinatoria]*. https://doi.org/10.2307/2309463

Blanco, D. (2015). *Sistema de actividades para el tratamiento de las relaciones interdisciplinarias desde la Matemática Discreta* (Tesis de maestría). Universidad de la Habana.

Blanco, S. A. (2018). Active Learning in a Discrete Mathematics Class [El aprendizaje activo en una clase de Matemáticas Discretas]. *49th ACM Technical Symposium on Computer Science* (p. 828-833). Baltimore, USA. https://doi.org/10.1145/3159450.3159604

Bond, M., & Bedenlier, S. (2019). Facilitating Student Engagement Through Educational Technology: Towards a Conceptual Framework [Facilitar el *engagement* de los estudiantes a través de la tecnología educativa: hacia un marco conceptual]. *Journal of Interactive Media in Education*, *2019*(1), 1–14. https://doi.org/10.5334/jime.528

Bond, M., Buntins, K., Bedenler, S., Zawacki-Richter, O., & Kerres, M. (2020). Mapping research in student engagement and educational technology in higher education: a systematic evidence map [Mapeo de la investigación sobre el *engagement* de los estudiantes y la tecnología educativa en la educación superior: un mapeo sistemático de evidencias]. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, *20*(2), 1-30. https://bit.ly/36peFyF

Bond, M., Zawacki-Richter, O., & Nichols, M. (2018). Revisiting five decades of educational

technology research: A content and authorship analysis of the British Journal of Educational Technology [Revisando cinco décadas de investigación educativa: un análisis de contendio y autoría del British Journal of Educational Technology]. *British Journal of Educational Technology*, *50*(1), 1-52. https://doi.org/10.1111/bjet.12730

Bradford, G. R. (2011). A relationship study of student satisfaction with learning online and cognitive load : initial results [Un estudio de la relación de la satisfacción del estudiante con el aprendizaje en línea y la carga cognitiva: resultados iniciales]. *The Internet and Higher Education*, *34*(1), 217–226. https://doi.org/10.1016/j.iheduc.2011.05.001

Breen, C., Carr, M., & Prendergast, M. (2015). Investigating the engagement of mature students with mathematics learning support [Investigar el *engagement* de los estudiantes maduros con el apoyo al aprendizaje de las matemáticas]. *Teaching Mathematics and its Applications*, *34*(1), 16–25. https://doi.org/10.1093/teamat/hru027

Brualdi-Timmins, A. C. (1998). Classroom questions [Preguntas en el aula]. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, *6*(6). https://doi.org/10.7275/05rc-jd18

Brunet, D. P., Bates, M. L., Gallo, J. R., & Strother, E. A. (2011). Incoming dental studentséxpectations and acceptance of an electronic textbook program [Expectativas entrantes de los estudiantes de odontología y aceptación de un programa de libros de texto electrónicos]. *Journal of Dental Education*, *75*(5), 646–652. https://bit.ly/2Z2AK0N

Buedo-Guirado, C., Rubio, L., Dumitrache, C. G., & Romero-Coronado, J. (2020). Active Aging Program in Nursing Homes: Effects on Psychological Well-being and Life Satisfaction [El envejecimiento activo en residencias para personas mayores: su efecto en el bienestar psicológico y la satisfacción vital]. *Psychosocial Intervention*, *29*(1), 49–57. https://doi.org/10.5093/pi2019a18

Bundsgaard, J., & Hansen, T. I. (2011). Evaluation of learning materials: a holistic framework [Evaluación de materiales de aprendizaje: un marco de trabajo holístico]. *Journal of Learning Design*, *4*(4), 31–44. http://dx.doi.org/10.5204/jld.v4i4.87

Bywater, J., Chiu, J., Hong, J., & Sankaranarayanan, V. (2019). The Teacher Responding Tool: Scaffolding the teacher practice of responding to student ideas in mathematics classrooms [La herramienta de respuesta del maestro: andamiando la práctica del maestro de responder a las ideas de los estudiantes en las aulas de matemiática]. *Computers & Education*, *139*, 16–30. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2019.05.004

CAB. (2019). *Convenio Andrés Bello de Integración Educativa, Científica, Tecnológica y Cultural.* https://bit.ly/2V2GUNe

Cabero, J. (2012). Las redes sociales en el entramado educativo de la web 2.0. E. Navas (Ed.), *Web 2.0. Innovación e investigación educativa* (Vol. 20, pp. 231–231). Universidad Metropolitana.

Cabero, J. (2015). Reflexiones educativas sobre las tecnologías de la información y la comunicación (TIC). *CEF*, *1*, 19–27. https://bit.ly/2YoZtxa

Cai, S., Liu, E., Shen, Y., Liu, C., Li, S., & Shen, Y. (2019). Probability learning in mathematics using augmented reality: impact on student's learning gains and attitudes [Aprendizaje probabilístico en matemáticas usando realidad aumentada: impacto en las aptitudes y el aprendizaje de los estudiantes]. *Interactive Learning Environments*, *28*(5), 560–573. https://doi.org/10.1080/10494820.2019.1696839

Cakir, H. (2013). Use of blogs in pre-service teacher education to improve student engagement [Uso de blogs en la formación del profesorado para mojorar el *engagement* de los estudiantes]. *Computers & Education*, *68*, 244–252. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2013.05.013

Campbell, D. T., & Stanley, J. C. (1966). *Experimental and quasi-experimental designs for research* [Diseños experimentales y cuasi-experimentales para la investigación]. Chicago: Rand-McNally.

Carmichael, C., Muir, T., & Callingham, R. (2017). The impact of within-school autonomy on students 'goal orientations and engagement with mathematics [El impacto de la autonomía dentro de la escuela en las orientaciones de objetivos de los estudiantes y el engagement con las matemáticas]. *Mathematical Educational Research Journal*, 219–236. https://doi.org/10.1007/s13394-017-0200-z

Carrasco, T., Del-Castillo, A., Ansola, E., & Carlos, E. (2012). Desarrollo de habilidades matemáticas para el uso de las tecnologías. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1407–1414). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. https://bit.ly/33Kw7dO

Casado, R. (2001). *El aprovechamiento de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) para la creación de redes de aprendizaje colaborativo: La experiencia de Telefónica.* https://bit.ly/3dofTds

Castellanos, V., Latorre, D., Mateus, S., & Navarro, C. (2017). Modelo Explicativo del Desempeño Académico desde la Autoeficacia y los Problemas de Conducta. *Revista Colombiana de*

Psicología, *26*(1), 149–161. https://doi.org/10.15446/rcp.v26n1.56221

Castellanos, Y. (2015). *Gestión del conocimiento en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática Discreta* (Tesis de maestría). Universidad de la Habana.

Castro, F. (2014). *Estrategia metodológica para favorecer las relaciones interdisciplinarias entre las asignaturas Álgebra Lineal y Matemática Discreta I en la Universidad de las Ciencias Informáticas* (Tesis de maestría). Universidad de la Habana.

Chang-Hyun, J. (2014). Adoption of e-book among college students: The perspective of an integrated TAM [Adopción de libros electrónicos entre estudiantes universitarios: la perspectiva de un TAM integrado]. *Computers in Human Behavior*(41), 471–477. http://dx.doi.org/10.1016/j.chb.2014.09.056

Chaparro, A., González, C., & Caso, J. (2015). Familia y rendimiento académico: configuración de perfiles estudiantiles en secundaria. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, *18*(1), 1–17. https://bit.ly/3dipzpO

Chen, B., Gritzmann, P., & Martello, S. (2017). Combinatorial optimization: theory, computation, and applications [Optimización combinatoria: teoría, computación y aplicaciones]. *Discrete Applied Mathematics*, *2017*(1), 1–2. https://doi.org/10.1016/j.dam.2016.10.011

Chen, T. Y., Wei, H. W., Cheng, Y. C., Leu, J. S., Shih, W. K., & Hsu, N. I. (2015). Integrating an e-book software with vector graphic technology on cloud platform [Integrando un software de libros electrónicos con tecnología de gráficos vectoriales en la plataforma en la nube]. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*(176), 1012–1019. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.572

Chesser, W. D. (2011). The e-textbook revolution [La revolución de los libros de texto electrónicos]. *The No Shelf Required Guide to E-book Purchasing* (Vol. 47, pp. 28–40). ALA TechSource. https://bit.ly/313OwTm

Chirino, D. (2015). *Propuesta didáctica desarrolladora para contribuir a la independencia cognoscitiva de los estudiantes desde el Proceso de Enseñanza-Aprendizaje de la Matemática Discreta* (Tesis de maestría). Universidad de la Habana.

Christoph, G., Goldhammer, F., Zylka, J., & Hartig, J. (2015). Adolescents'computer performance: The role of self-concept and motivational aspects [El rendimiento computacional de los adolescentes: El rol de los aspectos motivacionales y autoconceptuales]. *Computers & Education*, *81*(1), 1–12. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2014.09.004

Cinches, M. F., Russell, R. L., Chavez, J. C., & Ortiz, R. O. (2017). Student engagement: Defining teacher effectiveness and teacher engagement [*Engagement* del estudiante: definición de efectividad y *engagement* del maestro]. *Journal of Institutional Research South East Asia*, *15*(1), 5–19. https://bit.ly/2YZxKls

Cohen, R., & Kelly, A. (2019). Mathematics as a factor in community college STEM performance, persistence, and degree attainment [Las matemáticas como un factor en el rendimiento, la persistencia y el logro del título en las disciplinas STEM de los colegios comunitarios]. *Journal of Research in Science Teaching*, *57*(2), 1–29. https://doi.org/10.1002/tea.21594

Colás-Bravo, P., De-Pablos, J., González-Ramírez, T., Conde-Jiménez, J., González-Pérez, A., & Contreras-Rosado, J. (2014). La mejora del *engagement* en la universidad: la e-orientación como contribución a una Europa inclusiva. *I Congreso Internacional del Desarrollo de los Alumnos en la Escuela: Persepectivas desde la Psicología Educativa.* https://bit.ly/31b0Qky

Colás-Bravo, P., Réyes, S., & Conde, J. (2015). El uso de las nuevas tecnologías en las aulas como factor predictivo del *engagement* en los estudios. *XXIII Jornadas Universitarias de Tecnología Educativa.* https://bit.ly/3hNMRqU

Colás-Bravo, P., Reyes, S., & Conde-Jiménez, J. (2018). Los usos de las TIC en las aulas como factor predictivo del estado emocional de los estudiantes. *Revista Qurriculum*, *31*(junio 2018), 9–30. https://doi.org/10.25145/j.qurricul.2018.31.001

Connor, R., Travis, G., Peace, K. M., Propper, B. W., Hale, D. F., Alseidi, A. A., & Vreeland, T. J. (2020). Using technology to maintain the education of residents during the COVID-19 pandemia [El uso de la tecnología para mantener la educación de los residentes durante la pandemia de COVID-19]. *Journal of Surgical Education*, *77*(4), 729–732. https://doi.org/10.1016/j.jsurg.2020.03.018

Contreras, J. (2015). *Procesos de e-tutorización y su impacto en el engagement del alumnado universitario. Un diseño microgenético* (Tesis Doctoral). Universidad de Sevilla. bit.ly/31akoG5.

Cozad, L. E., & Riccomini, P. J. (2016). Effects of digital-based math fluency interventions on learners with math difficulties: A review of the literature [Efectos de las intervenciones digitales de fluidez matemática en estudiantes con dificultades matemáticas: Una revisión de la literatura]. *The Journal of Special Education Apprenticeship*, *5*(2), 12–2016. https://bit.ly/311xSUu

Daniel, D., & Douglas, W. (2013). E-textbooks at what cost? Performance and use of electronic v. print texts [¿*E-textbooks* a qué costo? Rendimiento y uso de *e-textbooks* contra textos impresos]. *Computers & Education*, *62*(2013), 18–23. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2012.10.016

Deakin, R. (2012). Deep engagement as a complex system: Identity, learning power and authentic enquiry [*Engagement* profundo como un sistema complejo: Identidad, poder de aprendizaje e investigación auténtica]. *Handbook of research on student engagement* (pp. 675–694). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-2018-7_32

de Barba, P. G., Malekian, D., Oliveira, E. A., Bailey, J., Ryan, T., & Kennedy, G. (2020). The importance and meaning of session behaviour in a MOOC [La importancia y el significado del comportamiento de la sesión en un MOOC]. *Computers & Education*, *146*, 13772. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2019.103772

De-Boer, B., Hoek, J., & Kudina, O. (2018). Can the technological mediation approach improve technology assessment ? A critical view from "within"[¿Puede el enfoque de mediación tecnológica mejorar la evaluación tecnológica? Una vista crítica desde "dentro"]. *Journal of Responsible Innovation*, 1–17. https://doi.org/10.1080/23299460.2018.1495029

Deci, E. L., & Ryan, R. M. (2000). The “What” and “Why” of goal pursuits: Human needs and the self-determination of behavior [El “qué” y el “ por qué” de la búsqueda de objetivos: las necesidades humanas y la autodeterminación del comportamiento]. *Psychological Inquiry: An International Journal for the Advancement of Psychological Theory*, *11*(4), 227–268. https://doi.org/10.1016/j.econlet.2019.108850

Delaney, J. M., & Devereux, P. J. (2020). Math matters! The importance of mathematical and verbal skills for degree performance [¡Las matemáticas son importantes! La importancia de las habilidades matemáticas y verbales para el rendimiento académico]. *Economics Letters*, *186*, 1-5. https://doi.org/10.1016/j.econlet.2019.108850

De-Pablos, J. (2014). El marco del impacto de las Tecnologías de la Información. Herramientas conceptuales para interpretar la mediación tecnológica educativa. *Revista Telos*, 1–8. https://bit.ly/32RvCzB

De-Pablos, J. (2018). Las tecnologías digitales y su impacto en la Universidad . Las nuevas mediaciones. *Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, *21*(2), 83–95. https://doi.org/10.5944/ried.21.2.20733

De-Pablos, J., Colás, P., & González-Ramírez, T. (2010). Factores facilitadores de la innovación con TIC en los centros escolares. Un análisis comparativo entre diferentes políticas educativas autonómicas. *Revista de Educación*(352), 23–51. https://bit.ly/2PgREnP

De-Pablos, J., Colás-Bravo, P., & González-Ramírez, T. (2011). La enseñanza universitaria apoyada en plataformas virtuales. Cambios en las prácticas docentes: el caso de la Universidad de Sevilla. *Estudios sobre Educación*, *20*, 23–48. https://bit.ly/3mQfrKR

Django Software Foundation. (2019). *Django Project.* https://bit.ly/2FSXTwP

Dobler, E. (2015). E-textbooks: A personalized learning experience or a digital distraction? [*E-textbooks*: ¿Una experiencia de aprendizaje personalizada o una distracción digital?]. *Journal of Adolescent and Adult Literacy*, *58*(6), 482–491. https://doi.org/10.1002/jaal.391

Doruk, M., & Kaplan, A. (2015). Prospective mathematics teachers'difficulties in doing proofs and causes of their struggle with proofs [Las posibles dificultades de los profesores de matemáticas para realizar demostraciones y las causas de su lucha con las demostraciones]. *Bayburt University Journal of Education Faculty*, *10*(2), 315–328. https://bit.ly/3ely4Sh

Durán, M. C., Hernández, R., Varela, V. M., & Quezada, A. C. (2018). Importancia de las TIC en las aulas de UACyA Sur, como parte del proceso Enseñanza-Aprendizaje. *EDUCATECONCIENCIA*, *19*(20), 216–236. https://bit.ly/3ew2hyc

Durksen, T. L., Way, J., Bobis, J., Anderson, J., Skilling, K., & Martin, A. J. (2017). Motivation and engagement in mathematics: a qualitative framework for teacher-student interactions [Motivación y engagement en las matemáticas: un marco cualitativo para las interacciones profesor-alumno]. *Mathematical Educational Research Journal*, *29*, 163–181. https://doi.org/10.1007/s13394-017-0199-1

Elias, E., Phillips, D., & Luechtefeld, M. (2012). E-books in the classroom: A survey of students and faculty at a school of pharmacy [Libros electrónicos en el aula: una encuesta de estudiantes y profesores en una escuela de farmacia]. *Currents in Pharmacy Teaching and Learning*, *4*, 262–266. https://doi.org/10.1016/j.cptl.2012.05.009

Escueta, M., Quan, V., Nickow, A. J., & Oreopoulus, P. (2018). Education Technology: An evidence-based review [Tecnología educativa: una revisión basada en evidencia]. *NBER Working Paper Series*, *23744*, 1–102. https://doi.org/10.1093/ntr/ntx053

Ezeudu, F. O., Attah, F. O., Onah, A. E., Nwangwu, T. L., & Nnadi, E. M. (2019). Intervention for burnout among postgraduate chemistry education students [Intervención para el *burnout*

entre estudiantes de postgrado de educación química]. *Journal of International Medical Research*, *48*(1), 1–6. https://doi.org/10.1177/0300060519866279

Fernández, A. (2006). La importancia de ser llamado "libro de texto". Hegemonía y control del currículum en el aula. *Educación, Lenguaje y Sociedad*, *4*(4), 181–190. https://bit.ly/3fOgSVU

Figueira-Sampaio, A., Santos, E. E., Carrijo, G., & Cardoso, A. (2013). Survey of Mathematics Practices with Concrete Materials Used in Brazilian Schools [Encuesta de prácticas matemáticas con materiales concretos utilizados en escuelas brasileñas]. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *93*, 151–157. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.09.169

Fiorella, L., Kuhlmann, S., & Vogel-Walcutt, J. J. (2019). Effects of Playing an Educational Math Game That Incorporates Learning by Teaching [Efectos de jugar un juego educativo de matemáticas que incorpora el aprendizaje mediante la enseñanza]. *Journal of Educational Computing Research*, *57*(6), 1495–1512. https://doi.org/10.1177/0735633118797133

Foster, A., & Shah, M. (2015). The Play Curricular Activity Reflection Discussion Model for Game-Based Learning [El Modelo de Discusiión de Reflexiión de la Actividad Curricular del Juego para el aprendizaje basado en juegos]. *Journal of Research on Technology in Education*, *47*(2), 71–88. https://doi.org/10.1080/15391523.2015.967551

Fraillon, J., Ainley, J., Schulz, W., Friedman, T., & Gebhardt, E. (2014). *Preparing for life in a digital age: The IEA international computer and information literacy study international report* [Preparándose para la vida en la era digital: Informe internacional del Estudio Internacional de Alfabetización Informática y Computación de la IEA]. https://bit.ly/2G7oaqU

Fredricks, J., & McColskey, W. (2012). The measurement of student engagement: A comparative analysis of various methods and student self-report instruments [La medición del *engagement* de los estudiantes: un análisis comparativo de varios métodos e instrumentos de autoinforme de los estudiantes]. S. L. Christenson, C. Wylie, & A. L. Reschly (Eds.), *Handbook of Research on Student Engagement* (pp. 763–782). New York.: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-2018-7

Fredricks, J. A., Blumenfeld, P. C., & Paris, A. H. (2004). School engagement: potential of the concept, state of the evidence [*Engagement* escolar: potencial de concepto, estado de la evidencia]. *Review of Educational Research*, *74*(1), 59–109. https://bit.ly/33QKPjz

Gafoor, K., & Kurukkan, A. (2015). Why High School Students Feel Mathematics Difficult? An Exploration of Affective Beliefs [¿Por qué los estudiantes de secundaria sienten las matemáticas difíciles? Una exploración de creencias afectivas]. *UGC Sponsored National Seminar on Pedagogy of Teacher Education Trends and Challenges* (pp. 1–6). https://bit.ly/37OLqE7

Gallar, Y., Rodríguez, I., & Barrios, E. (2015). La mediación con las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Educación Superior. *Didasc@lia:Didáctica y Educación*, *VI*(6), 155–164. https://bit.ly/3dmDBXu

Gallego-Arrufat, M. J. (2014). Tendencias y retos de la Investigación en Tecnología Educativa. *Revista de Educación Mediática y TIC*, *3*(2), 3-6. https://bit.ly/3iDHkT1

Garbanzo, G. (2014). Factores asociados al rendimiento académico tomando en cuenta el nivel socioeconómico: Estudio de regresión múltiple en estudiantes universitarios. *Revista Electrónica Educare*, *18*(1), 119–154. https://bit.ly/2AMRYqV

García, I., & Cano, E. (2018). A computer game for teaching and learning algebra topics at undergraduate level [Un juego de computadora para la enseñanza y el aprendizaje de temas de álgebra en el nivel de pregrado]. *Computer Applications in Engineering Education*, *26*(2), 326–340. https://doi.org/10.1002/cae.21887

García-Hernández, A. (2014). *Estrategia metodológica para la elaboración y utilización de objetos de aprendizaje interactivos y experimentales en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática Discreta en la Universidad de las Ciencias Informáticas.* (Tesis Doctoral no publicada). Universidad de la Habana.

García-Hernández, A., & González-Ramírez, T. (2017). Design and evaluation of the impact of an e-textbook in the engagement for the learning of Discrete Mathematics [Diseño y evaluación del impacto de un *e-textbook* en el engagement hacia el aprendizaje de las Matemáticas Discretas]. *5th International Conference Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality* (p. 7). Seville, Spain.: ACM. https://doi.org/10.1145/3144826.3145443

García-Hernández, A., & González-Ramírez, T. (2018). Construction and validation of a questionnaire to assess student satisfaction with mathematics learning materials [Construcción y validación de un cuestionario para evaluar la satisfacción de los estudiantes con sus materiales de estudio de matemática]. *ACM International Conference Proceeding Series.* Salamanca, Spain.. https://doi.org/10.1145/3284179.3284204

García-Hernández, A., & González-Ramírez, T. (2019). Aprender matemáticas desde una perspectiva tecnopedagógica: objetos de aprendizaje interactivos y experimentales. *Ciencia e Innovación Tecnológica* (pp. 21–30). EDACUN. https://bit.ly/2UZfBmE

García-Hernández, A., & González-Ramírez, T. (2020). El rendimiento académico en Matemática Discreta: un estudio predictivo. *Atenas*, *1*(49), 118–134. https://bit.ly/3fIgMyW

García-Valcárcel, A., & Caballero-González, Y. (2019). Robotics to develop computational thinking in early Childhood Education [Robótica para desarrollar el pensamiento computacional en la Educación Infantil]. *Comunicar*, *59*, 63–72. https://doi.org/10.3916/C59-2019-06

García-Valcárcel, A., & Tejedor, F. (2017). Percepción de los estudiantes sobre el valor de las TIC en sus estrategias de aprendizaje y su relación con el rendimiento. *Educación XX1*, *20*(2), 137–159. https://doi.org/10.5944/educXX1.13447

García-Valcárcel, A., & Tejedor, F. (2018). Valoración del trabajo colaborativo en los procesos de enseñanza-aprendizaje en entornos escolares con alto nivel TIC. *Estudios sobre Educación*, *34*, 155–176. https://doi.org/10.15581/004.34.155-175

Gates, B. (1996). *The road ahead [Camino al futuro]* (Second Edi ed.). https://bit.ly/2NiOLSq

Gbollie, C., & Keamu, H. (2017). Student Academic Performance : The Role of Motivation , Strategies , and Perceived Factors Hindering Liberian Junior and Senior High School Students Learning [Rendimiento académico de los estudiantes: el papel de la motivación, las estrategias y los factores percibidos que obstaculizan el aprendizaje de los estudiantes de las escuelas secundarias y preparatorias de Liberia] . *Education Research International*, *2017*, 1–12. https://doi.org/10.1155/2017/1789084

Gerup, J., Soerensen, C., & Dieckmann, P. (2020). Augmented reality and mixed reality for healthcare education beyond surgery: an integrative review [Realidad aumentada y realidad mixta para la educación sanitaria más allá de la cirugía: una revisión integradora]. *International Journal of Medical Education*, *11*, 1–18. https://doi.org/10.5116/ijme.5e01.eb1a

Gevrek, Z. E., Gevrek, D., & Neumeier, C. (2020). Explaining the gender gaps in mathematics achievement and attitudes: The role of societal gender equality [Explicar las brechas de género en el rendimiento y las actitudes en matemáticas: el papel de la igualdad de género en la sociedad]. *Economics of Education Review*, *76*. https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2020.101978

Ghaem, H., Logghe, S., Verborgh, R., de Neve, W., Salliau, F., Mannens, E., ... Schuurman, D. (2018). Hybrid e-textbooks as comprehensive interactive learning environments [*E-textbooks* híbridos como entornos de aprendizaje interactivos globales]. *Interactive Learning Environments*, *26*(4), 486–505. https://doi.org/10.1080/10494820.2017.1343191

Gil-Doménech, D., & Berbegal-Mirabent, J. (2019). Stimulating students engagement in mathematics courses in non-STEM academic programmes: A game-based learning [Estimular el *engagement* de los estudiantes en cursos de matemáticas en programas académicos no STEM: Un aprendizaje basado en juegos]. *Innovations in Education and Teaching International*, *56*(1), 57–65. https://doi.org/10.1080/14703297.2017.1330159

Gladstone, J., Häfner, I., Turci, L., Kneißler, H., & Muenks, K. (2018). Associations between parents and students'motivational beliefs in mathematics and mathematical performance: The role of gender [Asociaciones entre los padres y las creencias motivacionales de los estudiantes en matemáticas y rendimiento matemático: el papel del género]. *Contemporary Educational Psychology*, *54*, 221–234. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2018.06.009

Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2015). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para maestros* (J. Godino, Ed.). Granada: Universidad de Granada. https://bit.ly/3hKI35D

Goldhammer, F., Gniewosz, G., & Zylka, J. (2016). ICT engagement in learning environments [*Engagement* tecnológico en entornos de aprendizaje]. S. Kuger (Ed.), *Assessing Contexts of Learning. Methodology of Educational Measurement and Assessment* (pp. 331–351). Switzerland: Springer International Publishing. https://bit.ly/3mlWwl4

Goldin, G. (2018). Discrete Mathematics and the Affective Dimension of Mathematical Learning and *Engagement* [Matemáticas Discretas y la dimensión afectiva del *engagement* y el aprendizaje matemático]. E. Hart & J. Sandefur (Eds.), *Teaching and Learning Discrete Mathematics Worldwide: Curriculum and Research* (pp. 53–65). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-70308-4_4

Golding, C. (2014). The educational design of textbooks: a text for being interdisciplinary [El diseño educacional de *e-textbooks*: un texto para ser interdisciplinario]. *Higher Education Research & Development*, *33*(5), 921–934. http://dx.doi.org/10.1080/07294360.2014.890573

Goldstein, H. (1987). *Multilevel models in educational and social research* [Modelos multinivel en la investigación social y educativa]. New York: Oxford University Press.

González, A., & Valenzuela, J. (2016). Factores motivacionales y construcción de aspiraciones de estudiantes universitarios: evidencia desde un contexto chileno. *Revista de Pedagogía*, *37*(100), 111–134. https://bit.ly/2NePYKi

González-Ramírez, T. (2000). Metodología para la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas. *Revista de Investigación Educativa*, *18*(1), 175–199. https://bit.ly/3hO1Gtr

González-Ramírez, T., & García-Hernández, A. (2020). Estudio de los factores de estudiantes y aulas que intervienen en el "engagement" y rendimiento académico en Matemática Discreta. *Revista Complutense de Educación*, *31*(2), 195–206. https://doi.org/10.5209/rced.62011

González-Ramírez, T., & Reyes, S. (2015). Características de las aulas universitarias que generan *engagement* desde la perspectiva de los estudiantes. *Investigar con y para la sociedad* (Vol. 2, pp. 701–713). https://bit.ly/3epeyUL

Goodenow, C., & Grady, K. (1993). The Relationship of School Belonging and Friends Values to Academic Motivation Among Urban Adolescent Students [La relación de pertenencia escolar y los valores de los amigos con la motivación académica entre los estudiantes adolescentes urbanos]. *The Journal of Experimental Education*, *62*(1), 60–71. https://doi.org/10.1080/00220973.1993.9943831

Gopal, K., Salim, N., & Ayub, A. (2014). Perceptions of Learning Mathematics among Lower Secondary Students in Malaysia: Study on Students Engagement using Fuzzy Conjoint Analysis [Percepciones del aprendizaje de las matemáticas entre los estudiantes de secundaria inferior en Malasia: estudio sobre el *engagement* de los estudiantes mediante el análisis de conjuntos difusos]. *Malaysian Journal of Mathematical Sciences*, *13*(2), 165–185. https://bit.ly/2V6exxy

Gorsuch, R. L. (1997). Exploratory factor analysis: its role in item analysis [Análisis factorial exploratorio: su papel en el análisis de ítems]. *J Pers Asses*, *68*, 532–560. https://bit.ly/3mMqzZO

Gu, X., Wu, B., & Xu, X. (2015). Design, development, and learning in e-textbooks: what we learned and where we are going [Diseño, desarrollo y aprendizaje en *e-textbooks*: lo que aprendimos y hacia dónde vamos]. *Journal of Computers in Education*, *2*(1), 25–41. https://doi.org/10.1007/s40692-014-0023-9

Gueudet, G., Pepin, B., Restrepo, A., Sabra, H., & Trouche, L. (2018). E-textbooks and Connectivity:

Proposing an Analytical Framework [*E-textbooks* y conectividad: propuesta de un marco analítico]. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *16*(3), 539–558. https://doi.org/10.1007/s10763-016-9782-2

Gueudet, G., Pepin, B., & Sabra, H. (2016). Collective design of an e-textbook : teachers collective documentation [Diseño colectivo de un *e-textbook*: documentación colectiva de profesores]. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *19*(2), 187–203. https://doi.org/10.1007/s10857-015-9331-x

Gustiani, I., Widodo, A., & Suwarma, I. (2017). Development and Validation of Science, Technology, Engineering and Mathematics (STEM) based Instructional Material [Desarrollo y validación de materiales educativos basados en ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas (STEM)]. *AIP Conference Proceedings* (Vol. 060001). AIP Publishing. https://doi.org/10.1063/1.4983969

Hadar, L. L. (2017). Studies in Educational Evaluation Opportunities to learn : Mathematics textbooks and students achievements [Estudios en evaluación educativa, oportunidades para aprender: libros de texto de matemáticas y logros de los estudiantes]. *Studies in Educational Evaluation*, *55*(May), 153–166. https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2017.10.002

Hair, J., Anderson, R., Tatham, R., & Black, W. (2014). *Multivariate data analysis* [Análisis multivariado de datos] (Seventh Ed ed.). Harlow: Pearson Education Limited.

Handley, M., Schillinger, D., & Shiboski, S. (2011). Quasi-experimental designs in practice-based research settings: Design and implementation considerations [Diseños cuasi-experimentales en entornos de investigación basados en la práctica: consideraciones de diseño e implementación]. *Journal of the American Board of Family Medicine*, *24*(5), 589–596. https://doi.org/10.3122/jabfm.2011.05.110067

Hansen, T., & Gissel, S. (2017). Quality of learning materials [Calidad de los materiales de estudio]. *IARTEM e-Journal*, *9*(1), 122–141. https://bit.ly/33VtWGm

Hao, Y., & Jackson, K. (2014). Student satisfaction toward e-textbooks in higher education [Satisfacción de los estudiantes hacia los *e-textbooks* en la educación superior]. *Journal of Science and Technology Policy Management*, *5*(3), 231–246. https://doi.org/10.1108/JSTPM-04-2014-0016

Hederich-Martínez, C., & Caballero-Domínguez, C. (2016). Validación del cuestionario Maslach Burnout Inventory-Student Survey (MBI-S) en contexto académico colombiano. *Revista*

CES Psicología, *9*(1), 1–24. https://bit.ly/2V6NMsJ

Henrie, C. R., Halverson, L. R., & Graham, C. (2015). Measuring student engagement in technology-mediated learning: A review [Medición del *engagement* de los estudiantes en el aprendizaje mediado por la tecnología: Una revisión]. *Computers & Education*(90), 36–53. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2015.09.005

Hernández-Sampieri, C., R.and Fernández, & Baptista, M. (2014). *Metodología de la Invetsigación* (6ta Edició ed.). Mc Graw Hill Education.

Herrador-Alcaide, T. C., HernÃ¡ndez-SolÃs, M., & Sanguino GalvÃ¡n, R. (2019). Feelings of satisfaction in mature students of financial accounting in a virtual learning environment: an experience of measurement in higher education [Sentimientos de satisfacción en estudiantes maduros de contabilidad financiera en un entorno virtual de aprendizaje: una experiencia de medición en la educación superior]. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, *16*(20), 2-19. https://bit.ly/3jqbri9

Herrera-Batista, M. (2009). Disponibilidad, uso y apropiación de las tecnologías por estudiantes universitarios en México: perspectivas para una incorporación innovadora. *Revista Iberoamericana de Educación*, *48*(6), 1–9. https://doi.org/10.35362/rie4862130

Hidi, S., & Renninger, K. A. (2006). The four-phase model of interest development [El modelo de cuatro fases del desarrollo de interés]. *Educational Psychologist*, *41*(2), 111–127. https://doi.org/10.1207/s15326985ep4102_4

Hinrichs, C. P., Ortiz, L., & Pérez, C. E. (2016). Relación entre el Bienestar Académico de Estudiantes de Kinesiología de una Universidad Tradicional de Chile y su Percepción del Ambiente Educacional. *Formación Universitaria*, *9*(1), 109–116. https://doi.org/10.4067/S0718-50062016000100012

Hodgson, T. R., Cunningham, A., Kinne, L. J., Murphy, T. J., & Assessing, T. (2017). Assessing Behavioral Engagement in Flipped and Non-Flipped Mathematics Classrooms : Teacher Abilities and Other Potential Factors [Evaluación del *engagement* del comportamiento en aulas de matemáticas invertidas y no invertidas: habilidades del maestro y otros factores potenciales]. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, *5*(4), 248–261. https://doi.org/10.18404/ijemst.296538

Hoffmann, Y. T., & Costa, D. A. (2018). História da educação matemática conservação da cultura escolar [Historia de la educación matemática: la escuela de conservación de la

cultura]. *Revista latinoamericana de investigacion en Matematica Educativa*, *21*(1), 11–28. https://doi.org/10.12802/relime.18.2111

Holguin-Alvarez, J., Villa Córdova, G. M., Tafur Medrano, L. M., & Chávez Álvarez, Y. I. (2019). Evidencias pedagógicas de gamificación: Autoconstrucción y etnoculturalidad de aprendizajes matemáticos. *Apuntes Universitarios*, *9*(3), 47–66. https://doi.org/10.17162/au.v9i3.381

Hsu, Y. C., Hung, J. L., & Ching, Y. H. (2013). Trends of educational technology research: more than a decade of international research in six SSCI-indexed refereed journals [Tendencias de la investigación en tecnología educativa: más de una década de investigación internacional en seis revistas arbitradas e indexadas en SSCI]. *Educational Technology Research and Development*, *61*(4), 685–705. https://doi.org/10.1007/s11423-013-9290-9

Husna, T. S., & Cesaria, A. (2018). Interactive basic mathematics web using Wordpress [Web interactiva de matemáticas básicas usando Wordpress]. *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 943). https://doi.org/10.1088/1742-6596/943/1/012050

Iriberri, N., & Rey-Biel, P. (2019). Competitive pressure widens the gender gap in performance: Evidence from a two-stage competition in mathematics [La presión competitiva amplía la brecha de género en el rendimiento: Evidencia de una competencia de dos etapas en matemáticas]. *Economic Journal*, *129*(620), 1863–1893. https://doi.org/10.1111/ecoj.12617

Ismail, N., Saifuddin, N. A. A., Jambari, H., Osman, S., Ahmad, J., Ibrahim, N. H., & Abdullah, A. H. (2018). Malaysian Teachers'Selection of Heuristics in Teaching Mathematics [Selección de heurística en la enseñanza de las matemáticas por profesores de Malasia]. *Advanced Science Letters*, *24*(4), 2218–2220. https://doi.org/10.1166/asl.2018.10920

Ivanov, O. A., Ivanova, V. V., & Saltan, A. A. (2018). Likert-scale questionnaires as an educational tool in teaching discrete mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *49*(7), 1110–1118. https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1423121

Jagušt, T., Botički, I., & So, H. J. (2018). Examining competitive, collaborative and adaptive gamification in young learners'math learning [Examinar la gamificación competitiva, colaborativa y adaptativa en el aprendizaje de la matemática en los jóvenes]. *Computers & Education*, *125*(June), 444–457. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.06.022

James, L. (2016). Mathematics Awareness through Technology, Teamwork, Engagement, and

Rigor [Conciencia matemática a través de la tecnología, el trabajo en equipo, el *engagement* y el rigor]. *Journal of Curriculum and Teaching*, *5*(2), 55–62. https://doi.org/10.5430/jct.v5n2p55

Janneck, M., Vincent-Hoeper, S., & Ehrhardt, J. (2013). The computer-related self concept: A gender-sensitive study [El concepto del "yo" relacionado con las computadoras: un estudio sensible al género]. *International Journal of Social and Organizational Dynamics in IT*, *3*(3), 1–16. https://doi.org/10.4018/ijsodit.2013070101

Jao, C. S., Brint, S. U., & Hier, D. B. (2005). Making the neurology clerkship more effective: Can e-textbook facilitate learning? [Hacer que la pasantía de neurología sea más efectiva: ¿Puede el *e-textbook* facilitar el aprendizaje?]. *Neurological Research*, *27*(7), 762–767. https://doi.org/10.1179/016164105X35639

Jarmas, B., & Raed, Z. (2018). Strees and burnout among lecturers and pedagogical instructors in colleges of education [Estrés y *burnout* en profesores e instructores pedagógicos en colegios de educación]. *European Journal of Education Studies*, *4*(4), 142-160. https://doi.org/10.5281/zenodo.1210049

Jeffrey, A. (2004). *Mathematics for Engineers and Scientists [Matemáticas para ingenieros y científicos]* (6th Editio ed.). Chapman and Hall/CRC. amzn.to/3dhnXMN.

Jonassen, D. (1998). *Instructional Designs for Microcomputer Courseware [Diseños instructivos para cursos de microcomputadoras]* (L. Erlbaum, Ed.). New York: Hillsdale. https://bit.ly/312Q1RL

Jones, D., Hollas, V., & Klespis, M. (2016). The presentation of technology for teaching and learning mathematics in textbooks : Content courses for elementary teachers [La presentación de tecnología para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en los libros de texto: cursos de contenido para maestros de primaria. *Contemporary Issues in Technology & Teacher Education*, *17*(1), 53–79. https://bit.ly/3fDqd2A

Ju, J. Y. (2020). A Study on the Difficulties of Preservice Mathematics Teacher in the Discrete Mathematics Learning [Un estudio de las dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas Discretas de los profesores de matemática en formación]. *Journal of Koeran School Mathematics*, *23*(1), 89-109. https://doi.org/10.30807/ksms.2020.23.1.005

Kaiser, H. F. (1974). An index of factorial simplicity [Un índice de simplicidad factorial]. *Psychometrica*, *34*, 31–36. https://bit.ly/2RXAXis

Kaleli, G. (2014). Developing a belief scale according to using computer technology in mathematics teaching [Desarrollo de una escala de creencias según el uso de la tecnología informática en la enseñanza de las matemáticas]. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *152*, 613–618. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.09.252

Kapp, K. M., Blair, L., & Mesch, R. (2014). *The gamification of learning and instruction fieldbook: ideas into practice* [El libro de campo sobre gamificación del aprendizaje y la instrucción: ideas en práctica]. San Francisco, CA: Wiley & Sons.

Karakolidis, A., Pitsia, V., & Emvalotis, A. (2016). Examining students achievement in mathematics: A multilevel analysis of the Programme for International Student Assessment (PISA) 2012 data for Greece [Examen del rendimiento de los estudiantes en matemáticas: Un análisis multinivel de los datos del Programa de Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) 2012 para Grecia]. *International Journal of Educational Research*, *79*, 106–115. http://dx.doi.org/10.1016/j.ijer.2016.05.013

Kay, R. H., & Knaack, L. (2009). Assessing Learning, Quality and Engagement in Learning Objects: The Learning Object Evaluation Scale for Students (LOES-S) [Evaluación del aprendizaje, la calidad y el *engagement* en los objetos de aprendizaje: la escala de evaluación de objetos de aprendizaje para estudiantes (LOES-S)]. *Educational Technology Research and Development*, *57*(2), 147–168. https://doi.org/10.1007/s11423-008-9094-5

Kellems, R., Eichelberger, C., Cacciatore, G., Jensen, M., Frazier, B., Simons, K., & Zaru, M. (2020). Using Video-Based Instruction via Augmented Reality to teach mathematics to middle school students with learning disabilities [Uso de la instrucción basada en video a través de la realidad aumentada para enseñar matemáticas a estudiantes de secundaria con discapacidad en el aprendizaje]. *Journal of Learning Disabilities*, *53*(4), 277–291. https://doi.org/10.1177/0022219420906452

Ker, H. W. (2016). The impacts of student-, teacher- and school-level factors on mathematics achievement: An exploratory comparative investigation of singaporean students and the USA students [El impacto de los factores a nivel de estudiantes, maestros y escuelas en el rendimiento académico: Una investigación exploratoria comparativa entre estudiantes de Singapur y Estados Unidos]. *Educational Psychology: An International Journal of Experimental Educational Psychology*, *36*(2), 254–276. https://doi.org/10.1080/01443410.2015.1026801

Khani, M., Mohammadi, M., Anvari, F., & Farsi, M. (2018). Students School Burnout Inventory: Development, Validation, and Reliability os Scale [Inventario de *burnout* escolar de los estudiantes: desarrollo, validación y confiabilidad de la escala]. *International Journal os School Health*, *5*(1), 1-6. https://doi.org/10.5812/intjsh.57594

Kiwanuka, H. N., Damme, J. V., Noortgate, W. V. D., Anumendem, D. N., Vanlaar, G., & Reynolds, C. (2016). How do student and classroom characteristics affect attitude toward mathematics? A multivariate multilevel analysis [¿Cómo afectan las características de los alumnos y del aula la actitud hacia las matemáticas? Un análisis multivariado multinivel]. *School Effectiveness and School Improvement*, *3453*, 1–21. https://doi.org/10.1080/09243453.2016.1201123

Klassen, R. M., Yerdelen, S., & Durksen, T. L. (2013). Measuring Teacher Engagement: Development of the Engaged Teachers Scale (ETS) [Medición del *engagement* de los docentes: desarrollo de la Escala de docentes con *engagement* (ETS)]. *Frontline Learning Research*, *1*(2), 33–52. https://doi.org/10.14786/flr.v1i2.44

Kong, Q., Wong, N., & Lam, C. (2003). Student engagement in mathematics : Development of instrument and validation of construct [*Engagement* del estudiante en matemáticas: desarrollo de un instrumento y validación de constructo]. *Mathematics Education Research Journal*, *15*(1), 4–21. https://bit.ly/3eu4tpW

Krauss, F., & Ally, M. (2005). A study of the design and evaluation of a learning object and implications for content development [Un estudio del diseño y evaluación de un objeto de aprendizaje e implicaciones para el desarrollo de contenido]. *Interdisciplinary Journal of Knowledge and Learning Objects*, *1*, 1–22. https://doi.org/10.28945/407

Kreyszig, E. (2010). *Advanced Engineering Mathematics [Matemática de Ingeniería Avanzada]* (10th ed.). John Wiley & Sons. https://bit.ly/3dj8XOx

Kul, Ü., Çelik, S., & Aksu, Z. (2018). The impact of educational material use on mathematics achievement: A meta-analysis [El impacto del uso del material educativo en el logro de las matemáticas: un metaanálisis]. *International Journal of Instruction*, *11*(4), 303–324. https://doi.org/10.12973/iji.2018.11420a

Kularbphettonga, K., Putglana, R., Tachpetpaiboona, N., Tongsirib, C., & Roonrakwitb, P. (2015). Developing of mLearning for Discrete Mathematics based on Android Platform [Desarrollo de un mLearning para Matemáticas discretas basado en la plataforma Android]. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*(197), 793–796. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.07.184

Kuna, P., & Vozar, M. (2014). The impact of multimedia on students'knowledge of Discrete Mathematics in Applied Informatics [El impacto de la multimedia en el conocimiento de los estudiantes de Matemática Discreta en Informática Aplicada]. *12TH IEEE International Conference on Emergin eLearning Technologies and applications (ICETA 2014)* (pp. 277–281). https://doi.org/10.1109/ICETA.2014.7107598

Kyaruzi, F., Strijbos, J., Ufer, S., & Brown, G. (2019). Students'formative assessment perceptions, feedback use and mathematics performance in secondary schools in Tanzania [Percepciones de la evaluación formativa de los estudiantes, la retroalimentación y el rendimiento matemático en escuelas secundarias de Tanzania]. *Assessment in Education: Principles, Policy and Practice*, *26*(3), 278–302. https://doi.org/10.1080/0969594X.2019.1593103

Kyriakou, K. I. D., Chaniotis, I. K., & Tselikas, N. D. (2015). The GPM meta-transcompiler: Harmonizing JavaScript-oriented Web development with the upcoming ECMAScript 6 "Harmony" specification [El metatranscompilador de GMP: armonización del desarrollo web orientado a JavaScript con la próxima especificación ECMAScript 6 "Harmony"]. *2015 12th Annual IEEE Consumer Communications and Networking Conference, CCNC 2015*, 176–181. https://doi.org/10.1109/CCNC.2015.7157973

Laguardia, J. (2014). La industria editorial cubana en el contexto de la actualización económica. *Revista Economía y Desarrollo*, *151*(1), 174–186. https://bit.ly/2AXywre

Lauterman, T., & Ackerman, R. (2014). Overcoming screen inferiority in learning and calibration [Superar la inferioridad de la pantalla en el aprendizaje y la calibración]. *Computers in Human Behavior*, *35*(2014), 455–463. https://doi.org/10.1016/j.chb.2014.02.046

Lawshe, C. H. (1975). A quantitative approach to content validity [Un enfoque cuantitativo de la validez del contenido]. *Personnel Psychology*, *28*(1), 563–575. https://doi.org/10.1111/j.1744-6570.1975.tb01393.x

Lazarides, R., & Rubach, C. (2017). Instructional characteristics in mathematics classrooms: relationships to achievement goal orientation and student engagement [Características educativas en las aulas de matemáticas: relaciones entre la orientación hacia los objetivos de aprendizaje y el *engagement* estudiantil. *Mathematics Education Research Journal*, *29*(2), 201–2017. https://doi.org/10.1007/s13394-017-0196-4

Lazem, S. (2019). On designing Blended Learning environments for Resource-Challenged Communities [Sobre el diseño de entornos b-learning para comunidades con recursos

limitados]. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, *14*(12), 183–192. https://doi.org/10.3991/ijet.v14i12.10320

Lee, C., & Chen, M. (2015). Developing a questionnaire on technology-integrated mathematics instruction: A case study of the AMA training course in Xinjiang and Taiwan [Desarrollo de un cuestionario sobre instrucción matemática integrada con la tecnología: Un estudio de caso del curso de capacitación AMA en Xinjiang y Taiwán]. *British Journal of Educational Technology*, *47*(6), 1287–1303. https://doi.org/10.1111/bjet.12339. https://doi.org/10.3991/ijet.v14i12.10320

Lee, J. (2014). An Exploratory Study of Effective Online Learning : Assessing Satisfaction Levels of Graduate Students of Mathematics Education Associated with Human and Design Factors of an Online Course [Un estudio exploratorio del aprendizaje en línea efectivo: evaluación de los niveles de satisfacción de los estudiantes graduados de educación matemática asociados con factores humanos y de diseño de un curso en línea]. *The International Review of Research in Open and Distance Learning*, *15*(1), 111–132. https://doi.org/10.19173/irrodl.v15i1.1638

Lee, S., & Ho-Kyoung, K. (2017). The Effect of Self-reported Evaluation on Students'Mathematics Learning Styles [Los efectos de la autoevaluación reportada en los estilos de aprendizaje de matemática de los estudiantes]. *Communications of Mathematical Education*, *31*(4), 457–485. https://doi.org/10.7468/jksmee.2017.31.4.457

Lee, Y., Capraro, R., & Bicer, A. (2019). Affective Mathematics Engagement: a Comparison of STEM PBL Versus Non-STEM PBL Instruction [El *engagement* matemático afectivo: una comparación de STEM PBL versus instrucción que no es STEM PBL]. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 270–289. https://doi.org/10.1007/s42330-019-00050-0

Legaki, N. Z., Xi, N., Hamari, J., Karpouzis, K., & Assimakopoulos, V. (2020). The effect of challenge-based gamification on learning: An experiment in the context of statistics education [Los efectos en el aprendizaje de la gamificación basada en desafíos: Un experimentos en el contexto de la educación estadística]. *International Journal of Human Computer Studies*, *144*(November 2019). https://doi.org/10.1016/j.ijhcs.2020.102496

Leidinger, M., & Perels, F. (2012). Training Self-Regulated Learning in the Classroom: Development and Evaluation of Learning Materials to Train Self-Regulated Learning during Regular Mathematics Lessons at Primary School [Capacitación del aprendizaje autorregulado

en el aula: desarrollo y evaluación de materiales de aprendizaje para capacitar el aprendizaje autorregulado durante las lecciones regulares de matemáticas en la escuela primaria]. *Education Research International*, *2012*, 1–14. https://doi.org/10.1155/2012/735790

Leis, M., Schmidt, K., & Rimm-Kaufman, S. (2015). Using the Partial Credit Model to Evaluate the Student Engagement in Mathematics Scale [Uso del modelo de crédito parcial para evaluar el engagement del estudiante en escala matemática]. *Journal of Applied Measurement*, *16*(3), 251–267. https://bit.ly/2YT0qwy

Leon, J., Medina-Garrido, E., & Ortega, M. (2018). Teaching quality: High school students autonomy and competence [Calidad de la enseñanza: Autonomía y competencia de los estudiantes de secundaria]. *Psicothema*, *30*(2), 218–223. https://doi.org/10.7334/psicothema2017.23

Lim, C. (2004). Engaging learners in online learning environments [Propiciando el *engagement* de los estudiantes en entornos virtuales de aprendizaje]. *TechTrends*, *48*(4), 16–23. https://doi.org/10.1007/BF02763440

Lin, F. L., Wang, T. Y., & Yang, K. L. (2018). Description and evaluation of a large-scale project to facilitate student engagement in learning mathematics [Descripción y evaluación de un proyecto a gran escala para facilitar el engagement de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas]. *Studies in Educational Evaluation*, *58*(March), 178–186. https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2018.03.001

Linnenbrink, E. A. (2007). The Role of Affect in Student Learning. A Multi-Dimensional Approach to Considering the Interaction of Affect, Motivation, and Engagement [El papel del afecto en el aprendizaje de los estudiantes: un enfoque multidimensional para considerar la interacción del afecto, la motivación y el *engagement*]. P. Schutz & R. Pekrun (Eds.), *Emotion in Education* (pp. 107–124). San Diego, CA: Academic Press. https://doi.org/10.1016/B978-012372545-5/50008-3

Liu, W., & Zhang, Y. (2019). Evaluation feedback information for optimization of mental health courses with deep learning methods [Información de la retroalimentación de la evaluación para la optimización de cursos de salud mental con métodos de aprendizaje profundo]. *Soft Computing*, *0*. https://doi.org/10.1007/s00500-019-04569-0

Lochmiller, C. R., & Cunningham, K. M. W. (2019). Leading learning in content areas: A systematic review of leadership practices used in mathematics and science instruction [Aprendizaje

líder en áreas de contenido: Una revisión sistemática de las prácticas de liderazgo utilizadas en la enseñanza de las matemáticas y las ciencias]. *International Journal of Educational Management*, *33*(6), 1219–1234. https://doi.org/10.1108/IJEM-03-2018-0094

López Hernández, F. J., Fuchs Gómez, O. L., Briones Cortés, R., & Hernández, L. (2019). Realidad aumentada y Matemáticas: propuesta de mediación para la comprensión de la función. *Campus Virtuales*, *8*(2), 2019. https://bit.ly/30jCLHI

Maclaren, P. (2017). How is that done? Student views on resources used outside the engineering classroom engineering classroom [¿Cómo se hace eso? Opiniones de los estudiantes sobre los recursos utilzados fuera del aula de ingeniería]. *European Journal of Engineering Education*, *43*(4), 620–637. https://doi.org/10.1080/03043797.2017.1396445

Madigan, D. J., & Curran, T. (2020). Does Burnout Affect Academic Achievement? A Meta-Analysis of over 1000000 Students [¿Afecta el burnout el rendimiento académico? Un metaanálisis de más de 100.000 estudiantes]. *Educational Psychology Review*, 1–19. https://doi.org/10.1007/s10648-020-09533-1

Maker, C. J. (2020). Identifying Exceptional Talent in Science, Technology, Engineering, and Mathematics: Increasing Diversity and Assessing Creative Problem-Solving [Identificar talentos excepcionales en ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas: aumentar la diversidad y evaluar la solución creativa de problemas]. *Journal of Advanced Academics*. https://doi.org/10.1177/1932202X20918203

Malaspina, M., & Malaspina, U. (2020). Game invention as means to stimulate probabilistic thinking [Invención de juegos como medio para estimular el pensamiento probabilístico]. *Statistics Education Research Journal*, *19*(1), 57–72. https://bit.ly/341WVIt

Manterola, C., & Otzen, T. (2015). Estudios experimentales 2 Parte: Estudios cuasi-experimentales. *International Journal of Morphology*, *33*(1), 382–387. https://doi.org/10.4067/S0717-95022015000100060

Mao, J., T., W., Li, P., Wei, T., & Zhenkai, L. (2017). Wireless Algorithms, Systems, and Applications [Algoritmos inalámbricos, sistemas y aplicaciones]. *Wireless Algorithms, Systems, and Applications (WASA 2017)* (Vol. 10251, pp. 804–815). Wuhan, China.. https://doi.org/10.1007/978-3-319-60033-8

Marcelo, C., & Perera-Rodríguez, V. H. (2007). Comunicación y aprendizaje electrónico: la interacción didáctica en los nuevos espacios virtuales de aprendizaje. *Revista de Educación*,

343, 193–194. https://bit.ly/3mKtiCt

Marcelo, C., Yot, C., & Mayor, C. (2015). Enseñar con tecnologías digitales en la Universidad. *Comunicar*, *23*(45), 117–124. https://doi.org/10.3916/C45-2015-12

Marcelo, C., Yot, C., & Murillo, P. (2016). Actividades de aprendizaje con tecnologías en la universidad. ¿Qué uso hacen los profesores? *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, *20*(3), 283–312. https://bit.ly/3hTu39C

Martin, F. l., & Bolliger, D. U. (2018). Engagement matters: Student perceptions on the importance of engagement strategies in the online learning environment [El *engagement* importa: las percepciones de los estudiantes sobre la importancia de las estrategias de *engagement* en el entorno virtual de aprendizaje]. *Online Learning Journal*, *22*(1), 205–222. https://doi.org/10.24059/olj.v22i1.1092

Martínez, I., & Salanova, M. (2005). Niveles de Burnout y Engagement en estudiantes universitarios. Relación con el desempeño y desarrollo profesional. *Revista de Educación*, *330*, 361–384. https://bit.ly/2Nl8lgK

Martínez, P., & González, C. (2018). Validez de contenido y consistencia interna de un cuestionario sobre el proceso de inserción socio-laboral desde la mirada del universitario. *Revista Complutense de Educación*, *29*(3), 739–756. http://dx.doi.org/10.5209/RCED.53721

Masanet, M. J., Guerrero-Pico, M., & Establés, M. J. (2019). From digital native to digital apprentice. A case study of the transmedia skills and informal learning strategies of adolescents in Spain [De nativo digital a aprendiz digital. Estudio de caso de las habilidades transmedia y estrategias de aprendizaje informales de adolescentes en España. *Learning, Media and Technology*, *44*(4), 400–413. https://doi.org/10.1080/17439884.2019.1641513

Matzakos, N., & Kalogiannakis, M. (2017). An analysis of first year engineering students 'satisfaction with a support distance learning program in mathematics [Un análisis de la satisfacción de los estudiantes del primer año de ingeniería con un programa de apoyo a distancia en matemáticas]. *Education and Information Technologies*, *23*(2), 869–891. https://doi.org/10.1007/s10639-017-9641-y

Mejía-Rodríguez, A. M., Luyten, H., & Meelissen, M. R. M. (2020). Gender Differences in Mathematics Self-concept across the world: An Exploration os Students and Parent Data of TIMSS 2015 [Diferencia de género en el autoconcepto matemático en todo el mundo: una exploración de datos de estudiantes y padres de TIMSS 2015]. *International Journal os*

Science and Mathematics Education. https://doi.org/10.1007/s10763-020-10100-x

Mercader, J., Presentación, M. J., Siegenthaler, R., & Molinero, V. (2017). Motivación y rendimiento académico en matemáticas : un estudio longitudinal en las primeras etapas educativas. *Revista de Psicodidáctica*, *22*(2), 157–163. https://doi.org/10.1080/0969594X.2019.1593103

Meyer, K. A. (2014). Student Engagement in Online Learning: What Works and Why [El *engagement* estudiantil en entornos virtuales: Lo que funciona y por qué]. *ASHE Higher Education Report*, *40*(6), 1–114. https://doi.org/10.1002/aehe.20018

Mihova, M., Jovanov, M., & Stankov, E. (2015). On the role of challenging math problems in the Discrete Mathematics courses [Sobre el papel de los problemas matemáticos desafiantes en los cursos de Matemáticas Discretas]. *2015 IEEE Global Engineering Education Conference EDUCON* (pp. 730–737). IEEE. https://doi.org/10.1080/10511970.2015.1025162

Ministerio de Educación Cultura y Deporte. (2015). *PISA 2015 Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos.* https://doi.org/10.1787/9788468012001-es

Modarresi, G., Branch, Q., Javan, E., & Branch, Q. (2018). Construction and Validation of Foreign Language Learners 'Dropout Questionnaire [Construcción y validación de un cuestionario sobre el abandono en estudiantes de lenguas extranjeras]. *International Journal of Instruction*, *11*(4), 425–444. http://dx.doi.org/10.12973/iji.2018.11427a

Mohammed, M., & Ebied, A. (2015). The effect of interactive e-book on students áchievement at Najran University in computer in education course [El efecto del libro electrónico interactivo en el rendimiento de los estudiantes en la Universidad de Najran en informática en el curso de edución]. *Journal of Education and Practice*, *6*(19), 71–83. https://bit.ly/3fDbsNl

Molina, S., & Alfaro, A. (2019). Ventajas e inconvenientes del uso del libro de texto en las aulas de Educación Primaria . Percepciones y experiencias de docentes de la Región de Murcia. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, *22*(2), 179–197. https://doi.org/10.6018/reifop.22.2.332021

Monereo, F. (2010). ¡Saquen el libro de texto! Resistencia, obstáculos y alternativas en la formación de los docentes para el cambio educativo. *Revista de Educacion*, *352*, 583–597. https://bit.ly/2zUO3Yp

Mora, R. (2015). Factores que intervienen en el rendimiento académico universitario: Un estudio de caso. *Opción*(6), 1041–1063. https://bit.ly/2Bn8FJf

Morales, V. (2013). *La enseñanza de la Teoría de Conjuntos en FACES: Valoración del Aula*

Virtual por los estudiantes (Tesis Doctoral, Universidad de Sevilla.) https://bit.ly/3eg9Atz

Muir, L., & Hawes, G. (2013). The Case for e-Book Literacy: Undergraduate Students Experience with e-Books for Course Work [El caso de la alfabetización de libros electrónicos: la experiencia de los estudiantes de pregrado con libros electrónicos para el trabajo del curso]. *The Journal of Academic Librarianship*(39), 260–274. https://doi.org/10.1016/j.acalib.2013.01.002

Muldoon, T., & Kahn, E. (2015). Exploring Discrete Mathematics with American Football [Explorando Matemáticas Discretas con Fútbol Americano]. *PRIMUS*, *5*(25), 421–438. https://doi.org/10.1080/10511970.2015.1025162

Nagel, K., Schyma, S., Cardona, A., & Reiss, K. (2018). Análisis de la argumentación matemática de estudiantes de primer año. *Pensamiento Educativo. Revista de Inv estigación Educacional Latinoamericana*, *55*(1), 1–14. https://doi.org/10.7764/PEL.55.1.2018.10

Namkung, J., Peng, P., & Lin, X. (2019). The Relation Between Mathematics Anxiety and Mathematics Performance Among School-Aged Students: A Meta-Analysis [La relación entre la ansiedad matemática y el rendimiento matemático entre los estudiantes de edad escolar: un metaanálisis]. *Review of Educational Research*, *89*(3), 459–496. https://doi.org/10.3102/0034654319843494

Nath, S. (2019). ICT integration in Fiji schools: A case of in-service teachers [Integración de las TIC en las escuelas de Fiji: un caso de docentes en servicio]. *Education and Information Technologies*, *24*(2), 963–972. https://doi.org/10.1007/s10639-018-9803-6

Nikolić, V., Petković, D., Denić, N., Milovančević, M., & Gavrilović, S. (2019). Appraisal and review of e-learning and ICT systems in teaching process [Evaluación y revisión de los sistemas de aprendizaje electrónico y TIC en el proceso de enseñanza]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *513*, 456–464. https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.09.003

Norman, E., & Furnes, B. (2016). The relationship between metacognitive experiences and learning: Is there a difference between digital and non-digital study media? [La relación entre las experiencias metacognitivas y el aprendizaje: ¿Hay alguna diferencia entre los medios de estudio digitales y no digitales?]. *Computers in Human Behavior*, *54*(2016), 301–309. https://doi.org/10.1016/j.chb.2015.07.043

Northey, G., Govind, R., Bucic, T., Chylinski, M., Dolan, R., & Van Esch, P. (2018). The effect of “here and now” learning on student engagement and academic achievement [El

efecto del aprendizaje “aquí y ahora” en el *engagement* de los estudiantes y el rendimiento académico]. *British Journal of Educational Technology*, *49*(2), 321–333. https://doi.org/10.1111/bjet.12589

Norton, S. (2016). Mathematics engagement in an Australian lower secondary school [*Engagement* matemático en una escuela secundaria australiana]. *Journal of Curriculum Studies*, *49*(2), 169–190. https://doi.org/10.1080/00220272.2016.1141995

Nousiainen, T., Kangas, M., Rikala, J., & Vesisenaho, M. (2018). Teacher competencies in game-based pedagogy [Competencias docentes en pedagogía basada en juegos]. *Teaching and Teacher Education*, *74*(2018), 85–97. https://doi.org/10.1016/j.tate.2018.04.012

Novak, E., Johnson, T. E., Tenenbaum, G., & Shute, V. J. (2016). Effects of an instructional gaming characteristic on learning effectiveness, efficiency, and *engagement*: using a storyline for teaching basic statistical skills [Efectos de una catacterística de juego instructivo sobre la efectividad, la eficiencia y el *engagement* hacia el aprendizaje: uso de una historia para enseñar habilidades estadísticas básicas]. *Interactive Learning Environments*, *24*(3), 523–538. https://doi.org/10.1080/10494820.2014.881393

Nyanja, N., & Musonda, E. (2020). A review of the ICT subject implementation in schools: a perspective of Lusaka Province (Zambia) [Una revisión de la implementación del tema de las TIC en las escuelas: una perspectiva de la provincia de Lusaka (Zambia)]. *Education and Information Technologies*, *25*, 1109–1127. https://doi.org/10.1007/s10639-019-10014-4

OECD. (2016). *Pisa 2015 Results (Volume I): Excellence and Equity in Education* [Resultados PISA 2015 (Volumen I): Excelencia y equidad en educación]. Paris. https://doi.org/10.1787/9789264266490-en

Oliveira, A., Behnagh, R., Ni, L., Mohsinah, A., Burgess, K., & Guo, L. (2019). Emerging technologies as pedagogical tools for teaching and learning science: A literature review [Las tecnologías emergentes como herramientas pedagógicas para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias: una revisión de la literatura]. *Human Behavior and Emerging Technologies*, *1*(2), 149–160. https://doi.org/10.1002/hbe2.141

Peters, C. C., & Van Vorhis, W. R. (1940). *Statistical procedures and their mathematical bases* [Procedimientos etadísticos y sus bases matemáticas]. New York: McGraw-Hill.

Pettigrew, J., & Shearman, D. (2014). Designing interactive tools that engage mathematical learners [Diseñar herramientas interactivas que involucren a los estudiantes de matemáticas].

Proceedings of the Australian Conference on Science and Mathematics Education (p. 9871834). https://bit.ly/3eqdBvn

Pokorny, M. (2013). Blended Learning as an Efficient Method for Discrete Mathematics Teaching [Aprendizaje combinado como un método eficiente para la enseñanza de la Matemática Discreta]. *2013 International Conference on Education and Educational Research EER 2013* (pp. 249–252). https://bit.ly/3j85t5q

Pokropek, A., Borgonovi, F., & McCormick, C. (2017). On the Cross-Country Comparability of Indicators of Socioeconomic Resources in PISA [Sobre la comparabilidad entre países de indicadores de recursos socioeconómicos en PISA]. *Applied Measurement in Education*, *30*(4), 243–258. https://doi.org/10.1080/08957347.2017.1353985

Polikoff, M. S. (2015). How Well Aligned Are Textbooks to the Common Core Standars in Mathematics? [¿Qué tan bien alineados están los libros de textos con los Estándares Básicos Comunes en Matemáticas?]. *American Educational Research Journal*, *XX*(X), 1–27. https://doi.org/10.3102/0002831215584435

Ponce, P., Molina, A., Caudana, E. O., Reyes, G. B., & Parra, N. M. (2019). Improving education in developing countries using robotic platforms [Mejorar la educación en los países en desarrollo utilizando plataformas robóticas]. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing*, *13*(4), 1401–1422. https://doi.org/10.1007/s12008-019-00576-5

Prendes, M. P. (2018). La Tecnología Educativa en la Pedagogía del siglo XXI : una visión en 3D. *Revista Interuniversitaria de Investigación en Tecnología Educativa RIITE*(4), 6–16. https://doi.org/10.6018/riite/2018/335131

PÃ©rez, L. D. (2018). *Sistema de actividades para favorecer el Pensamiento Computacional desde la Matemática Discreta en la Universidad de las Ciencias Informáticas* (Tesis de maestría). Universidad de la Habana.

Putwain, D., Symes, W., Nicholson, L., & Becker, S. (2018). Achievement goals, behavioural engagement, and mathematics achievement: A mediational analysis [Objetivos de logro, *engagement* conductual y logros matemáticos: un análisis mediacional]. *Learning and Individual Differences*, *68*(September), 12–19. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2018.09.006

Python Software Foundation. (2020). *Python 3.7.* https://bit.ly/3kJPOET

Queiruga-Dios, A., Rodriguez Sanchez, A., G. Martin del Rey, & Demlova, M. (2018). Teaching and assessing Discrete Mathematics [La enseñanza y la evaluación d Matemáticas Discretas].

Engineering Education Conference - Emerging Trends and Challenges of Engineering Education (p. 1568-1571). Santa Cruz de Tenerife, Spain. https://doi.org/10.1109/EDUCON.2018.8363420

Ragan, A., Kammer, J., Atkins, C., & Burress, R. (2019). Learning to read online: the effect of instruction on e-textbook use [Aprender a leer en línea: el efecto de la instrucción en el uso de libros de texto electrónicos]. *Library Hi Tech*, *37*(2), 293–311. https://doi.org/10.1108/LHT-01-2018-0011

Raidah, N., & Mohd, A. (2017). Relationship Between Mathematics Statistics Engagement and Attitudes Towards Statistics Among Undergraduate Students in Malaysia [Relación entre el *engagement* en Estadísticas Matemáticas y las actitudes hacia las estadísticas entre estudiantes de pregrado de Malasia]. *AIP Conference Proceedings* (Vol. 020026). https://doi.org/10.1063/1.4972170

Ram, M., & Davim, P. (2018). *Advanced Mathematical Techniques in Engineering Sciences* [Técnicas Matemáticas Avanzadas en Ciencias de la Ingeniería] (First Edit ed.). Taylor & Francis Ltd.

Ramírez, J., Juárez, M., & Remesal, A. (2012). Teoría de la actividad y diseño de cursos virtuales: la enseñanza de matemáticas discretas en Ciencias de la Computación. *RUSC. Universities and Knowledge Society Journal*, *9*(1), 130–149. https://bit.ly/2Yk0pD1

Raykova, M., Kostadinova, H., & Boev, S. (2019). Discrete Mathematics and Programming - Teaching and Learning Approaches [Matemáticas discretas y programación: enfoques de enseñanza y aprendizaje]. *Mathematics and Informatics*, *62*(6), 591-601. https://bit.ly/34oLXLP

Reimann, G., Stoecklin, M., Lavallee, K., Gut, J., Frischknecht, M., & Grob, A. (2013). Cognitive and motivational profile shape predicts mathematical skills over and above profile level [La forma del perfil cognitivo y motivador predice habilidades matemáticas más allá del nivel del perfil]. *Psychology in the Schools*, *50*(1), 37–56. https://doi.org/10.1002/pits.21659

Reschly, A. (2010). Reading and school completion: Critical connections and Matthew effects [Lectura y finalización de la escuela: conexiones críticas y efectos de Matthew]. *Reading and Writing Quarterly*, *26*, 1–23. https://doi.org/10.1080/10573560903397023

Reschly, A., & Christenson, S. (2012). Jingle, Jangle, and Conceptual Haziness: Evolution and Future Directions of the Engagement Construct [Jingle, Jangle, and Haziness: Evolución

y futuras direcciones del constructo *engagement*]. *Handbook of Research on Student Engagement* (pp. 3–19). https://doi.org/10.1007/978-1-4614-2018-7_1

Reyes, S. (2016). *Fortalecer la implicación y el compromiso de los estudiantes con la universidad. Una visión multidimensional del engagement.* (Tesis Doctoral, Universidad de Sevilla). https://bit.ly/2VhtEED

Richardson, P. W. (2004). Reading and writing from textbooks in higher education: A case study from Economics [Lectura y escritura de libros de texto en educación superior: un estudio de caso de Economía]. *Studies in Higher Education*, *29*(4), 505–521. https://doi.org/10.1080/0307507042000236399

Rivero, V. (2015). Electronic resources for schools [Recursos electrónicos para las escuelas]. *Computers in Libraries*, *35*(4), 14–16. https://bit.ly/3fFIYm6

Rockinson-Szapkiw, A., Courduff, J., Carter, K., & Bennett, D. (2013). Electronic versus traditional print textbooks: A comparison study on the influence of university students learning [Libros de texto impresos electrónicos versus tradicionales: un estudio comparativo sobre la influencia del aprendizaje de los estudiantes]. *Computers & Education*, *63*(2013), 259–266. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2012.11.022

Rodrigues, M. I., & Dos Santos, L. R. (2019). Conceptions of science teachers about the use of ICT in teaching practice [Concepciones de los profesores de ciencias sobre el uso de las TIC en la práctica docente]. *Prometeica - Revista de Filosofía y Ciencias*(19), 58–71. https://doi.org/10.34024/prometeica.2019.19.9460

Rodríguez, Y. M., Campaña, R. L., & Gallego, M. J. (2018). Iniciativas para la adopción y uso de recursos educativos abiertos en Instituciones de Educación Superior. *Educación Médica Superior*, *32*(4), 273–285. https://bit.ly/2YTxvsi

Rojas, L., Ramírez, A., & Rojas, L. E. (2016). *Matemáticas básicas con aplicaciones en la Ingeniería.* ECOE Ediciones. https://bit.ly/2BrjV7y

Rosen, K. (2004). *Discrete Mathematics and its aplications [Matemáticas Discretas y sus aplicaciones]* (5.ª ed.). McGraw-Hill/Interamericana. https://bit.ly/3fHY0b1

Ruiz, J. M. (2008). Problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de la matemática. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, *47*(3), 1–12. https://bit.ly/2V3qGDl

Rylands, L. J., & Shearman, D. (2018). Mathematics learning support and engagement in first year

engineering [Apoyo y *engagement* en el aprendizaje de las matemáticas en el primer año de ingeniería]. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *49*(8), 1133–1147. https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1447699

Ryu, S., Park, J., & Park, J. (2019). Toward analysis and bug finding in javascript web applications in the wild [Hacia el análisis y la búsqueda de errores en aplicaciones web JavaScript en la naturaleza]. *IEEE Software*, *36*(3), 74–82. https://doi.org/10.1109/MS.2018.110113408

Sabino, C. (1992). *El proceso de investigación*. Argentina: Editorial Lumen.

Sáinz, M., & Eccles, J. (2012). Self-concept of computer and math ability: Gender implications across time and within ICT studies [Autoconcepto de habilidad informática y matemática: implicaciones de género a lo largo del tiempo y dentro de los estudios de TIC]. *Journal of Vocational Behavior*, *80*(2), 486–499. https://doi.org/10.1016/j.jvb.2011.08.005

Salaber, J. (2014). Facilitating student engagement and collaboration in a large postgraduate course using wiki-based activities [Facilitando el *engagement* y la colaboración de los estudiantes en un curso largo de postgrado usando actividades basadas en wiki]. *The International Journal of Management Education*, *12*(2), 115–126. https://doi.org/10.1016/j.ijme.2014.03.006

Salanova, M., Martinez, I., Bresó, E., Llorens, S., & Grau, R. (2005). Bienestar psicológico en estudiantes universitarios: facilitadores y obstaculizadores del desempeño académico. *Anales de Psicología*, *21*(1), 170–180. https://bit.ly/2V5FelP

Sánchez-Ansola, E., Acosta-Sánchez, R., Rosete, A., & Fernández-Oliva, P. (2016). Lecciones aprendidas en la impartición de la asignatura Matemáticas Discretas. *Revista Iberoamericana de Educación en Tecnología y Tecnología en Educación*, *17*(1), 30–37. https://bit.ly/3dhxTGm

Sancho-Vinuesa, T., Escudero-Viladoms, N., & Masià, R. (2013). Continuous activity with immediate feedback: A good strategy to guarantee student engagement with the course [Actividad continua con retroalimentación inmediata: una buena estrategia para garantizar el *engagement* del alumno en el curso]. *Open Learning: The Journal of Open Distance and e-Learning*, *28*(1), 51–66. https://doi.org/10.1080/02680513.2013.776479

Santos-Trigo, M., & Camacho-Machín, M. (2018). La Resolución de Problemas Matemáticos y el Uso de Tecnología Digital en el Diseño de Libros Interactivos. *Educatio Siglo XXI*, *36*(3), 21–40. https://doi.org/10.6018/j/349451

Saw, G., Schneider, B., Frank, K., Chen, I., Keesler, V., & Martineau, J. (2017). The impact of

being labeled as a persistently lowest achieving school: Regression discontinuity evidence on consequential school labeling [El impacto de ser etiquetado como una escuela de bajo rendimiento persistente: evidencia de regresión discontinua sobre el etiquetado de la escuela consecuencial]. *American Journal of Education*, *123*(4), 585–613. https://doi.org/10.1086/692665

Schaufeli, W., Martínez, I., Pinto, A., Salanova, M., & Bakker, A. (2002). Burnout and Engagement in University Students: A Cross-National Study [*Burnout* y *engagement* en estudiantes universitarios: un estudio transnacional]. *Journal of Cross-Cultural Psychology*, *33*(5), 464–481. https://doi.org/10.1177/0022022102033005003

Schenke, K., Redman, E., Chung, G., Chang, S., Feng, T., Parks, C., & Roberts, J. (2020). Does "Measure Up!" measure up? Evaluation of an iPad app to teach preschoolers measurement concepts [¿Medir la "medición"? Evaluación de una aplicación de iPad para enseñar conceptos de medición para preescolares]. *Computers & Education*, *146*, 103749. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2019.103749

Schiefele, U. (1991). Interest, learning, and motivation [Interés, aprendizaje y motivación]. *Educational Psychologist*, *26*(3-4), 299–323. https://doi.org/.1080/00461520.1991.9653136

Schuh, K. L., Van Horne, S., & Russell, J. E. (2018). E-textbook as object and mediator: interactions between instructor and student activity systems [El *e-textbook* como objeto y mediador: interacciones entre el instructor y los sistemas de actividad del alumno]. *Journal of Computing in Higher Education*, *30*(2), 298–325. https://doi.org/10.1007/s12528-018-9174-4

Sengupta-Irving, T., & Agarwal, P. (2017). Conceptualizing Perseverance in Problem Solving as Collective Enterprise [Conceptualizando la perseverancia en la resolución de problemas como trabajo colectivo]. *Mathematical Thinking and Learning*, *19*(2), 115–138. https://doi.org/10.1080/10986065.2017.1295417

Senkbeil, M. (2018). Development and validation of the ICT motivation scale for young adolescents. Results of the international school assessment study ICILS 2013 in Germany [Desarrollo y validación de la escala de motivación TIC para jóvenes adolescentes. Resultados del estudio internacional de evaluación de escuelas ICILS 2013 en Alemania]. *Learning and Individual Differences*, *67*(August), 167–176. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2018.08.007

Septia, T., & Edriati, S. (2019). Integrated mathematics books with ICT for senior high school

[Libros de matemóticas integrados con TIC para el bachillerato]. *Journal of Physics: Conference Series*, *1157*(4), 042120. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1157/4/042120

Shahzad, F., Xiu, G., Khan, I., Shahbaz, M., Riaz, M., & Abbas, A. (2020). The moderating role of intrinsic motivation in cloud computing adoption in online education in a developing country: a structural equation model [El papel moderador de la motivación intrínseca en la adopción de la computación en la nube en la educación en un país en desarrollo: un modelo de ecuación estructural]. *Asia Pacific Education Review*, *21*, 121–141. https://doi.org/10.1007/s12564-019-09611-2

Shepperd, J., Grace, J., & Koch, E. (2008). Evaluating the Electronic Textbook: Is it Time to Dispense with the Paper Text? [Evaluación del libro de texto electrónico: ¿es hora de prescindir del texto en papel?]. *Teaching of Psychology*, *35*(1), 2–5. https://doi.org/10.1080/00986280701818532

Shirai, S., Fukui, T., Kawazoe, M., Nakahara, T., Nakamura, Y., Kato, K., & Taniguchi, T. (2018). Intelligent Editor for Authoring Educational Materials in Mathematics e-Learning Systems [Editor inteligente para crear materiales educativos en sistemas de aprendizaje electrónico de matemáticas]. *Mathematical Software â ICMS 2018* (Vol. 10931, pp. 431–437). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-96418-8

Sigalés, C., Mominó, J., & Meneses, J. (2009). TIC e innovación en la educación escolar española. Estado y perspectivas. *Telos: Cuadernos de comunicación e innovación*, *78*, 90–99. https://bit.ly/2NjzQr5

Skilling, K., Bobis, J., Martin, A., Anderson, J., & Way, J. (2016). What secondary teachers think and do about student engagement in mathematics [Lo que los maestros de secundaria piensan y hacen sobre el engagement de los estudiantes en matemáticas]. *Mathematics Education Research Journal*. https://doi.org/10.1080/10.1007/s13394-016-0179-x

Skinner, E. A., & Pitzer, J. R. (2012). Developmental Dynamics of Student Engagement, Coping, and Everyday Resilience [Dinámica del desarrollo del *engagement* del estudiante, afrontamiento y resistencia cotidiana]. S. L. Christenson, C. Wylie, & A. L. Reschly (Eds.), *Handbook of Research on Student Engagement* (pp. 21–44). New York: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-2018-7

Smith, E. E., Kahlke, R., & Judd, T. (2020). Not just digital natives: Integrating technologies in professional education contexts [No solo nativos digitales: Integración de tecnologías en

contextos de educación profesional]. *Australasian Journal of Educational Technology*, *36*(3), 1-14. https://doi.org/10.14742/ajet.5689

Sombra, L., Sanz, C. V., & Búcari, N. D. (2019). Incidence of a hypermedia educational material on the Teaching and Learning of Mathematics [Incidencia de un material educativo hipermedia en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas]. *Journal of New Approaches in Educational Research*, *8*(1), 50–57. https://doi.org/10.7821/naer.2019.1.334

Soria-Barreto, K., & Zúñiga-Jara, S. (2014). Aspectos Determinantes del éxito Académico de Estudiantes Universitarios. *Formación Universitaria*, *7*(5), 41–50. https://doi.org/10.4067/S0718-50062014000500006

Souza, I. S., Fonseca, A. J. S., Santos, S. G., & Sussuchi, E. M. (2014). Uma reflexão sobre o conteúdo Análise Combinatória em dois livros didáticos do ensino médio [Una reflexión sobre los contenidos de Análisis Combinatorio en dos libros didácticos de enseñanza media]. *Scientia Plena*, *10*(4), 1–8. https://bit.ly/330BuHf

Steiger, J. H. (1990). Structural Model Evaluation and Modification: An Interval Estimation Approach [Evaluación y modificación de modelos estructurales: un enfoque de estimación po intervalos]. *Multivariate Behavioral Research*, *25*(2), 173–180. http://dx.doi.org/10.1207/s15327906mbr2502_4

Stinebrickner, R., & Stinebrickner, T. (2003). Working during school and academic performance [Trabajar durante el rendimiento escolar y académico]. *Journal of Labor economics*, *21*(2), 473–491. https://bit.ly/2YT2sgo

Stoet, G., & Geary, D. (2018). The Gender-Equality Paradox in Science, Technology, Engineering and Mathematics Education [La paradoja de la equidad de género en la educación en Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas]. *Psychological Science*, *29*(4), 581–593. https://doi.org/10.1177/0956797617741719

Sträßer, R. (2017). Learners engagement in mathematics: theories, frameworks and results [El *engagement* de los alumnos en las matemáticas: teorías, marcos y resultados]. *Mathematics Education Research Journal*, *29*(2), 255–259. https://doi.org/10.1007/s13394-017-0208-4

Su, C. H. (2017). Designing and developing a novel hybrid adaptive learning path recommendation system (ALPRS) for gamification mathematics geometry course [Diseño y desarrollo de un nuevo sistema híbrido de recomendación de rutas de aprendizaje adaptativo (ALPRS) para la gamificación en el curso de geometría matemática]. *Eurasia Journal of Mathematics,*

Science and Technology Education, *13*(6), 2275–2298. https://doi.org/10.12973/EURASIA.2017.01225A

Sun, J., Flores, J., & Tanguma, J. (2012). E-textbooks and Students Learning Experiences [*E-textbooks* y experiencias en el aprendizaje de los estudiantes]. *Decision Sciences Journal of Innovative Education*(10), 63–77. https://doi.org/10.1111/j.1540-4609.2011.00329.x

Sunawan, Dwistia, H., Kurniawan, K., Hartati, S., & S., A. (2017). Classroom Engagement and Mathematics Achievement in Senior and Junior High School Students [*Engagement* en el aula y logros en matemáticas en estudiantes de secundaria y preparatoria]. *International Conference on Teacher Training and Education* (Vol. 158, pp. 929–935). https://doi.org/10.2991/ictte-17.2017.26

Sun-Lin, H. Z., & Chiou, G. F. (2019). Effects of Gamified Comparison on Sixth Graders Algebra Word Problem Solving and Learning Attitude [Efectos de las comparación gamificada en la actitud hacia el aprendizaje y resolución de problemas verbales de álgebra de estudiantes de sexto grado]. *Journal of Educational Technology & Society*, *22*(1), 120–130. https://doi.org/10.2307/26558833

Sýkora, T., Stárková, T., & Brom, C. (2020). Can narrative cutscenes improve home learning from a math game? An experimental study with children [¿Pueden las escenas narrativas mejorar el aprendizaje en casa a partir de un juego de matemáticas? Un estudio experimental con niños]. *British Journal of Educational Technology*, *20*(1), 1–16. https://doi.org/10.1111/bjet.12939

Thakur, M. (2020). Role of Teamwork in Improving the Affective Abilities of Engineering Mathematics Students [El papel del trabajo en equipo en la mejora de las habilidades afectivas de los estudiantes de Ingeniería Matemática]. *International Journal of Innovations in Engineering and Technology*, *16*(1), 41-49. http://dx.doi.org/10.21172/ijiet.161.06

Thompson, P. (2013). The digital natives as learners: Technology use patterns and approaches to learning [Los nativos digitales como aprendices: la tecnología utiliza patrones y enfoques de aprendizaje]. *Computers & Education*, *65*(2013), 12–33. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2012.12.022

Ting, J., & Tarmizi, R. (2016). Mathematical learning attributes impacting students'performance in sarawak [Atributos de aprendizaje matemático que impactan el desempeño de los estudiantes en Sarawak]. *Malaysian Journal of Mathematical Sciences*, *10*, 159–174. https://bit.ly/2BweST3

Toll, Y., & Ril, Y. (2013). Aspects and indicators for assessing the quailty of learning objects created by the University of Information Sciences, Havana [Aspectos e indicadores para evaluar la calidad de los objetos de aprendizaje creados por la Universidad de Ciencias Informática de la Habana]. *Universities and Knowledge Society Journal*, *10*(2), 394–406. http://dx.doi.org/10.7238/rusc.v10i2.1470

Tossavainen, T., Rensaa, R., & Johansson, M. (2019). Swedish first-year engineering students'views of mathematics, self-efficacy and motivation and their effect on task performance [Las opiniones de los estudiantes suecos de primer año de ingeniería sobre las matemáticas, la autoeficacia y la motivación y sus efectos en el desempeño de tareas]. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1–6. https://doi.org/0020739X.2019.1656827

Trenholm, S., Hajek, B., Robinson, C. L., Chinnappan, M., Albrecht, A., & Ashman, H. (2019). Investigating undergraduate mathematics learners'cognitive engagement with recorded lecture videos [Investigar el *engagement* cognitivo de los estudiantes de matemáticas de pregrado con videos grabados de conferencias]. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *50*(1), 3–24. https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1458339

Treviño, L., Balkin, D., & Gomez-Mejia, L. (2017). How "doing gender" leads to gender imbalances in the higher ranks in colleges of business (and how to "undo gender" [Cómo "hacer género" conduce a desequilibrios de género en los rangos más altos en las universidades de negocios (y cómo "deshacer el género")]. *Academy of Management Learning and Education*, *16*(3), 439–453. https://doi.org/10.1080/0020739x.2019.1656827

Trujillo, J. (2020). Metodología para la organización de los Recursos Educativos Abiertos en la carrera de Educación Laboral- Informática. *Mendive. Revista de Educación*, *18*(1), 102–115. https://bit.ly/2BwxOkE

UI Chusna, S. N. L., Syahrial, Z., Ibrahim, N., & Albaar, M. R. (2020). Effect of Inquiry Learning Strategies on Student Discrete Mathematics Learning [Efectos de las estrategias de aprendizaje por indagación en el aprendizaje de las Matemáticas Discretas]. *AER-Advances in Engineering Research* (Vol. 194, p. 389-392). Ternate, Indonesia. https://doi.org/10.2991/aer.k200325.077

Urquizo, A. M., Villamarín, R. S., & Alcívar, M. (2018). Estrategias didácticas para resolver

problemas de razonamiento matemático. *Revista Boletín REDIPE*, *7*(9), 103–111. https://bit.ly/3hT2Iom

Valverde-Berrocoso, J. (2016). La investigación en Tecnología Educativa y las nuevas ecologías del aprendizaje : Design-Based Research (DBR) como enfoque metodológico. *Revista Interuniversitaria de Investigación en Tecnología Educativa RIITE*, *0*, 60–73. https://doi.org/10.6018/riite/2016/257931

Valverde-Berrocoso, J., C., G.-A. M., & Morales-Cevallos, M. B. (2020). Trends in Educational Research about e-Learning: A Systematic Literature Review (2009â2018) [Tendencias en la investigación educativa sobre *e-Learning*: Una revisión sistemática de la literatura (2009-2018)]. *Sustainability*, *12*, 5153. https://doi.org/10.3390/su12125153

Vanbecelaere, S., Berghe, K., Cornillie, F., Sasanguie, D., Reynvoet, B., & Depaepe, F. (2020). The effects of two digital educational games on cognitive and non- cognitive math and reading outcomes [Los efectos de dos juegos educativos digitales en los resultados cognitivos y no cognitivos de matemáticas y lectura]. *Computers & Education*, *143*(August 2019). https://doi.org/10.1016/j.compedu.2019.103680

van Dijk, J. (2006). Digital divide research, achievements and shortcomings [Investigación, logros y deficiencias de la brecha digital]. *Poetics*, *34*(4-5), 221–235. https://doi.org/10.1016/j.poetic.2006.05.004

Verhoeven, J. C., Heerwegh, D., & de Wit, K. (2016). ICT learning experience and research orientation as predictors of ICT skills and the ICT use of university students [La experiencia en el aprendizaje de las TIC y la orientación a la investigación como predictores de las competencias TIC y el uso de las TIC por parte de estudiantes universitarios]. *Education and Information Technologies*, *21*, 71–103. https://doi.org/10.1007/s10639-014-9310-3

Vílchez, E., & González, E. (2014). Percepción estudiantil sobre una metodología asistida por computadora en las áreas cognitivas del álgebra lineal y la matemática discreta. *Matemática, Educación e Internet*, *14*(1), 1–16. https://bit.ly/311sJf0

Villavicencio-Martínez, R. A., & Luna-Serrano, E. (2018). Diseño y validación de un cuestionario de evaluación de la supervisión clínica. *RELIEVE*, *24*(1). https://doi.org/10.7203/relieve.24.1.9672Revista

Vizcaino Escobar, A., Cadalso Romero, A., & Manzano Mier, M. (2015). Adaptación de un cuestionario para evaluar las creencias epistemológicas sobre la matemática de profesores

de secundaria básica. *Revista Complutense de Educacion*, *26*(2), 255–273. https://doi.org/10.5209/rev_RCED.2015.v26.n2.42981

Vysoka, J. (2018). From continuous problem to discrete. The example of teaching selected parts of Mathematics [De problemas continuos a discretos: El ejemplo de la enseñanza de una selección de partes de las Matemáticas]. *Conference on Education and New Learning Technologies (EDULEARN)* (p. 9255-9261). Palma, Spain. https://doi.org/10.21125/edulearn.2018.2172

Waiyakoon, S., Khlaisang, J., & Koraneekij, P. (2015). Development of an Instructional Learning Object Design Model for Tablets Using Game-based Learning with Scaffolding to Enhance Mathematical Concepts for Mathematic Learning Disability Students [Desarrollo de un modelo de diseño instruccional de objetos de aprendizaje para tabletas utilizando el aprendizaje basado en juegos con andamios para mejorar los conceptos matemáticos para estudiantes con discapacidades de aprendizaje matemático]. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *174*, 1489–1496. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.779

Warner, D. O., Nolan, M., Garcia-Marcinkiewicz, A., Schultz, C., Warner, M. A., Schroeder, D. R., & Cook, D. A. (2019). Adaptive instruction and learner interactivity in online learning: a randomized trial [Instrucción adaptativa e interactividad del alumno en el aprendizaje en línea: un ensayo aleatorio]. *Advances in Health Sciences Education*(25), 95-109. https://doi.org/10.1007/s10459-019-09907-3

Watt, H., & Goos, M. (2017). Theoretical foundations of engagement in mathematics [Fundamentos teóricos del *engagement* en las matemáticas]. *Mathematics Education Research Journal*, *29*, 133–142. https://doi.org/10.1007/s13394-017-0206-6

Wempen, F. (2011). *Step by step HTML 5* [HTML 5 paso a paso]. https://bit.ly/3i1WQYr

West, R. E. (2019). Developing an Open Textbook for Learning and Instructional Design Technology [Desarrollo de un libro de texto abierto para el aprendizaje y la tecnología de diseño instruccional]. *TechTrends*, *63*(2), 226–235. https://doi.org/10.1007/s11528-018-0263-z

Woody, W. D., Daniel, D. B., & Baker, C. A. (2010). E-books or textbooks: Students prefer textbooks [Libros electrónicos o libros de texto: los estudiantes prefieren libros de texto]. *Computers & Education*, *55*(3), 945–948. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2010.04.005

Worm, B. S. (2013). Learning from Simple Ebooks , Online Cases or Classroom Teaching

When Acquiring Complex Knowledge . A Randomized Controlled Trial in Respiratory Physiology and Pulmonology [Aprendizaje de libros electrónicos simples, casos en línea o enseñanza en el aula al adquirir conocimientos complejos. Un ensayo controlado aleatorio en fisiología respiratoria y neumología]. *PLoS ONE*, *8*(9), e73336. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0073336

Wronowski, M., Urick, A., Wilson, A., Thompson, W., Thomas, D., Wilson, S., … Ralston, R. (2020). Effect of a Serious Educational Game on Academic and Affective Outcomes for Statistics Instruction [Efecto de un juego educativo serio en los resultados acdémicos y afectivos de la instrucción en estadística]. *Journal of Educational Computing Research*, *57*(8), 2053–2084. https://doi.org/10.1177/0735633118824693

Yang, Q. F., Lin, C. J., & Hwang, G. J. (2019). Research focuses and findings of flipping mathematics classes: a review of journal publications based on the technology-enhanced learning model [Enfoques de investigación y hallazgos de las clases invertidas de matemáticas: una revisión de publicaciones de revistas basadas en el modelo de aprendizaje mejorado por la tecnología]. *Interactive Learning Environments*, *0*(0), 1–34. https://doi.org/10.1080/10494820.2019.1637351

Yarnell, L., & Bohrnstedt, G. (2018). Student-Teacher Racial Match and Its Association With Black Student Achievement: An Exploration Using Multilevel Structural Equation Modeling [Emparejamiento racial estudiante-maestro y su asociación con el rendimiento de los estudiantes negros: Una exploración a partir de un modelo multinivel de ecuaciones estructurales]. *American Educational Research Journal*, *55*(2), 287–324. https://doi.org/10.3102/0002831217734804

Yot, C., & Marcelo, C. (2016). *De la tiza al teclado: Enseñar y aprender con tecnologías digitales* (Grupo de investigación I.D.E.A, Ed.). Universidad de Sevilla. https://bit.ly/2Njc3aN

Yu-Ming, M. A. (2017). Heuristic Teaching Method of Discrete Mathematics based on the Mathematical Games [Método de enseñanza heurística de matemática discreta basada en los juegos matemáticos]. *Advances in Social Science, Education and Humanities Research* (Vol. 83, pp. 145–148.). https://doi.org/10.15359/ru.34-1.5

Zamora-Araya, J. A. (2020). Impacts of attitudes, social development, mother's educational level and selfefficacy on academic achievement in mathematics [Impactos de las actitudes, desarrollo social, nivel educacional de las madres y la autoeficacia en el rendimiento

académico en matemáticas]. *Uniciencia*, *34*(1). 74--87.https://doi.org/10.15359/ru.34-1.5

Zhang, W., Wang, Y., Yang, L., & Wang, C. (2020). Suspending classes without stopping learning: China education emergency managment policy in the COVID-19 outbreak [Suspensión de clases sin detener el aprendizaje: política de gestión de emergencias educativas de China en el brote de COVID-19]. *Risk and Financial Managment*, *13*(55), 1–6. https://doi.org/10.3390/jrfm13030055

Zhang, Y., & Zhang, H. (2013). Discussion Reform of Education on Course of Discrete Mathematics [Discusión sobre la reforma de la educación en un curso de Matemáticas Discretas]. *Conference on Educational Technology and Managment Science ICETMS 2013* (pp. 21–24). Nanjing, China. https://doi.org/10.2991/icetms.2013.4

Zhong, B., & Xia, L. (2020). A systematic review on exploring the potential of educational robotics in mathematics education [Una revisión sistemática sobre la exploración del potencial de la robótica educativa en la educación matemática]. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *18*(1), 79–101. https://doi.org/10.1007/s10763-018-09939-y

Zhu, E. (2006). Interaction and cognitive engagement: An analysis of four asynchronous online discussions [Interacción y *engagement* cognitivo: un análisis de cuatro discusiones en línea asincrónicas]. *Instructional Science*, *34*(6), 451–480. https://doi.org/10.1007/s11251-006-0004-0

Zwart, D., Van, L., Noroozi, O., & Goei, S. L. (2017). The effects of digital learning material on students mathematics learning in vocational education [Los efectos del material de aprendizaje digital en el aprendizaje matemático de los estudiantes en la educación vocacional]. *Cogent Education*, *29*, 1–10. https://doi.org/10.1080/2331186X.2017.1313581

Zweekhorst, M. B. M., & Maas, J. (2015). ICT in higher education: Students perceive increased engagement [TIC en la educación superior: Los estudiantes preciben un mayor *engagement*]. *Journal of Applied Research in Higher Education*, *7*(1), 2-18. https://doi.org/10.1108/JARHE-02-2014-0022

Anexos

Anexo 1. Cuestionario 1: El *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta

Anexo 2. Cuestionario 2: La satisfacción del alumnado con sus materiales de estudio de Matemática Discreta

Anexo 3. Cuestionario 3: Características de un material de estudio para generar *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta

Anexo 4. Cuestionario 4: Calidad del *e-textbook* de Matemática Discreta como objeto de aprendizaje

Anexo 5. Prueba pedagógica A: Rendimiento académico en Matemática Discreta

Anexo 6. Prueba pedagógica B: Cuasi-experimento de rendimiento académico

Anexo 1

Cuestionario 1: *Engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta

Estimado estudiante, el siguiente cuestionario tiene como objetivo conocer su opinión acerca del nivel de implicación con sus estudios universitarios, específicamente con los asociados a la Matemática Discreta. Como pieza clave del sistema educativo, consideramos que su opinión ofrece una información muy valiosa a de tener en cuenta en las investigaciones educativas. Este cuestionario es totalmente anónimo y su resultado contribuirá a mejorar la enseñanza de la Ingeniería en Ciencias Informáticas.

A. Datos de identificación	
Género:	Provincia:
Opción en la que solicitaste la carrera:	Nota de ingreso de matemática:
Nota del Examen Final de Matemática Discreta I:	

B. Me implico más en mis estudios de Matemática Discreta cuando					
Indica tu valor marcando con una X (1: Nada, 2:Poco, 3:Algo, 4:Mucho, 5:Bastante)	1	2	3	4	5
1. Tengo una comunicación interpersonal fluida con compañeros y profesores					
2. Encuentro una actitud positiva por parte de mis profesores para atender mis necesidades					
3. Las explicaciones de los profesores me resultan estimulantes					
4. Las actividades exigen el máximo de mí para superarlas					
5. Las explicaciones de los profesores me resultan fáciles de entender y conectadas con mis intereses					
6. Los profesores usan las dudas que les planteo en clase para ampliar contenidos de la asignatura					
7. La revisión de los exámenes y pruebas de evaluación me sirven para clarificar y conocer mis errores					
8. En la clase trabajo en actividades relacionadas con posibles problemas de mi futura profesión					
9. Los profesores nos orientan actividades que exigen autonomía (Trabajos de investigación, tema abierto, etc.)					
10. En las clases utilizo todas las posibilidades de las nuevas tecnologías					

C. Cuando encuentro dificultades para vencer los objetivos de Matemática Discreta					
Indica tu valor marcando con una X (1: Nada, 2:Poco, 3:Algo, 4:Mucho, 5:Bastante)	1	2	3	4	5
11. Busco la manera de aclarar las dudas y seguir mis estudios					
12. Acudo a aclaraciones de dudas que me permitan establecer vínculos afectivos con el profesor o perspectivas distintas de la MD					
13. Identifico los requisitos mínimos de la asignatura y los realizo					
14. Ajusto mi tiempo de estudio a las exigencias de la asignatura					
15. Ajusto mi esfuerzo a lo que esperan de mí en la asignatura					
16. Abandono la asignatura, dejándola para arrastrarla en el próximo curso					
17. Acudo a consultas para profundizar en los contenidos con la guía del profesor					
18. Busco ayuda en mis compañeros de estudio					

D. Mis materiales de estudio de Matemática Discreta					
Indica tu valor marcando con una X (1: Nada, 2:Poco, 3:Algo, 4:Mucho, 5:Bastante)	1	2	3	4	5
19. Contribuyen a mi aprendizaje					
20. Vinculan su contenido con mi Carrera/Grado/Licenciatura					
21. Me resultan fáciles de entender y conectados con mis intereses					
22. Se adaptan a mi ritmo de aprendizaje					

E. Mi actividad como estudiante de Matemática Discreta me hace sentirme								
Indica como te sientes estudiando MD marcando con una X la posición con la que te identificas								
	1	2	3	4	5	6	7	
23. Frustrado/a								Realizado/a
24. Insatisfecho/a								Satisfecho/a
25. Inseguro/a								Seguro/a (autoestima)
26. Pesimista/a								Optimista/a
27. Preocupado/a								Confiado/a
28. Con malestar/a								Con bienestar/a
29. Desmotivado/a								Motivado/a
30. Desilusionado/a								Esperanzado/a

F. Valora los siguientes ítems					
Indica tu valor marcando con una X (1: Nada, 2:Poco, 3:Algo, 4:Mucho, 5:Bastante)	1	2	3	4	5
31. Estoy conectado con mis estudios de Matemática Discreta a un nivel:					
32. Mi grado de satisfacción con mis estudios de Matemática Discreta es:					
33. El nivel de bienestar que me producen mis estudios de Matemática Discreta es:					

Anexo 2

Cuestionario 2: Satisfacción del estudiante con los materiales de estudio de Matemática Discreta

Estimado estudiante, el siguiente cuestionario tiene como objetivo conocer su opinión acerca del nivel de implicación con sus estudios universitarios, específicamente con los asociados a la Matemática Discreta. Como pieza clave del sistema educativo, consideramos que su opinión ofrece una información muy valiosa a de tener en cuenta en las investigaciones educativas. Este cuestionario es totalmente anónimo y su resultado contribuirá a mejorar la enseñanza de la Ingeniería en Ciencias Informáticas.

A. Datos de identificación	
Género:	Provincia:
Opción en la que solicitaste la carrera:	Nota de ingreso de matemática:
Nota del Examen Final de Matemática Discreta I:	

B. Mis materiales de estudio de Matemática Discreta					
Indica tu valor marcando con una X (1: Nada, 2:Poco, 3:Algo, 4:Mucho, 5:Bastante)	1	2	3	4	5
1. Poseen resúmenes conceptuales por bloques de contenido					
2. Presentan de forma amena el contenido matemático, mostrando su origen y evolución					
3. Poseen una variedad de ejercicios suficientes para mi estudio					
4. Se adecuan a los objetivos y contenidos de la materia en cuestión					
5. Poseen un nivel de dificultad de los contenidos teóricos acorde con los estudios que realizo					
6. Presentan una acertada progresión de los ejercicios en cuanto a complejidad					
7. Describen algoritmos paso a paso para la comprensión de los contenidos matemáticos					
8. Ejemplifican suficientemente las definiciones, teoremas y postulados matemáticos					
9. Presentan de forma amena el contenido matemático, mostrando su origen y evolución					
10. Estimulan la búsqueda y el descubrimiento					

Indica tu valor marcando con una X (1: Nada, 2:Poco, 3:Algo, 4:Mucho, 5:Bastante)	1	2	3	4	5
11. Se conectan con mis intereses a través de actividades de motivación didáctica, como acertijos, curiosidades, etc					
12. Tienen actividades que promueven mi aprendizaje a través de los juegos (gamificación)					
13. Vinculan sus contenidos con mi Carrera/Grado/Licenciatura					
14. Hacen visible la vinculación del contenido matemático con el mundo real					
15. Se adaptan a mi realidad social y cultural					
16. Me ayudan en los exámenes del curso					
17. Me propician una sensación de bienestar en el estudio de la asignatura					
18. Contribuyen a un mejor aprendizaje de la asignatura					
19. Me resultan fáciles de entender y conectados a mis intereses					
20. Me hacen olvidar cuán difícil es la matemática					
21. Permiten hacerle preguntas al autor y recibir sus respuestas					
22. Permiten evaluarme de forma automática					
23. Se adaptan a mi ritmo de aprendizaje					
24. Me permiten la interacción con mi profesor y mis compañeros					
25. Los contenidos se actualizan cada cierto tiempo					
26. Poseen recursos audiovisuales					
27. Son accesibles en formato móvil					
28. Poseen un diseño gráfico atractivo que incentiva mi aprendizaje					
29. Apoyan las ideas o conceptos desarrollados en el texto a través de ilustraciones o gráficos					

Anexo 3

Cuestionario 3: Características de un material de estudio para generar *engagement* hacia el aprendizaje de la Matemática Discreta

Estimado estudiante, el siguiente cuestionario tiene como objetivo determinar las características que debe poseer un material educativo para mantenerte con altos niveles de *engagement* en el aprendizaje de la Matemática Discreta. Como actor principal del proceso docente educativo, estamos seguros que tu opinión contribuirá a mejorar la calidad de nuestra enseñanza.

A. Datos de identificación	
Género:	Provincia:
Opción en la que solicitaste la carrera:	Nota de ingreso de matemática:

B. Un material de estudio, para que me genere *engagement* en el aprendizaje de la Matemática Discreta debe					
Indica tu valor marcando con una X (1: Nada, 2:Poco, 3:Algo, 4:Mucho, 5:Bastante)	1	2	3	4	5
1. Posibilitar espacios de comunicación e interacción (foros, chat, etc)					
2. Dar retroalimentación al estudiante sobre el resultado de sus actividades de aprendizaje					
3. Brindar la posibilidad al estudiante de crear actividades de autoevaluación, mostrando siempre la respuesta adecuada en cada caso					
4. Favorecer el desarrollo de itinerarios de aprendizaje individuales					
5. Propiciar el desarrollo de actividades en entornos de juego, posibilitando al estudiante mejorar sus conocimientos y habilidades					
6. Facilitar la independencia cognoscitiva del estudiante a través del desarrollo de habilidades curriculares y extracurriculares					
7. Brindar recursos y actividades que propicien que el estudiante sea capaz de aprender a aprender					
8. Propiciar que el estudiante genere ejercicios o problemas propios, asociados con su profesión					

Indica tu valor marcando con una X (1: Nada, 2:Poco, 3:Algo, 4:Mucho, 5:Bastante)	1	2	3	4	5
9. Estimular al estudiante para la investigación y búsqueda del conocimiento mediante el uso de otras fuentes de información					
10. Plantear retos intelectuales al estudiante, guiándolo en la búsqueda de soluciones					
11. Posibilitar que el estudiante profundice en los contenidos de la materia en cuestión más allá de lo establecido en las habilidades y objetivos curriculares					
12. Mostrar los contenidos con relevancia social y significatividad para los estudiantes					
13. Favorecer la formación integral de los estudiantes					
14. Poseer contenidos y actividades que vinculen la Matemática Discreta con otras asignaturas o materias de su carrera					
15. Favorecer una participación activa de los estudiantes vinculando el nuevo conocimiento a situaciones reales de proyectos universidad-industria					
16. Poseer un diseño gráfico atractivo que incentive el aprendizaje del estudiante					
17. Posibilitar su uso en múltiples situaciones de aprendizaje (horario lectivo, no lectivo, biblioteca, casa, etc)					
18. Permitir su uso con independencia del enfoque metodológico que ponga en práctica el profesor					
19. Contener recursos gráficos y audiovisuales					
20. Propiciar la conexión y motivación del estudiante hacia el aprendizaje (diseño visual, uso de recursos y/o actividades variadas, etc)					
21. Evidenciar una relación coherente entre los recursos que posee y el contenido que muestra					
22. Incluir preguntas de desarrollo y problemas que exijan soluciones complejas, y que permitan avanzar y construir a partir de lo aprendido					
23. Presentar de forma amena el contenido matemático, mostrando su origen y evolución					
24. Evidenciar la vinculación del contenido matemático con el mundo real					
25. Potenciar la contribución del contenido matemático a la resolución de problemas de la profesión					
26. Estructurar los contenidos teniendo en cuenta su complejidad y la precedencia					
27. Ajustar sus recursos y actividades a los objetivos y habilidades de la asignatura					
28. Aportar bibliografía básica y complementaria					
29. Presentar actividades variadas que ofrezcan suficiente práctica a los estudiantes					
30. Emplear un diseño didáctico que facilite el estudio y el aprendizaje independiente y permanente					
31. Exponer la teoría matemática con un lenguaje científico, pero a su vez asequible al estudiantado					

Anexo 4

Cuestionario 4: Calidad del *e-textbook* de Matemática Discreta como objeto de aprendizaje

Estimado profesor/investigador, el siguiente cuestionario tiene como objetivo evaluar la calidad del *e-textbook* de Matemática Discreta como objeto de aprendizaje. Otorgue a cada uno de los siguientes indicadores una puntuación de 0 a 3 (donde 0 es la evaluación mínima y 3 la máxima). Gracias por acceder a ser parte de nuestro estudio.

A. Datos de identificación	
Género:	Edad:
Asignatura en la que imparte docencia:	Años de experiencia:

Indicadores de evaluación del *e-textbook* como objeto de aprendizaje				
Indique su evaluación marcando con una X (0: Mal, 1:Regular, 2:Bien, 3: Excelente)	0	1	2	3
1. Presentación y explicación del tema a tratar				
2. Estructuración lógica de los contenidos				
3. Exhortación del desarrollo de habilidades y competencias al estudiante				
4. Reflexión sobre lo aprendido				
5. Autoevaluación sobre el contenido mostrado en el *e-textbook*				
6. Calidad de los contenidos				
7. Adecuación de los objetivos de aprendizaje				
8. Retroalimentación que proporciona el contenido mostrado				
9. Motivación				
10. Organización del trabajo individual y/o colaborativo de los estudiantes				
11. Nivel de presentación de recursos audiovisuales				
12. Participación activa durante el aprendizaje mediante actividades interactivas				
13. Verificación de las fuentes de información utilizadas				
14. Reusabilidad				
15. Correspondencia entre los recursos audiovisuales y el contenido mostrado				
16. Legibilidad del texto				
17. Rapidez para cargar recursos audiovisuales				

Indique su evaluación marcando con una X (0: Mal, 1:Regular, 2:Bien, 3: Excelente)	0	1	2	3
18. Proporción del texto respecto a la distribución de los contenidos dentro del OA				
19. El uso de colores para los contenidos				
20. Diversidad en la representación del contenido mostrado				
21. Visibilidad de las imágenes				
22. Usabilidad				
23. Evaluación del nivel de organización de las imágenes y texto				
24. Accesibilidad				
25. Compatibilidad con distintos navegadores				
26. Calidad de las imágenes y videos				
27. Integridad de los enlaces de navegación por la estructura didáctica				
28. Correspondencia con la estructura didáctica				
29. Calidad de la redacción y ortografía en la exposición del contenido				

Anexo 5

Prueba pedagógica A: Rendimiento académico en Matemática Discreta

Examen Final de Matemática Discreta I. Curso 2016-2017

Nombre: _____ **Grupo:** _____

1. Sean los predicados A, B, C y las fórmulas F, G, H e I definidas a partir de los predicados dados:

   - $A(x)$: x es un número positivo
   - $B(x)$: x es un cuadrado perfecto
   - $C(x,y)$: $x+y>6$

   F: $\forall x \exists y[\neg C(x,y) \vee [A(x) \wedge \neg B(y)] \vee [B(y) \wedge \neg A(x)]]$

   G: $\exists x \forall y[C(y,x) \wedge [A(x) \Leftrightarrow B(y)]]$

   H: $\neg \exists x \forall y[C(y,x) \wedge [A(x) \Leftrightarrow B(y)]]$

   I: $\forall x[B(x) \wedge \exists y[A(y) \Rightarrow C(y,x)]]$

   a) Determine cuál de las fórmulas anteriores (G, H o I) es lógicamente equivalente a F.

   b) Traduzca al lenguaje natural la fórmula I.

   c) Determine el valor de verdad de G en el dominio de discurso $D = \{-1,4,25\}$

2. a) Demuestre que para todo número natural n se cumple que n^2+5n es divisible por 2. (*Sugerencia: Utilice el método de inducción matemática o la demostración por casos*)

   b) Determine si la siguiente estructura deductiva es semánticamente correcta. Justifique.

   El algoritmo resuelve el problema si es ingenioso pero el problema no es complicado. Se sabe que el problema no es complicado, sin embargo se comprobó que el algoritmo es ingenioso; por lo que se puede deducir que el algoritmo resuelve el problema.

   c) Justifica el valor de verdad de la siguiente proposición:

   F Para cualesquiera conjuntos A, B y C si $A \subseteq B$ y $B \subseteq C$ entonces $A \subset C$.

3. Sea el conjunto $B = \{-1, 0, 2\}$ definido sobre el universo $B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$.
   a) Sea la relación $R \subseteq B \times B$, donde $(x, y) \in R \Leftrightarrow 0 \leq x - y \leq 2$. Represente a R mediante su digrafo.
   b) Agregue a R los pares mínimos necesarios para obtener una relación de equivalencia. Determine el conjunto cociente resultante.
   c) Determine una relacion $S \subseteq U \times U$ que sea una función no inyectiva.
4. Se desea automatizar un sistema de extracción de petróleo en la provincia de Matanzas. El equipamiento necesario para esta labor está compuesto por cuatro filtros (f_1, f_2, f_3 y f_4), cad filtro toma valor 1 cuando se le activa el sensor de viscosidad y valor 0 en caso de que no se active. La extracción se puede efectuar cuando se cumple alguna de las siguientes condiciones:
   - En al menos tres de los filtros no se encuentra activo el sensor de viscocidad.
   - Basta con que los dos primeros filtros no tengan activado el sensor de viscocidad.
   - Cuando el segundo filtro no tiene activado el sensor de viscocidad pero el tercer filtro si.

   Diseñe el circuito lógico más simplificado que da como salida 1 si es posible relaizar la extracción.
5. Construya una Máquina de *Turing* que sobre el alfabeto $\sum = \{1, 2, 3\}$ reconozca el lenguaje de todas las cadenas que nunca tengan un número menor detrás de uno mayor.

   (*Ejemplos de cadenas que* ***pertenecen*** *al lenguaje:* 1222333, 23, 123, 1122)

   (*Ejemplos de cadenas que* ***no pertenecen*** *al lenguaje:* 31, 1122213, 2221, 11223222, 121)

Anexo 6

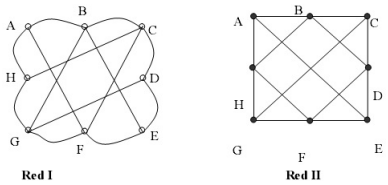
Prueba pedagógica B: Cuasi-experimento de rendimiento académico

Prueba parcial de Matemática Discreta II. Curso 2017-2018

(Examen pre-test)

Nombre: _____ **Grupo:** _____

Un departamento de una empresa tiene establecidas dos redes locales de comunicación distintas entre sus ocho terminales. Las líneas de conexión de cada red están esquematizadas en los siguientes grafos:



a) Analiza si los grafos que representan las redes I y II son isomorfos.

b) En el grafo de la red I, ¿se pueden conectar los terminales evitando que haya superposición de las líneas de conexión? ¿Y en el grafo de la red II?

c) ¿El grafo de la red I es conexo? Justifique.

d) En la red II diga si es posible recorrer todos los tramos de red sin repetir terminales.

e) Comprueba que el grafo de la red I es bipartido y diga el menor número de aristas a agregar para que sea bipartido completo.

f) Obtenga la representación matricial de cada red.

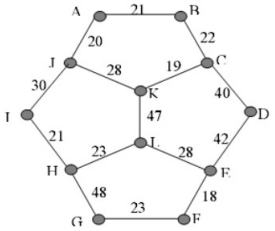
g) A partir de la representación anterior, escriba un algoritmo para determinar las conexiones comunes que tienen ambas redes.

Prueba parcial de Matemática Discreta II. Curso 2017-2018

(Examen post-test)

Nombre: _____ **Grupo:** _____

En la red telefónica representada en la figura se ha detectado alguna avería. El técnico encargado de repararla tendrá que recorrer todos los nodos (vértices) de la red para comprobar las conexiones.



a) ¿Puede revisar todos los vértices sin pasar dos veces por el mismo y volviendo al vértice inicial? Si la respuesta es positiva justifique. Si la respuesta es negativa, proponga un modelo para la red agregando el mínimo número de conexiones posibles.

b) Obtenga un grafo homeomorfo al de la figura, pero con solo siete vértices.

c) ¿Será posible agregarle dos vértices y cuatro aristas más, de forma tal que el grafo sea regular? Justifique.

d) Se ha decidido renovar todos los nodos de la red, pero por problemas de conexión dos nodos directamente conectados no pueden estar hechos del mismo material. ¿Cuántos materiales distintos se necesitan para la fabricación de los nodos?

e) Obtenga la representación matricial de cada red, incluyendo los costos de reparación. Determine además su lista de adyacencia.

f) ¿Posee el grafo vértices de corte? Justifique.

g) Describa un algoritmo que encuentre parejas de tramos que puedan ser reparados si se cuentan con 50 unidades monetarias.